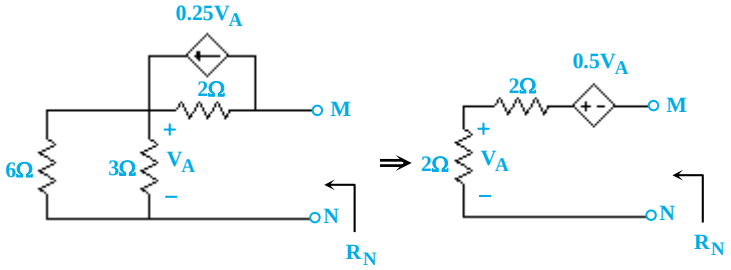
آزمون فصل دهم

۱ـ گزینه «۲» ابتدا منابع مستقل را بی‌اثر می‌کنیم:



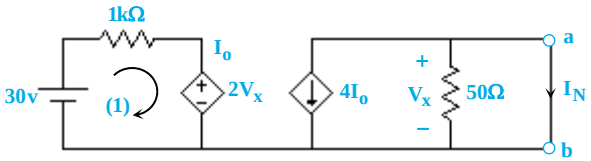
حال مقاومت معادل منبع ولتاژ وابسته را محاسبه می‌کنیم:

$$R_q=\frac{0/5V_A}{-\frac{V_A}{2}}=-1\Omega$$

بنابراین داریم:

$$R_N=2+2-1=3\Omega$$

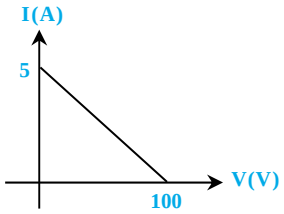
۲ـ گزینه «۱» با توجه به متفاوت بودن جریان نورتن در گزینه‌ها، کافی است این جریان را محاسبه کنیم، بنابراین با اتصال کوتاه کردن خروجی داریم:



$$\Rightarrow\begin{cases}V_x=0\\ I_N=-4I_o\end{cases}$$

$$KVL\ (1):-30+10^3\,I_o+2V_x=0\rightarrow I_o=\frac{30}{10^3}A\rightarrow I_N=-0/12\ A$$

۳ـ گزینه «۴» ابتدا با توجه به مشخصه‌ی $V-I$ داده شده برای شبکه، معادل تونن را محاسبه می‌کنیم:



$$I=-\frac{5}{100}V+5\Rightarrow V=20I+100$$

می‌دانیم که حداکثر توان دریافتی توسط مقاومت R زمانی رخ می‌دهد که R برابر مقاومت تونن دیده شده از دو سر آن باشد. بنابراین حداکثر توان دریافتی برابر است با:

$$P_{o\,max}=\frac{1}{4}\frac{V_{th}^2}{R_{th}}=\frac{1}{4}\times\frac{100^2}{20}=125\,w$$

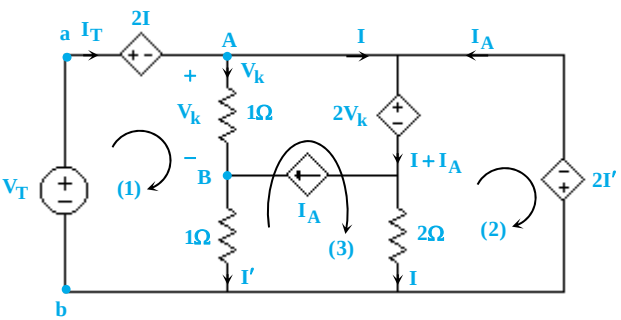
۴ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه شبکه مقاومتی می‌باشد، برای I داریم:

$$I=aV_s+bI_s\rightarrow\begin{cases}100a+10b=4\\ 50a+3b=2/5\end{cases}\rightarrow a=0/065,b=-0/25$$

بنابراین به ازای مقادیر جدید منابع ولتاژ و جریان خواهیم داشت:

$$I=0/065\times80-0/25\times7=3/45A$$

۵ـ گزینه «۲» با اعمال منبع ولتاژ V_T با جریان تزریقی I_T در دو سر a,b و اعمال KVL و KCL های مورد نیاز داریم:



$$KCL\,(A):I_T=V_k+I\quad(1)$$

$$KVL\ (1):V_T=2I+V_k+I'\quad(2)$$

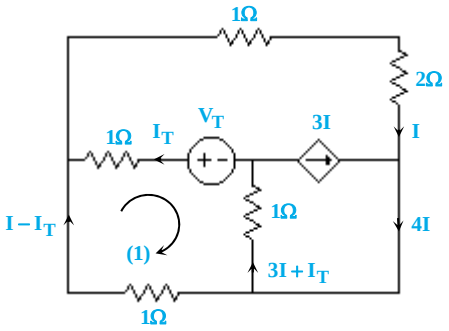
$$KVL\,(2):-2V_k-2I'-2I=0\Rightarrow I+I'+V_k=0\quad(3)$$

$$KVL\,(3):-V_k+2V_k+2I-I'=0\Rightarrow I'=V_k+2I\quad(4)$$

$$(3),(2)\rightarrow V_T=I$$

$$(3),(4)\rightarrow V_k=-\frac{3}{2}I\xrightarrow{(1)}I_T=-\frac{1}{2}I\Rightarrow R_{th}=\frac{V_T}{I_T}=-2\Omega$$

۶ـ گزینه «۳» ابتدا منابع مستقل را بی‌اثر می‌کنیم. پس با اعمال KVL در حلقه‌های مدار داریم:



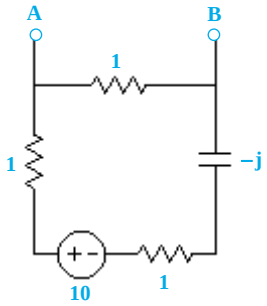
$$KVL(1): -I_T + V_T - (3I + I_T) + (I - I_T) = 0 \Rightarrow V_T = 3I_T + 2I \quad (1)$$

$$KVL\ (\text{حلقه‌ی بیرونی}): 3I + (I - I_T) = 0 \Rightarrow I = \frac{I_T}{4} \quad (2)$$

$$(1),(2) \rightarrow V_T = (3 + \frac{1}{2}) I_T = 3/5\, I_T \rightarrow R_{th} = 3/5\Omega$$

۷ـ گزینه «۴» برای محاسبه‌ی ولتاژ مدار باز دو سر A و B از قضیه‌ی جمع آثار استفاده می‌کنیم:

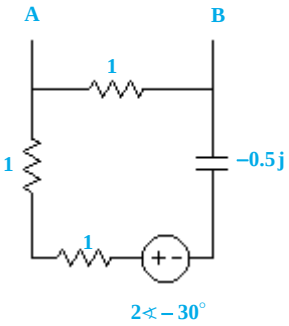
حالت اول: ولتاژ مدار باز ناشی از منبع $10\cos t$:



$$\Rightarrow V_{AB_1} = \frac{1}{3 - j} \times 10 = 3/2 \angle 18/4^\circ$$

$$\Rightarrow V_{oc_1}(t) = 3/2 \cos(t + 18/4^\circ)$$

حالت دوم: ولتاژ مدار باز ناشی از منبع $2\cos(2t - 30^\circ)$:



$$V_{AB_2} = \frac{1}{3 - 0/5\, j} \times 2\angle -30^\circ = 0/66 \angle -20/5^\circ$$

$$V_{oc_2}(t) = 0/66 \cos(2t - 20/5^\circ)$$

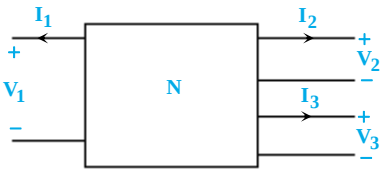
بنابراین ولتاژ مدار باز برابر است با:

$$V_{oc}(t) = V_{oc_1}(t) + V_{oc_2}(t) = 3/2 \cos(t + 18/4^\circ) + 0/66 \cos(2t - 20/5^\circ)$$

۸ـ گزینه «۱» با استفاده از قضیه‌ی تلگان داریم:

$$V_1\hat{I}_1 + V_2\hat{I}_2 = \hat{V}_1 I_1 + \hat{V}_2 I_2 \Rightarrow 10\times 0 + 0\times 11 = \hat{V}_1 \times (-3) + 10\times 4 \Rightarrow \hat{V}_1 = \frac{40}{3} v$$

۹ـ گزینه «۴» با توجه به اینکه مدار خطی و تغییرناپذیر با زمان می‌باشد، بنابراین قضیه‌های جمع آثار و هم‌پاسخی برقرار می‌باشد. در نتیجه داریم:



قضیه‌ی جمع آثار: $\hat{V}_1 = \hat{V}_1|_{\text{ناشی از منبع ولتاژ}} + \hat{V}_1|_{\text{ناشی از منبع جریان}}$

از طرفی با توجه به قضیه‌ی هم‌پاسخی داریم:

$$\frac{\hat{V}_1}{\hat{V}_3}\Big|_{\hat{I}_1 = 0} = \frac{I_3}{-I_1}\Big|_{V_3 = 0} \Rightarrow \hat{V}_1|_{\text{ناشی از منبع ولتاژ}} = \frac{\frac{-1}{s+4} + \frac{13}{s+3}}{\frac{16}{s+4}} \times \frac{16}{s+4} = \frac{13}{s+3} - \frac{1}{s+4}$$

$$\frac{\hat{V}_1}{-\hat{I}_2}\Big|_{\hat{I}_1 = 0} = \frac{V_2}{-I_1}\Big|_{I_2 = 0} \Rightarrow \hat{V}_1|_{\text{ناشی از منبع جریان}} = \frac{\frac{-4}{s+3} + \frac{4}{s+4}}{\frac{16}{s+4}} \times \frac{4}{s+4} = \frac{1}{s+4} - \frac{1}{s+3}$$

$$\hat{V}_1 = \frac{12}{s+3} \Rightarrow \hat{V}_1(t) = 12e^{-3t}$$

۱۰ـ گزینه «۱» با توجه به فرم کلی پاسخ مدار مرتبه‌ی اول داریم:

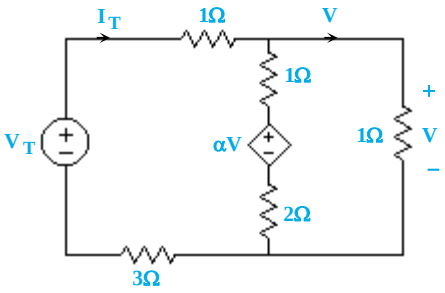
$$V_c(t)=V_c(\infty)+[V_c(\circ)-V_c(\infty)]e^{-\frac{t}{Rc}}$$

$$V_c(t)=۱\circ-۴e^{-at}\rightarrow\begin{cases}V_c(\infty)=۱\circ v\\ V_c(\circ)=۶v\end{cases}$$

در صورتی که مدار معادل تونن دیده شده از دو سر خازن را محاسبه کنیم، $V_c(\infty)$ همان ولتاژ تونن می‌باشد (خازن در بی‌نهایت مدار باز می‌شود). از طرفی وقتی در حالت جدید منابع ۲ برابر شود، ولتاژ تونن نیز ۲ برابر می‌شود. بنابراین داریم:

$$V_c(\infty)=۱\circ\times۲=۲\circ v\Rightarrow V_c(t)=۲\circ+(۶-۲\circ)e^{-at}=۲\circ-۱۴e^{-at}$$

۱۱ـ گزینه «۴» برای محاسبه‌ی مقاومت تونن دیده شده از دو سر AB منبع ولتاژ V_T با جریان تزریقی I_T را در دو سر A,B قرار می‌دهیم:



$$KVL\ (\text{حلقه‌ی چپ}):V_T=۴I_T+۳(I_T-V)+\alpha V$$

$$\Rightarrow V_T=۷I_T+(\alpha-۳)V\quad(۱)$$

$$KVL\ (\text{حلقه‌ی بیرونی}):V_T=۴I_T+V\quad(۲)$$

$$(۱),(۲)\rightarrow V_T=۴I_T+\frac{V_T-۷I_T}{\alpha-۳}\Rightarrow(\alpha-۴)V_T=[۴(\alpha-۳)-۷]I_T\Rightarrow V_T=\frac{۴\alpha-۱۹}{\alpha-۴}I_T$$

$$\Rightarrow R_{AB}=\frac{۴\alpha-۱۹}{\alpha-۴}\xrightarrow{R_{AB}=\circ}\alpha=\frac{۱۹}{۴}$$

۱۲ـ گزینه «۳» ابتدا اندازه‌گیری‌های انجام شده را به حوزه‌ی فازور می‌بریم:

آزمایش اول $\begin{cases}V_۱=۸\angle۱۶\circ^\circ\\ I_۱=۲\angle۱۸\circ^\circ\\ V_۲=\circ\\ I_۲=۴\angle-۱۸\circ^\circ\end{cases}$ آزمایش دوم $\begin{cases}\hat{V}_۱=۲\angle۵\circ^\circ\\ \hat{I}_۱=?\\ \hat{V}_۲=۱\angle۱۵^\circ\\ \hat{I}_۲=?\end{cases}$

با استفاده از قضیه‌ی تلگان داریم:

$$V_۱\hat{I}_۱+V_۲\hat{I}_۲=\hat{V}_۱I_۱+\hat{V}_۲I_۲\Rightarrow(۸\angle۱۶\circ)\times(\hat{I}_۱)+\underbrace{\circ\times\hat{I}_۲}_{\circ}=(۲\angle۵^\circ)(۲\angle۱۸\circ^\circ)+(۱\angle۱۵^\circ)(۴\angle-۱۸\circ^\circ)$$

$$\Rightarrow\hat{I}_۱=۱\angle۳\circ\rightarrow I_۱(t)=\cos(\omega t+۳\circ^\circ)$$

۱۳ـ گزینه «۳» با استفاده از قضیه‌ی تلگان داریم: (دقت شود که جهت جریان $I_۲$ معکوس می‌باشد)

$$V_۱\hat{I}_۱+V_۲(-\hat{I}_۲)=V_۱\hat{I}_۱+V_۲(-\hat{I}_۲)$$

$$\Rightarrow ۳\circ t\times I_۱(t)+\circ\times-I_۲(t)=(۱۵t+۳\circ)(۱\circ t)+(۳\circ t+۷/۵)(-۴t)\Rightarrow I_۱(t)=۵t+۱\circ-۴t-۱=t+۹$$

۱۴ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه شبکه‌ی N مقاومتی می‌باشد، داریم:

$$I=aI_۲+bV_۱$$

حال با توجه به آزمایش‌های انجام شده، پارامترهای a و b را محاسبه می‌کنیم:

آزمایش اول: $I_۲=۳\ ,\ V_۱=۳\ ,\ I=۶\Rightarrow ۳a+۳b=۶\Rightarrow a+b=۲\quad(۱)$

آزمایش دوم: $I_۲=-۲\ ,\ V_۱=\circ\ ,\ I=۲\Rightarrow -۲a=۲\Rightarrow a=-۱\xrightarrow{(۱)}b=۳$

بنابراین به ازای مقادیر جدید $I_۱,V_۱$ داریم:

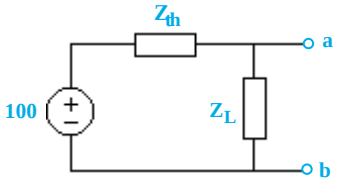
$$I=-I_۲+۳V_۱=-\circ+۳\times(-۲)=-۶A$$

۱۵ـ گزینه «۳» می‌دانیم ولتاژ تونن همان ولتاژ مدار باز می‌باشد. از طرفی وقتی امپدانس Z_L بی‌نهایت باشد، معادل مدار باز بودن سرهای a, b می‌باشد. بنابراین داریم:

$$V_{th} = V_{ab}\big|_{Z_L \to \infty} = ۱۰۰V$$

پس گزینه‌های ۲ و ۴ نادرست هستند.

حال فرض می‌کنیم مدار معادل تونن شامل $V_{th} = ۱۰۰V$ و $Z_{th} = R + jX$ باشد، آنگاه خواهیم داشت:

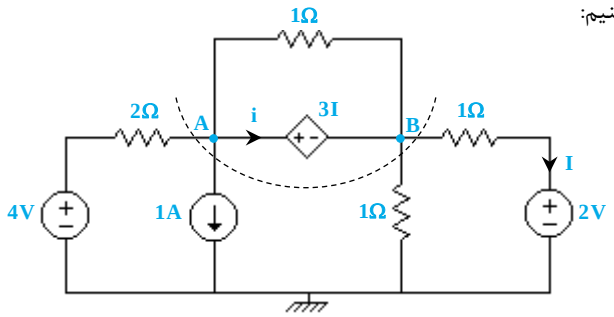


$$\text{if } Z_L = -۸j \Rightarrow |V_{ab}| = ۱۶$$

$$\Rightarrow \frac{|Z_L|}{|Z_{th}+Z_L|} \times ۱۰۰ = ۱۶ \Rightarrow \frac{۸}{\sqrt{R^۲+(X-۸)^۲}} = ۱۶ \Rightarrow R^۲ + (X-۸)^۲ = ۲۵$$

با بررسی گزینه‌ها مشاهده می‌شود که گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح می‌باشد.

۱۶ـ گزینه «۲» ابتدا با تحلیل مدار ولتاژ و جریان منبع ولتاژ وابسته را محاسبه می‌کنیم:



$$I = \frac{V_B - ۲}{۱} = V_B - ۲ \qquad (۱)$$

با نوشتن KCL در ابرگره AB داریم:

$$\frac{V_A - ۴}{۲} + ۱ + \frac{V_B}{۱} + \frac{V_B - ۲}{۱} = ۰ \Rightarrow V_A + ۴V_B = ۶ \qquad (۲)$$

از طرف دیگر داریم:

$$V_A = V_B + ۳I = V_B + ۳V_B - ۶ = ۴V_B - ۶ \qquad (۳)$$

$$(۲),(۳) \Rightarrow \begin{cases} V_A + ۴V_B = ۶ \\ V_A - ۴V_B = -۶ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_A = ۰ \\ V_B = ۱/۵V \end{cases}$$

حال می‌توان نوشت:

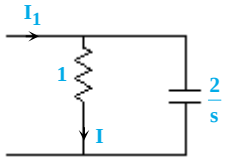
$$I = V_B - ۲ = -۰/۵A$$

$$i = -\frac{V_A - ۴}{۲} - ۱ + \frac{V_B - V_A}{۱} = ۲ - ۱ + ۱/۵ = ۲/۵A$$

طبق قضیه جانشینی می‌توان منبع وابسته را با مقاومت معادل R به صورت مقابل جایگزین کرد:

$$R = \frac{V}{i} = \frac{۳I}{i} = \frac{-۳ \times ۰/۵}{۲/۵} = -۰/۶\Omega$$

۱۷ـ گزینه «۴» ابتدا جریان مقاومت ۱ اهمی را در شکل الف محاسبه می‌کنیم:



$$\begin{cases} I(s) = \dfrac{\frac{۲}{s}}{۱+\frac{۲}{s}} I_۱(s) = \dfrac{۲}{s+۲} I_۱(s) \\ I_۱(s) = \dfrac{۳}{۴s} - \dfrac{\frac{۱}{۴}}{s+۱} - \dfrac{\frac{۱}{۲}}{s+۳} \end{cases}$$

$$\rightarrow I(s) = \frac{\frac{۳}{۲}}{s(s+۲)} - \frac{\frac{۱}{۲}}{(s+۱)(s+۲)} - \frac{۱}{(s+۳)(s+۲)}$$

$$\Rightarrow I(s) = \frac{۳}{۴s} - \frac{\frac{۱}{۲}}{s+۱} + \frac{۱}{s+۳} - \frac{\frac{۵}{۴}}{s+۲} \Rightarrow I(t) = \frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۲}e^{-t} + e^{-۳t} - \frac{۵}{۴}e^{-۲t}$$

حال با استفاده از قضیه‌ی هم‌پاسخی داریم:

$$\frac{I}{u(t)} = \frac{V_۲'}{u(t)} \Rightarrow V_۲'(t) = I(t) \Rightarrow V_۲'(t) = \frac{۳}{۴} - ۱/۲۵e^{-۲t} - \frac{۱}{۲}e^{-t} + e^{-۳t}$$

۱۸ـ گزینه «۳» با توجه به معادله‌ی بدست آمده در آزمایش اول داریم:

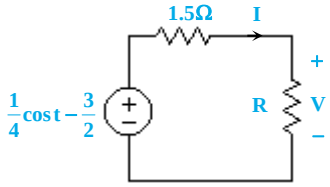
$$۴V+۶I-۱+۶\cos t=۰ \Rightarrow V=\frac{۳}{۲}(-I)+\frac{۱}{۴}-\frac{۳}{۲}\cos t$$

$$V_T=R_{th}I_T+k_۱I_s+k_۲V_s \xrightarrow[I=-I_T]{V=V_T} R_{th}=۱/۵\ ,\ k_۱=\frac{۱}{۱۶}\ ,\ k_۲=-\frac{۳}{۸}$$

حال در صورت تغییر منابع مستقل، ولتاژ تونن را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{th}=k_۱I_s+k_۲V_s=\frac{I_s-۶V_s}{۱۶}=\frac{۱}{۴}\cos t-\frac{۳}{۲}$$

بنابراین داریم:



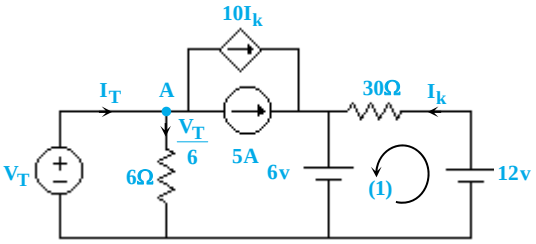
برای جذب توان حداکثر توسط مقاومت بار، مقدار R باید برابر ۱/۵ باشد. حال با استفاده از قضیه‌ی جمع آثار داریم:

$$P_R=P_{۱R}|_{ds}+P_{۲R}|_{ac\ منبع}$$

$$P_{۱R}=\frac{V_{th}^۲}{۴R_{th}}=\frac{(\frac{۳}{۲})^۲}{۴\times۱/۵}=۰/۳۷۵w\ ,\ P_{۲R}=\frac{V_{th(rms)}^۲}{۴R_{th}}=\frac{(\frac{۱}{۴\sqrt{۲}})^۲}{۴\times۱/۵}=۰/۰۰۵w$$

$$P_R=۰/۳۸w$$

۱۹ـ گزینه «۱» ابتدا منبع ولتاژ V_T با جریان تزریقی I_T را در دو سر B,A متصل می‌کنیم. سپس با اعمال KVL و KCL مدار معادل تونن را بدست می‌آوریم:



$$KVL(۱):-۱۲+۳۰I_k+۶=۰ \rightarrow I_k=\frac{۱}{۵}A$$

$$KCL(A):I_T=\frac{V_T}{۶}+۵+۱۰I_k=\frac{V_T}{۶}+۷ \Rightarrow V_T=۶I_T-۴۲ \Rightarrow \begin{cases}R_{th}=۶\Omega\\V_{th}=-۴۲\ v\end{cases}$$

۲۰ـ گزینه «۴» با توجه به شکل مدار داریم:

$$\begin{cases}V=\frac{R_۲}{R_۱+R_۲}V_s\\V_o=R_۳(I_s+g_mV)\end{cases} \rightarrow V_o=R_۳(I_s+\frac{g_mR_۲V_s}{R_۱+R_۲})$$

با توجه به معادله‌ی V_o تنها در صورتی می‌توانیم بگوییم خروجی در حالت جدید چند برابر شده است که I_s و V_s به یک میزان تغییر کنند. به طور مثال در صورتی که هر دو ۲ برابر شوند، خروجی نیز دو برابر می‌شود. بنابراین تغییرات V_o در حالت خواسته شده وابسته به المان‌های مدار و مقادیر اولیه‌ی V_s و I_s می‌باشد.