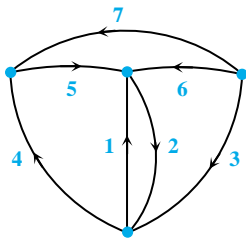


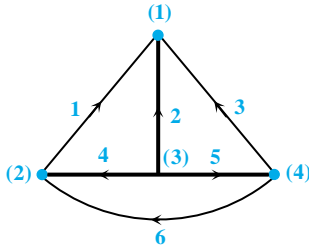
آزمون فصل ششم

۱- در گراف زیر کدامیک از گزینه‌ها، دارای شاخه‌های تشکیل دهنده درخت هستند؟



- (۱)  $\{7, 4, 1\}$ ,  $\{5, 6, 7\}$
- (۲)  $\{2, 3, 4\}$ ,  $\{4, 3, 6\}$
- (۳)  $\{1, 2, 6\}$ ,  $\{3, 4, 7\}$
- (۴)  $\{2, 3, 4\}$ ,  $\{4, 1, 2\}$

۲- در گراف زیر کدام گزینه تشکیل کانتست اساسی می‌دهد؟



- (۱)  $\{2, 1, 3\}$
- (۲)  $\{4, 2, 1\}$
- (۳)  $\{5, 2, 1\}$
- (۴)  $\{2, 1, 3, 4\}$

۴- کدام یک از گزینه‌های زیر حلقه اساسی مربوط به گراف دارای ماتریس Q به صورت زیر است؟

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- (۱)  $\{1, 3, 4, 7\}$
- (۲)  $\{1, 2\}$
- (۳)  $\{2, 3, 4, 6\}$
- (۴)  $\{3, 2\}$

۵- کدام یک از ماتریس‌های زیر می‌تواند برای مدار RLC ساده به عنوان ماتریس امیدانس مش قابل قبول باشد؟

$$\begin{bmatrix} 3+j & -1-3j \\ -1-3j & 5+4j \end{bmatrix} \quad (۴)$$

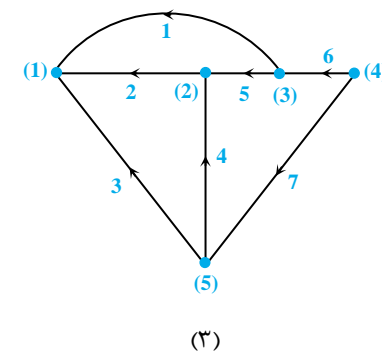
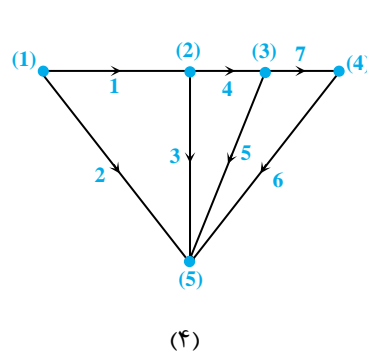
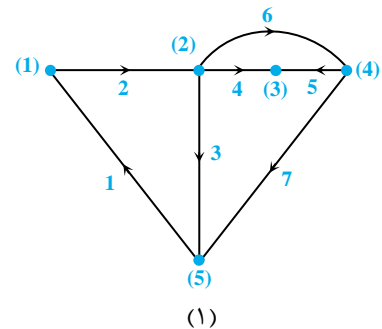
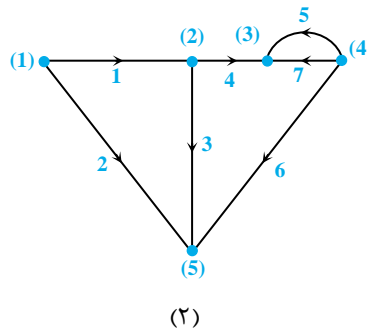
$$\begin{bmatrix} -3+j & 1-j \\ 1-j & 4-j \end{bmatrix} \quad (۳)$$

$$\begin{bmatrix} 1-2j & -2-j \\ -2-j & 4+j \end{bmatrix} \quad (۲)$$

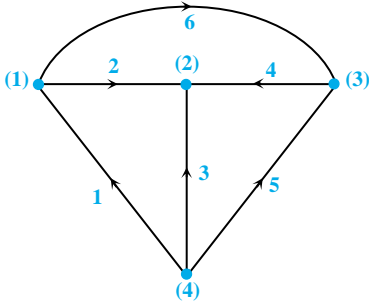
$$\begin{bmatrix} 3+j & 1+j \\ -1+j & 4-j \end{bmatrix} \quad (۱)$$

۷- کدام گزینه، گراف مربوط به ماتریس  $A_a$  داده شده می‌باشد؟

$$A_a = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$



۸- در گراف زیر با فرض در نظر گرفتن شاخه‌های ۲ و ۴ و ۳ به عنوان درخت، در ماتریس  $B = [F:I]$ ، ماتریس  $F$  کدام است؟



$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

۹- در گراف تست قبل کدام گزینه مربوط به ماتریس  $E$  در ماتریس  $Q = [I:E]$  می‌باشد؟

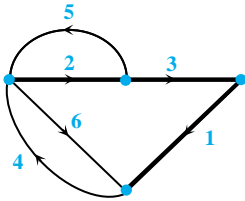
$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

۱۰- در گراف زیر کدام گزینه جزو کاتست‌های اساسی گراف هستند؟



$$\{1, 3, 5\}, \{1, 4, 6\} \quad (1)$$

$$\{3, 4, 6\}, \{1, 3, 2\} \quad (2)$$

$$\{1, 4, 6\}, \{2, 4, 5, 6\} \quad (3)$$

$$\{3, 4, 6\}, \{2, 1, 5, 6\} \quad (4)$$

۱۱- در گراف تست قبل کدام دسته از گزینه‌ها جزو حلقه‌های اساسی گراف می‌باشند؟

$$\{2, 3, 1, 6\}, \{2, 5, 3, 1\} \quad (4)$$

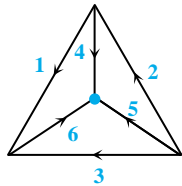
$$\{2, 5\}, \{3, 2, 5\} \quad (3)$$

$$\{2, 3, 1, 6\}, \{2, 3, 1, 4\} \quad (2)$$

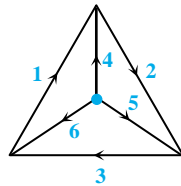
$$\{2, 5\}, \{4, 6, 1\} \quad (1)$$

۱۲- در صورتی که ماتریس  $B$  در یک گراف به نام  $k$  به صورت زیر باشد، کدام گزینه مربوط به گراف  $k$  می‌باشد؟

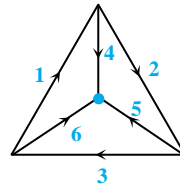
$$B = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{array} \right]$$



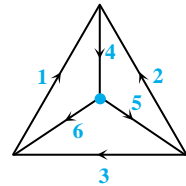
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۱۳- در صورتی که در یک گراف ماتریس حلقه‌های اساسی به صورت زیر باشد، کدام گزینه مربوط به کاتست‌های اساسی آن است؟

$$\{2, 5, 3\}, \{1, 6, 3\} \quad (1)$$

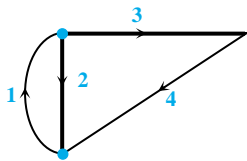
$$\{1, 4, 2\}, \{4, 6, 5\} \quad (2)$$

$$\{1, 4, 2\}, \{4, 2, 5\} \quad (3)$$

$$\{2, 3, 5\}, \{5, 1, 4\} \quad (4)$$

$$B = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{array} \right]$$

۱۴- در گراف زیر با فرض داشتن ماتریس  $Z_b$ ، کدام گزینه مربوط به ماتریس  $Z_L$  است؟



$$Z_b = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_1 S} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & LS & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_2 S} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} R + \frac{1}{C_1 S} & -\frac{1}{C_2 S} \\ -\frac{1}{C_2 S} & \frac{1}{C_1 S} + \frac{1}{C_2 S} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} R + \frac{1}{C_1 S} & -\frac{1}{C_2 S} \\ -\frac{1}{C_2 S} & R + \frac{1}{C_1 S} + \frac{1}{C_2 S} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} R + \frac{1}{C_1 S} & -\frac{1}{C_2 S} \\ -\frac{1}{C_2 S} & LS + \frac{1}{C_1 S} + \frac{1}{C_2 S} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} R + \frac{1}{C_1 S} & -\frac{1}{C_2 S} \\ -\frac{1}{C_2 S} & R + \frac{1}{C_2 S} \end{bmatrix} \quad (1)$$

۱۵- ماتریس B در یک گراف به صورت زیر است. کدام گزینه مربوط به ماتریس Q خواهد بود؟

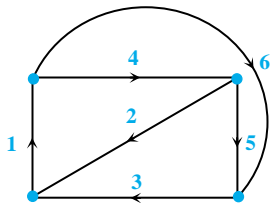
$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

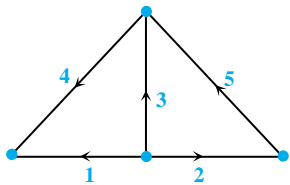
$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (۳)$$



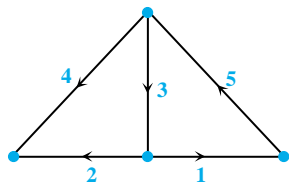
۱۶- در گراف زیر کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) شاخه‌های {۱, ۲, ۳} و کاتست‌های اساسی و شاخه‌های {۱, ۲, ۴} و حلقه‌های اساسی هستند.  
 (۲) شاخه‌های {۱, ۲, ۳} و کاتست‌های اساسی و شاخه‌های {۲, ۵, ۳} و حلقه‌های اساسی هستند.  
 (۳) شاخه‌های {۵, ۲, ۱} و کاتست‌های اساسی و شاخه‌های {۲, ۶, ۳} و حلقه‌های اساسی هستند.  
 (۴) شاخه‌های {۳, ۵, ۶} و کاتست‌های اساسی و شاخه‌های {۴, ۲, ۱} و حلقه‌های اساسی هستند.

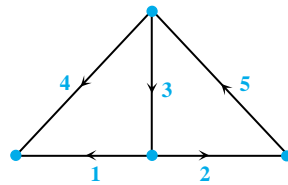
۱۷- ماتریس Q مربوط به کدام گراف است؟



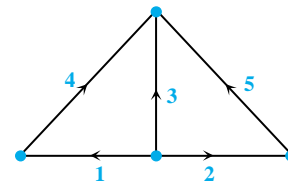
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۱۸- در گراف تست قبل کدام دسته از گزینه‌های زیر جزو حلقه‌های اساسی می‌باشند؟

(۴) {۱, ۳, ۲}, {۱, ۳, ۵}

(۳) {۳, ۲, ۵}, {۳, ۱, ۴}

(۲) {۱, ۴, ۳}, {۴, ۳, ۵}

(۱) {۳, ۲, ۵}, {۱, ۲, ۵}

۱۹- ماتریس B در گراف تست قبل کدام است؟

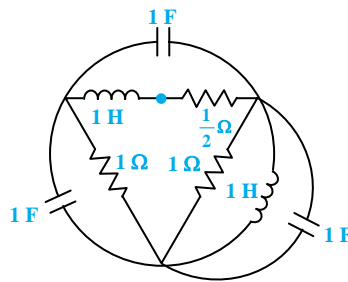
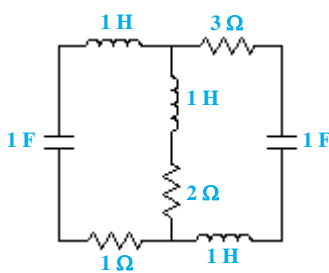
$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

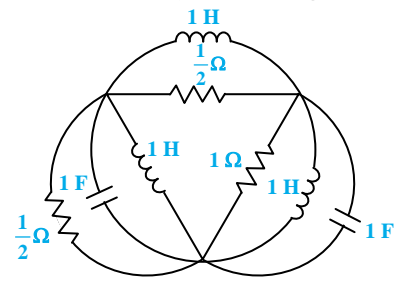
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

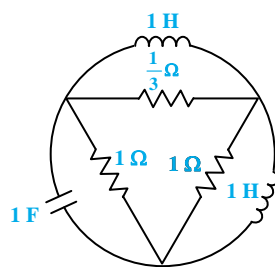
۲۰- دوگان مدار زیر کدام گزینه است؟



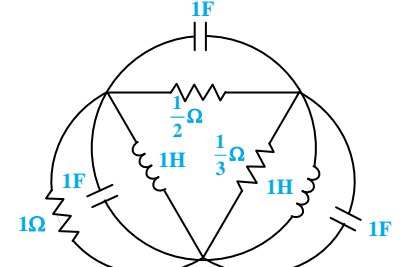
(۲)



(۱)



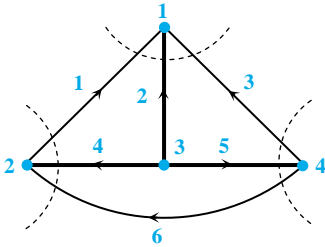
(۴)



(۳)

پاسخنامه آزمون فصل ششم

۱- گزینه «۲» با توجه به اینکه شاخه‌های درخت از تمامی گره‌ها تنها یک‌بار عبور کرده و تشکیل حلقه نمی‌دهند، به راحتی می‌توان به گزینه‌ی ۲ رسید.



۲- گزینه «۱» با توجه به اینکه کاتست‌های اساسی تنها از یک شاخه‌ی درخت و چند لینک عبور می‌کنند، بنابراین گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح می‌باشد. کاتست‌های اساسی مربوط به این گراف در شکل روبه‌رو مشخص شده است.

۳- گزینه «۳» با توجه به اینکه حلقه‌های اساسی شامل یک لینک و چند شاخه‌ی درخت می‌باشد پس گزینه‌های ۲ و ۴ به راحتی حذف می‌شوند. زیرا:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

I                      E

شاخه‌های درخت = ۱, ۲, ۳, ۴

گزینه‌های ۲ و ۴ تنها از شاخه‌های درخت تشکیل شده‌اند، پس نادرست هستند.

برای بدست آوردن معادلات حلقه‌ی اساسی ابتدا باید ماتریس B را محاسبه کنیم.

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow F = -E^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$BV = 0 \Rightarrow \text{معادلات حلقه‌های اساسی} : \begin{cases} -V_1 + V_2 = 0 \\ -V_2 + V_3 - V_4 + V_5 = 0 \\ V_1 - V_3 - V_4 + V_6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \{3, 5\}, \{2, 3, 4, 6\}, \{1, 3, 4, 7\}$$

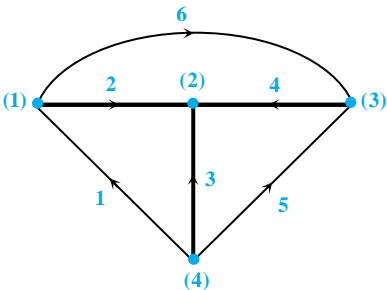
بنابراین داریم:

۵- گزینه «۴» با توجه به اینکه جهت جریان مش‌ها در شاخه‌های مشترک در خلاف یکدیگر می‌باشند، بنابراین عناصر روی قطر فرعی ماتریس امپدانس مش باید مقدار حقیقی منفی داشته باشند (زیرا R همواره مثبت است اما x بسته به وجود خازن یا سلف در شاخه‌ی مشترک می‌تواند مثبت یا منفی باشد). بنابراین گزینه‌های ۱ و ۳ نادرست می‌باشند.

هم‌چنین عناصر روی قطر فرعی باید با یکدیگر برابر باشند، بنابراین گزینه ۱ نادرست است. از طرفی چون عناصر روی قطر اصلی ماتریس برابر مجموع امپدانس‌های موجود در مش می‌باشد، بنابراین همواره قسمت حقیقی عناصر قطر اصلی از قدر مطلق قسمت حقیقی عناصر مربوط به همان سطر بزرگ‌تر هستند پس گزینه‌ی ۲ نیز نادرست است.

۷- گزینه «۱» سطر اول ماتریس  $A_a$  بیانگر این است که تنها شاخه‌های ۱ و ۲ به گره‌ی ۱ وصل بوده و هم‌چنین شاخه‌ی ۱ به گره‌ی ۱ وارد شده و شاخه‌ی ۲ از گره‌ی ۱ خارج می‌شود. بنابراین با بررسی گزینه‌ها مشاهده می‌شود تنها گزینه‌ی ۱ این ویژگی‌ها را دارا می‌باشد.

۸- گزینه «۴» با توجه به شاخه‌های درخت در نظر گرفته شده داریم:



$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

حال ماتریس واحد را تشکیل داده و  $F$  را از ماتریس  $B$  جدا می‌کنیم:

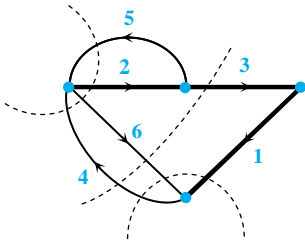
$$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 & 5 & 6 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_F$ 
 $\underbrace{\hspace{10em}}_I$

۹- گزینه «۲» با توجه به رابطه  $E = -F^T$  ماتریس  $E$  را بدست می‌آوریم:

$$E = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

۱۰- گزینه «۳» کاتست‌های اساسی گراف داده شده در شکل مشخص شده‌اند، بنابراین گزینه ۳ صحیح می‌باشد.



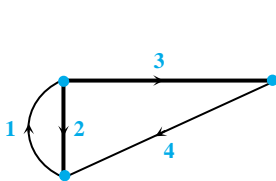
۱۱- گزینه «۲» با توجه به گراف تست قبل، حلقه‌های اساسی آن به صورت زیر می‌باشد:

$$\{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 6\}, \{2, 5\}$$

۱۲- گزینه «۳» سطر اول ماتریس  $B$  بیانگر این است که شاخه‌های ۱، ۴ و ۶ تشکیل یک حلقه اساسی می‌دهند، به طوری که شاخه‌های ۱ و ۶ هم‌جهت بوده و در خلاف جهت شاخه‌ی ۴ می‌باشند. بنابراین گزینه‌ی ۱ و ۲ نادرست هستند. از طرفی سطر سوم ماتریس  $B$  بیانگر این است که شاخه‌های ۳، ۵ و ۶ تشکیل یک حلقه‌ی اساسی می‌دهند، به طوری که شاخه‌های ۳ و ۵ هم‌جهت بوده و در خلاف جهت شاخه‌ی ۶ می‌باشند. از بین گزینه‌های باقیمانده، این شرط تنها در گزینه‌ی ۳ رعایت شده است.

۱۳- گزینه «۱» کاتست‌های اساسی از یک شاخه درخت در چند لینک عبور می‌کنند. از طرفی با توجه به ماتریس  $B$  داده شده، مشاهده می‌شود درخت در گراف مربوط به این ماتریس شامل شاخه‌های ۶، ۵ و ۴ می‌باشد و شاخه‌های ۳، ۲ و ۱ لینک‌های گراف را تشکیل می‌دهند. بنابراین با بررسی گزینه‌ها مشاهده می‌شود که در گزینه‌های ۲ و ۳ و ۴ از ۳ شاخه‌ی درخت در معادله‌ی کاتست استفاده شده است. در نتیجه گزینه‌ی ۱ می‌تواند پاسخ صحیح باشد.

۱۴- گزینه «۲» برای بدست آوردن  $Z_L$  طبق رابطه  $Z_L = B Z_b B^T$  کافی است ماتریس  $B$  را محاسبه کنیم:



$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Z_L = B Z_b B^T = \begin{bmatrix} R + \frac{1}{C_1 S} & \frac{-1}{C_1 S} \\ \frac{-1}{C_1 S} & LS + \frac{1}{C_1 S} + \frac{1}{C_2 S} \end{bmatrix}$$

۱۵- گزینه «۴» با توجه به ماتریس  $B$  داریم:

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_F$ 
 $\underbrace{\hspace{10em}}_I$

$$E = -F^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow Q = [I | E] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

۱۶- گزینه «۴» با توجه به گراف داده شده مشاهده می‌شود که شاخه‌های  $\{1, 2, 6\}$  و  $\{2, 4, 6\}$  نمی‌توانند تشکیل کانتست بدهند، بنابراین گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ نادرست می‌باشند.

۱۷- گزینه «۴» سطر اول ماتریس Q بیانگر این است که شاخه‌های ۱ و ۴ در یک کانتست قرار داشته و هم‌جهت می‌باشند، لذا گزینه‌های ۱ و ۳ نمی‌توانند صحیح باشند. با بررسی سطر سوم ماتریس مشاهده می‌شود شاخه‌های ۳، ۴ و ۵ تشکیل یک کانتست می‌دهند، به طوری که شاخه‌های ۳ و ۴ هم‌جهت و شاخه ۵ در خلاف جهت آن‌ها می‌باشد، لذا گزینه‌ی ۴ نیز حذف می‌شود. پس گزینه‌ی ۲ صحیح می‌باشد.

۱۸- گزینه «۳» با توجه به گراف داده شده مشاهده می‌شود شاخه‌های  $\{1, 2, 5\}$ ،  $\{4, 3, 5\}$ ،  $\{1, 2, 3\}$  نمی‌توانند تشکیل حلقه دهند، بنابراین گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ نادرست می‌باشند.

۱۹- گزینه «۱» با توجه به ماتریس Q داریم:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad F = -E^T = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B = [F|I] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۲۰- گزینه «۳» برای بدست آوردن دوگان مواد داده شده بر طبق مراحل ذکر شده در متن درس، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

