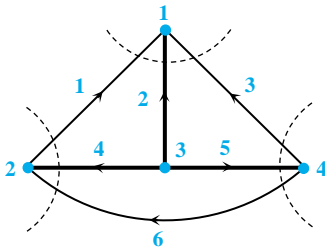




آزمون فصل ششم

۱- گزینه «۲» با توجه به اینکه شاخه‌های درخت از همه‌ی گره‌ها تنها یک‌بار عبور کرده و تشکیل حلقه نمی‌دهند، به راحتی می‌توان به گزینه‌ی ۲ رسید.



۲- گزینه «۱» با توجه به اینکه کانتست‌های اساسی تنها از یک شاخه‌ی درخت و چند

لینک عبور می‌کنند، بنابراین گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح می‌باشد. کانتست‌های اساسی مربوط

به این گراف در شکل روبه‌رو مشخص شده است.

۳- گزینه «۱» برای محاسبه‌ی ماتریس F کافی است ماتریس حلقه‌های اساسی را بدست آورده و ماتریس واحد آن را حذف کنیم.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow F = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۴- گزینه «۳» با توجه به اینکه حلقه‌های اساسی شامل یک لینک و چند شاخه‌ی درخت می‌باشد پس گزینه‌های ۲ و ۴ به راحتی حذف می‌شوند. زیرا:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

شاخه‌های درخت = ۱, ۲, ۳, ۴

گزینه‌های ۲ و ۴ تنها از شاخه‌های درخت تشکیل شده‌اند، پس نادرست هستند.

برای بدست آوردن معادلات حلقه‌ی اساسی ابتدا باید ماتریس B را محاسبه کنیم.

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow F = -E^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$BV = 0 \Rightarrow \text{معادلات حلقه‌های اساسی} : \begin{cases} -V_p + V_d = 0 \\ -V_p + V_r - V_f + V_e = 0 \\ V_1 - V_p - V_f + V_v = 0 \end{cases} \Rightarrow \{3, 5\}, \{2, 3, 4, 6\}, \{1, 3, 4, 7\}$$

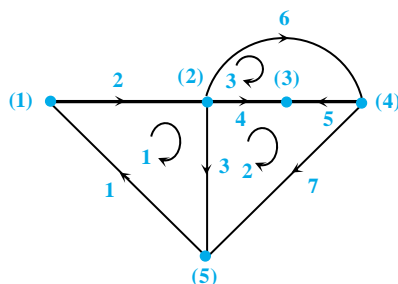
بنابراین داریم:

۵- گزینه «۴» با توجه به اینکه جهت جریان مش‌ها در شاخه‌های مشترک در خلاف یکدیگر می‌باشند، بنابراین عناصر روی قطر فرعی ماتریس امپدانس مش باید مقدار حقیقی منفی داشته باشند (زیرا R همواره مثبت است اما X بسته به وجود خازن یا سلف در شاخه‌ی مشترک می‌تواند مثبت یا منفی باشد). بنابراین گزینه‌های ۱ و ۳ نادرست می‌باشند.

هم‌چنین عناصر روی قطر فرعی باید با یکدیگر برابر باشند، بنابراین گزینه ۱ نادرست است.

از طرفی چون عناصر روی قطر اصلی ماتریس برابر مجموع امپدانس‌های موجود در مش می‌باشد، بنابراین همواره قسمت حقیقی عناصر قطر اصلی از قدر مطلق قسمت حقیقی عناصر مربوط به همان سطر بزرگ‌تر هستند پس گزینه‌ی ۲ نیز نادرست است.

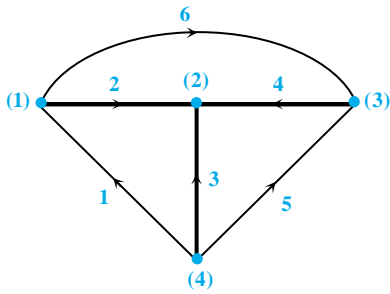
۶- گزینه «۱» با توجه به گراف، مشاهده می‌شود مدار شامل ۳ مش می‌باشد. لذا ماتریس M_a به صورت زیر قابل محاسبه است.



$$M_a = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ \text{حلقه‌ی بیرونی} & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

دقت شود که جهت مثبت حلقه‌ی خارجی پادساعتگرد می‌باشد.

۷- گزینه «۱» سطر اول ماتریس A_a بیانگر این است که تنها شاخه‌های ۱ و ۲ وصل بوده و هم‌چنین شاخه‌ی ۱ به گره‌ی ۱ وارد شده و شاخه‌ی ۲ از گره‌ی ۱ خارج می‌شود. بنابراین با بررسی گزینه‌ها مشاهده می‌شود تنها گزینه‌ی ۱ این ویژگی‌ها را دارا می‌باشد.



۸- گزینه «۴» با توجه به شاخه‌های درخت در نظر گرفته شده داریم:

$$B = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

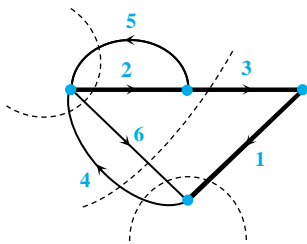
حال ماتریس واحد را تشکیل داده و F را از ماتریس B جدا می‌کنیم:

$$B = \begin{matrix} & \begin{matrix} 2 & 3 & 4 & 1 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

F I

$$E = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

۹- گزینه «۲» با توجه به رابطه‌ی $E = -F^T$ ماتریس E را بدست می‌آوریم:



۱۰- گزینه «۳» کاتست‌های اساسی گراف داده شده در شکل مشخص شده‌اند. بنابراین گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

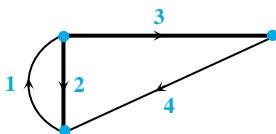
$$\{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 6\}, \{2, 5\}$$

۱۱- گزینه «۲» با توجه به گراف تست قبل، حلقه‌های اساسی آن به صورت روبه‌رو می‌باشد:

۱۲- گزینه «۳» سطر اول ماتریس B بیانگر این است که شاخه‌های ۱، ۴ و ۶ تشکیل یک حلقه اساسی می‌دهند، به طوری که شاخه‌های ۱ و ۶ هم‌جهت بوده و در خلاف جهت شاخه‌ی ۴ می‌باشند. بنابراین گزینه‌ی ۱ و ۲ نادرست هستند. از طرفی سطر سوم ماتریس B بیانگر این است که شاخه‌های ۳، ۵ و ۶ تشکیل یک حلقه‌ی اساسی می‌دهند، به طوری که شاخه‌های ۳ و ۵ هم‌جهت بوده و در خلاف جهت شاخه‌ی ۶ می‌باشند. از بین گزینه‌های باقیمانده، این شرط تنها در گزینه‌ی ۳ رعایت شده است.

۱۳- گزینه «۱» کاتست‌های اساسی از یک شاخه درخت در چند لینک عبور می‌کنند. از طرفی با توجه به ماتریس B داده شده، مشاهده می‌شود درخت در گراف مربوط به این ماتریس شامل شاخه‌های ۶، ۵ و ۴ می‌باشد و شاخه‌های ۳، ۲ و ۱ لینک‌های گراف را تشکیل می‌دهند. بنابراین با بررسی گزینه‌ها مشاهده می‌شود که در گزینه‌های ۲ و ۳ و ۴ از ۲ و ۳ شاخه‌ی درخت در معادله‌ی کاتست استفاده شده است. در نتیجه گزینه‌ی ۱ می‌تواند پاسخ صحیح باشد.

۱۴- گزینه «۲» برای بدست آوردن Z_L طبق رابطه‌ی $Z_L = B Z_b B^T$ کافی است ماتریس B را محاسبه کنیم:



$$B = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$Z_L = B Z_b B^T = \begin{bmatrix} R + \frac{1}{C_1 s} & \frac{-1}{C_1 s} \\ \frac{-1}{C_1 s} & LS + \frac{1}{C_1 s} + \frac{1}{C_1 s} \end{bmatrix}$$

۱۵- گزینه «۴» با توجه به ماتریس B داریم:

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad E = -F^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$\underbrace{\quad\quad\quad}_F \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_I$

$$\Rightarrow Q = [I | E] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

۱۶- گزینه «۴» با توجه به گراف داده شده مشاهده می‌شود که شاخه‌های $\{1, 2, 6\}$ و $\{2, 4, 6\}$ نمی‌توانند تشکیل کانتست بدهند، بنابراین گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ نادرست می‌باشند.

۱۷- گزینه «۴» سطر اول ماتریس Q بیانگر این است که شاخه‌های ۱ و ۴ در یک کانتست قرار داشته و هم‌جهت می‌باشند، لذا گزینه‌های ۱ و ۳ نمی‌توانند صحیح باشند. با بررسی سطر سوم ماتریس مشاهده می‌شود شاخه‌های ۳، ۴ و ۵ تشکیل یک کانتست می‌دهند، به طوری که شاخه‌های ۳ و ۴ هم‌جهت و شاخه ۵ در خلاف جهت آن‌ها می‌باشد، لذا گزینه‌ی ۴ نیز حذف می‌شود. پس گزینه‌ی ۲ صحیح می‌باشد.

۱۸- گزینه «۳» با توجه به گراف داده شده مشاهده می‌شود شاخه‌های $\{1, 2, 5\}$ ، $\{4, 3, 5\}$ ، $\{1, 2, 3\}$ نمی‌توانند تشکیل حلقه دهند، بنابراین گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ نادرست می‌باشند.

۱۹- گزینه «۱» با توجه به ماتریس Q داریم:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad F = -E^T = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$\underbrace{\quad\quad\quad}_I \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_E$

$$\Rightarrow B = [F | I] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۲۰- گزینه «۳» برای بدست آوردن دوگان مواد داده شده بر طبق مراحل ذکر شده در متن درس، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

