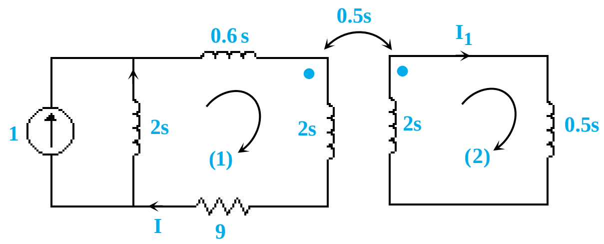
## آزمون فصل هشتم

**۱ـ گزینه «۳»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم (همچنین M را محاسبه می‌کنیم: $M=k\sqrt{L_۱L_۲}=۰/۵$).

حال با اعمال KVL در حلقه‌های ۱و۲ داریم:




$$KVL(۱): ۲s(I-۱)+۰/۶sI+۲sI-۰/۵sI_۱+۹I=۰$$

$$\Rightarrow\ (۴/۶s+۹)I-۰/۵sI_۱=۲s \qquad (۱)$$

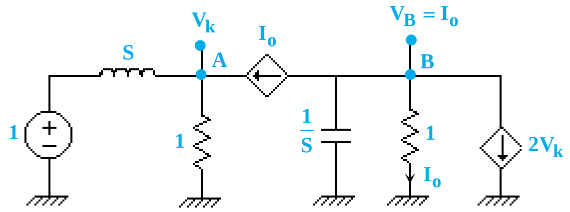
$$KVL(۲): ۲sI_۱-۰/۵sI+۰/۵sI_۱=۰ \Rightarrow I=۵I_۱ \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲)\ \rightarrow (۴/۵s+۹)\times I=۲s \Rightarrow I=\frac{۲s}{۴/۵s+۹}=\frac{\frac{۴}{۹}(s+۲)-\frac{۸}{۹}}{s+۲}=\frac{۴}{۹}-\frac{\frac{۸}{۹}}{s+۲}$$

با اعمال لاپلاس معکوس داریم:

$$i(t)=\frac{۴}{۹}\delta(t)-\frac{۸}{۹}e^{-۲t}u(t)$$

**۲ـ گزینه «۴»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم سپس با اعمال KCL در گره‌های A و B، تبدیل لاپلاس $V_k$ را بدست می‌آوریم:




$$KCL(A): \frac{V_k-۱}{s}+V_k=I_o \Rightarrow (s+۱)V_k-sI_o=۱ \quad (۱)$$

$$KCL(B): ۲V_k+I_o+sI_o+I_o=۰ \Rightarrow I_o=-\frac{۲V_k}{s+۲} \quad (۲)$$

$$(۱),(۲)\rightarrow (s+۱)V_k+\frac{۲s}{s+۲}V_k=۱ \Rightarrow V_k=\frac{s+۲}{s^۲+۵s+۲}$$

**۳ـ گزینه «۳» روش تشریحی:** با توجه به تعریف تابع شبکه داریم:

$$H(s)=\frac{y(s)}{x(s)}=\frac{s+۱}{s^۲+۳s+۲}\rightarrow (s^۲+۳s+۲)y=(s+۱)x \Rightarrow y''+۳y'+۲y=x'+x$$

از آنجا که ورودی برابر صفر است، بنابراین خواهیم داشت:

$$x=۰\Rightarrow y''+۳y'+۲y=۰\ ,\ y(۰)=۲\ ,\ y'(۰)=-۱$$

با حل معادله‌ی دیفرانسیل فوق داریم:

$$y=k_۱e^{-۲t}+k_۲e^{-t}\ \xrightarrow[y'(۰)=-۱]{y(۰)=۲}\ \begin{cases}k_۱=-۱\\k_۲=۳\end{cases}$$

**روش تستی:** با بررسی گزینه‌ها مشاهده می‌شود که تنها در گزینه‌ی ۳ شرط $y(۰)=۲$ ارضا می‌شود.

**۴ـ گزینه «۴»** ابتدا تابع تبدیل مدار مورد نظر را بدست می‌آوریم:

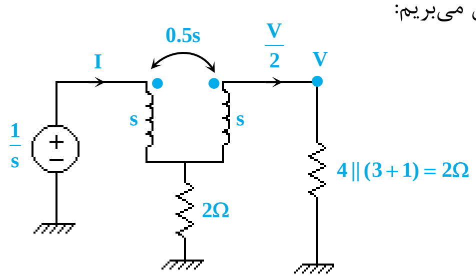
$$s(t)=۱-te^{-t}-e^{-t}\ \rightarrow h(t)=\frac{ds(t)}{dt}=-e^{-t}+te^{-t}+e^{-t}=te^{-t}\ \Rightarrow H(s)=L(h(t))=\frac{۱}{(s+۱)^۲}$$

حال با توجه به فاز ورودی و فاز تابع شبکه به ازای فرکانس ورودی داریم:

$$x(t)=۶\cos(t+۳۰^\circ)\rightarrow X=۶\sphericalangle ۳۰$$

$$H(j\omega)=\frac{۱}{(۱+j\omega)^۲}\ \rightarrow H(۱j)=\frac{۱}{(۱+j)^۲}=-۰/۵\,j \Rightarrow\ Y=X\times H(j\omega)=(-۰/۵j)\times ۶\sphericalangle ۳۰=۳\sphericalangle -۶۰^\circ$$

**۵ـ گزینه «۱»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:




حال با اعمال kvl در دو حلقه‌ی موجود داریم:

$$\text{KVL (حلقه‌ی چپ)}: \frac{-۱}{s}+sI-۰/۵s\times(\frac{V}{۲})+۲\times(I-\frac{V}{۲})=۰ \Rightarrow (s+۲)I-(\frac{s}{۴}+۱)V=\frac{۱}{s} \quad (۱)$$

$$\text{KVL (حلقه‌ی راست)}: ۲\times(\frac{V}{۲}-I)+\frac{sV}{۲}-۰/۵sI+V=۰ \Rightarrow (\frac{s}{۲}+۲)V-(\frac{s}{۲}+۲)I=۰ \Rightarrow I=V \quad (۲)$$

$$(۱),(۲) \rightarrow (\frac{۳}{۴}s+۱)V=\frac{۱}{s} \Rightarrow v=\frac{\frac{۴}{۳}}{s(s+\frac{۴}{۳})}=\frac{۱}{s}-\frac{۱}{s+\frac{۴}{۳}}$$

با اعمال تبدیل لاپلاس معکوس داریم:

$$V(t)=۱-e^{-\frac{۴}{۳}t}$$

از طرفی داریم:

$$V_o(t)=\frac{۳}{۱+۳}V(t) \Rightarrow V_o(t)=\frac{۳}{۴}-\frac{۳}{۴}e^{-\frac{۴}{۳}t}$$

**۶ـ گزینه «۱»** با توجه به تعریف امپدانس و همچنین با استفاده از قضیه‌ی مقدار اولیه مقدار $V_S$ را به دست می‌آوریم:

$$Z(s)=\frac{V_s(s)}{I(s)}=\frac{s^۲+۳s+۴}{۳s^۲+s+۹} \Rightarrow I(s)=\frac{۳s^۲+s+۹}{s^۲+۳s+۴}V_s(s)$$

$$I(۰^+)=\lim_{s\to\infty} sI(s)=\lim_{s\to\infty} s.V_s(s).\frac{۳s^۲+s+۹}{s^۲+۳s+۴}=۱۰ \Rightarrow V_s(s)=\frac{۱۰}{۳s} \xrightarrow{L^{-۱}} V_s(t)=\frac{۱۰}{۳}u(t)$$

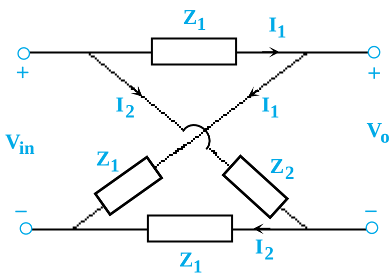
**۷ـ گزینه «۳»** برای محاسبه‌ی انرژی ذخیره در خازن در $t=\infty$، کافی است ولتاژ نهایی خازن را با استفاده از قضیه‌ی مقدار نهایی بدست آوریم:

$$\begin{cases} H(s)=\frac{V_o(s)}{V_{in}(s)}=\frac{۳(s+۳۰)}{۳s+۱} \\ V_{in}(s)=\frac{۱}{۳s} \end{cases} \Rightarrow V_o(s)=\frac{s+۳۰}{s(۳s+۱)}$$

$$V_c(\infty)=V_o(\infty)=\lim_{s\to۰} SV_o(s)=\lim_{s\to۰}\frac{s+۳۰}{۳s+۱}=۳۰$$

$$E_c(\infty)=\frac{۱}{۲}CV_c^۲(\infty)=\frac{۱}{۲}\times۱\times۳۰^۲=۴۵۰j$$

**۸ـ گزینه «۱»** ابتدا به صورت پارامتری مدار را تحلیل کرده و تابع انتقال مورد نظر را بدست می‌آوریم (خروجی مدار باز است):

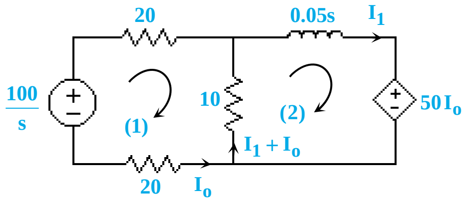



$$\underbrace{V_{in}=۲Z_۱I_۱}_{(۱)}=Z_۲I_۲+Z_۱I_۲ \Rightarrow I_۲=\frac{۲Z_۱}{Z_۱+Z_۲}I_۱ \quad (۲)$$

$$V_o=-Z_۱I_۱+Z_۲I_۲ \xrightarrow{(۲)} V_o=\frac{Z_۱Z_۲-Z_۱^۲}{Z_۱+Z_۲}I_۱ \xrightarrow{(۱)} V_o=\frac{Z_۱Z_۲-Z_۱^۲}{۲Z_۱(Z_۱+Z_۲)}V_{in}$$

$$\frac{V_o}{V_{in}}=\frac{Z_۱Z_۲-Z_۱^۲}{(Z_۱+Z_۲)(۲Z_۱)} \xrightarrow[Z_۲=\frac{۱}{۲s}]{Z_۱=\frac{۱}{۲}} \frac{V_o(s)}{V_{in}(s)}=\frac{\frac{۱}{۴s}-\frac{۱}{۴}}{(\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲s})\times۱}=\frac{۱-s}{۲s+۲}$$

**۹ـ گزینه «۴»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم. سپس با اعمال kvl در حلقه‌ی چپ و راست، $I_o$ را بدست می‌آوریم:



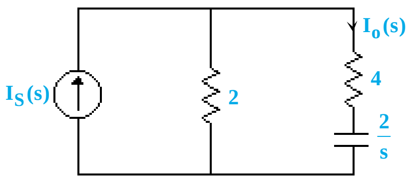

$$\begin{cases} kvl\,(۱): ۵۰I_o + ۱۰I_۱ = -\dfrac{۱۰۰}{s} & (۱) \\ kvl\,(۲): (۰/۰۵s+۱۰)I_۱ + ۱۰I_o = -۵۰I_o \Rightarrow I_۱ = \dfrac{-۶۰I_o}{۰/۰۵s+۱۰} & (۲) \end{cases}$$

$$(۱),(۲) \rightarrow ۵۰I_o + ۱۰\times(\frac{-۶۰I_o}{۰/۰۵s+۱۰}) = -\frac{۱۰۰}{s} \Rightarrow I_o = \frac{۵s-۱۰۰۰}{s(۲/۵s-۱۰۰)} = \frac{-۲s-۴۰۰}{s(s-۴۰)} \Rightarrow I_o = \frac{۱۰}{s} - \frac{۱۲}{s-۴۰}$$

بنابراین در حوزه‌ی زمان خواهیم داشت:

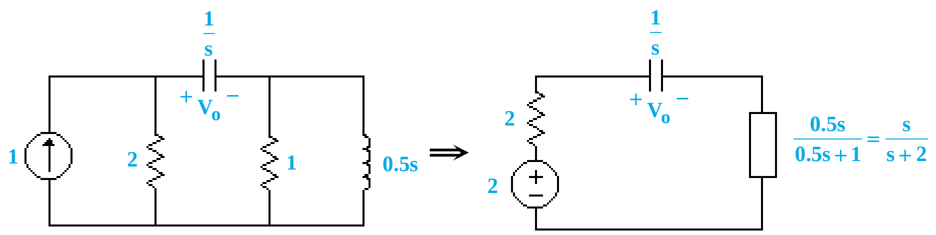
$$I_o(t) = ۱۰u(t) - ۱۲e^{۴۰t}$$

**۱۰ـ گزینه «۴»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم و سپس با اعمال تقسیم جریان $\frac{I_o}{I_S}$ را محاسبه می‌کنیم:



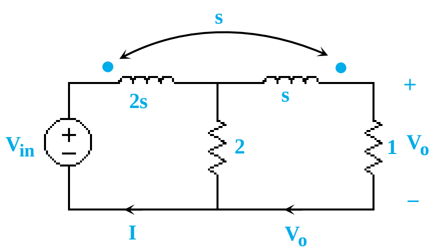

$$\frac{I_o(s)}{I_S(s)} = \frac{۲}{۲+۴+\frac{۲}{s}} = \frac{۲s}{۶s+۲} = \frac{s}{۳s+۱}$$

**۱۱ـ گزینه «۳»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم و سپس با ساده‌سازی خواهیم داشت:




$$V_o = \frac{\frac{۱}{s}}{۲+\frac{۱}{s}+\frac{s}{s+۲}} \times ۲ = \frac{۲s+۴}{۳s^۲+۵s+۲} \xrightarrow{s=j\omega} V_o(j\omega) = \frac{۴+۲\omega j}{۲-۳\omega^۲+۵\omega j}$$

**۱۲ـ گزینه «۳»** ابتدا تابع شبکه‌ی مدار را بدست می‌آوریم:




$$kvl\ (\text{حلقه چپ}): -V_{in} + (۲s+۲)I - (s+۲)V_o = ۰ \Rightarrow (۲s+۲)I - (s+۲)V_o = V_{in}$$

$$kvl\ (\text{حلقه راست}): (s+۳)V_o - (s+۲)I = ۰ \Rightarrow I = \frac{s+۳}{s+۲}V_o \qquad (۲)$$

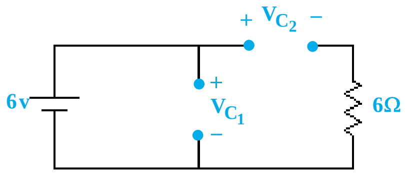
$$(۱),(۲) \rightarrow [\frac{(s+۳)(۲s+۲)}{s+۲} - (s+۲)]V_o = V_{in} \Rightarrow \frac{V_o}{V_{in}} = H(s) = \frac{s+۲}{s^۲+۴s+۲} \Rightarrow H(j\omega) = \frac{۲+\omega j}{۲-\omega^۲+۴\omega j}$$

$$V_{in} = \cos t \rightarrow \begin{cases} \omega = ۱ \\ V_{in} = ۱\angle ۰ \end{cases} \Rightarrow V_o = V_{in} \times H(j\omega) = ۱ \times \frac{۲+j}{۱+۴j} \simeq ۰/۵۴\angle -۴۹/۴^\circ V$$

بنابراین در حوزه‌ی زمان خواهیم داشت:

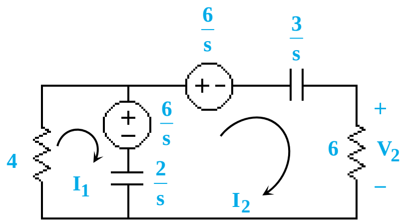
$$V_o(t) = ۰/۵۴\cos(t - ۴۹/۴^\circ)$$

**۱۳ـ گزینه «۱»** ابتدا شرایط اولیه‌ی مدار را محاسبه می‌کنیم:




$$V_{C_1}(0^-) = V_{C_2}(0^-) = 6v$$

حال مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



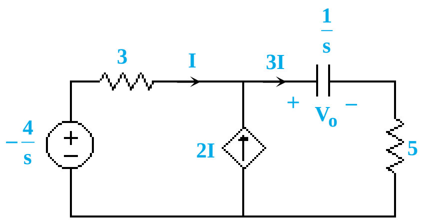

$$KVL(1): 4I_1 + \frac{6}{s} + \frac{2}{s}(I_1 - I_2) = 0 \Rightarrow (4s+2)I_1 - 2I_2 = -6 \qquad (1)$$

$$KVL(2): \frac{2}{s}(I_2 - I_1) - \frac{6}{s} + \frac{6}{s} + \frac{3}{s}I_2 + 6I_2 = 0 \Rightarrow (6s+5)I_2 = 2I_1 \qquad (2)$$

$$(1),(2) \rightarrow \left[\frac{(4s+2)(6s+5)}{2} - 2\right]I_2 = -6 \Rightarrow I_2 = \frac{-6}{12s^2+16s+3} \simeq \frac{-0.5}{(s+0.2)(s+1.1)}$$

$$V_2 = 6I_2 \simeq \frac{-3}{(s+0.2)(s+1.1)}$$

**۱۴ـ گزینه «۳»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

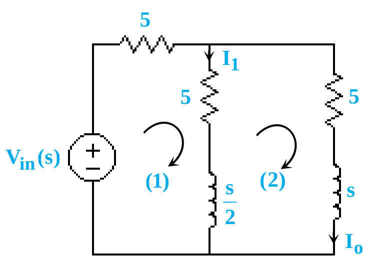



حال با اعمال KVL در حلقه‌ی بیرونی داریم:

$$+\frac{4}{s} + 3I + \frac{3}{s}I + 15I = 0 \Rightarrow (18s+3)I = -4 \Rightarrow I = \frac{-4}{18s+3}$$

$$V_o = \frac{1}{s} \times 3I = \frac{-4}{s(6s+1)} = \frac{-\frac{2}{3}}{s(6s+1)} = \frac{-\frac{2}{3}}{s(s+\frac{1}{6})} = \frac{-4}{s} + \frac{4}{s+\frac{1}{6}} \Rightarrow V_o(t) = (-4 + 4e^{-\frac{t}{6}})u(t)$$

**۱۵ـ گزینه «۲»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



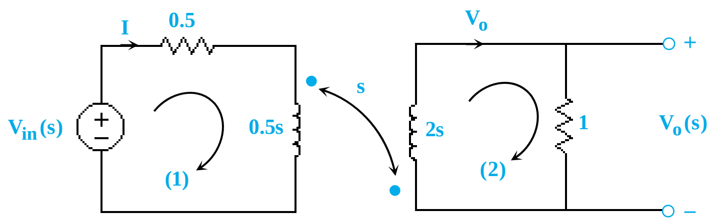

حال با اعمال kvl در حلقه‌های چپ و راست مدار داریم:

$$KVL(1): -V_{in} + 5(I_1 + I_o) + (5 + \frac{s}{2})I_1 = 0 \Rightarrow (\frac{s}{2} + 10)I_1 + 5I_o = V_{in} \qquad (1)$$

$$KVL(2): (5+s)I_o = (5 + \frac{s}{2})I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{2s+10}{s+10}I_o \qquad (2)$$

$$(1),(2) \rightarrow \left[\frac{(s+20)(s+5)}{s+10} + 5\right]I_o = V_{in} \Rightarrow \frac{I_o}{V_{in}} = \frac{s+10}{s^2+30s+150}$$

**۱۶ـ گزینه «۱»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



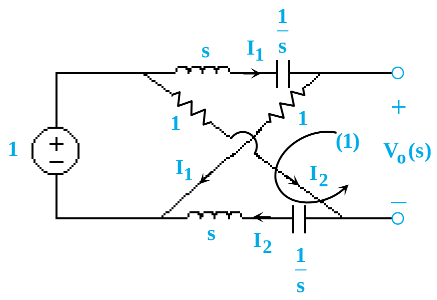

حال با اعمال kvl در حلقه‌های ۱و۲ داریم:

$$kvl(1): -V_{in}+0/5I+0/5sI+sV_o=0 \Rightarrow (s+1)I+2sV_o=2V_{in} \qquad (1)$$

$$kvl(2): (2s+1)V_o+sI=0 \Rightarrow I=-\frac{2s+1}{s}V_o \qquad (2)$$

$$(1),(2) \rightarrow [-\frac{(s+1)(2s+1)}{s}+2s]V_o=2V_{in} \Rightarrow \frac{V_o}{V_{in}}=\frac{-2s}{3s+1}$$

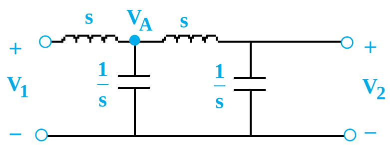
**۱۷ـ گزینه «۲»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم و سپس با اعمال kvl در حلقه‌های موجود $V_o(s)$ را بدست می‌آوریم:



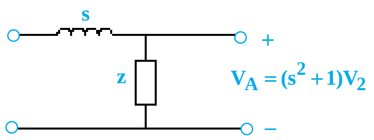

$$(s+\frac{1}{s}+1)I_1=(s+\frac{1}{s}+1)I_2=V_{in}(s)=1 \Rightarrow I_1=I_2=\frac{s}{s^2+s+1} \qquad (1)$$

$$kvl(1) \Rightarrow V_o(s)=I_1-(s+\frac{1}{s})I_2=I_2-(s+\frac{1}{s})I_1 \xrightarrow{(1)} V_o(s)=\frac{-s^2+s-1}{s^2+s+1}$$

**۱۸ـ گزینه «۲»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



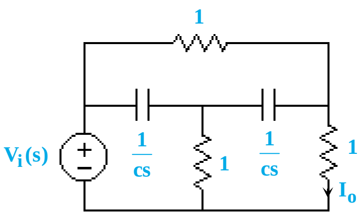

حال با اعمال تقسیم ولتاژ داریم:




$$V_2=\frac{\frac{1}{s}}{s+\frac{1}{s}}V_A \Rightarrow V_A=(s^2+1)V_2 \qquad (1)$$

$$Z=(s+\frac{1}{s})\|\frac{1}{s}=\frac{s^2+1}{s^3+2s} \Rightarrow V_A=\frac{\frac{s^2+1}{s^3+2s}}{s+\frac{s^2+1}{s^3+2s}}V_{in}=\frac{s^2+1}{s^4+3s^2+1}V_{in} \xrightarrow{(1)} \frac{V_2}{V_{in}}=\frac{1}{s^4+3s^2+1}$$

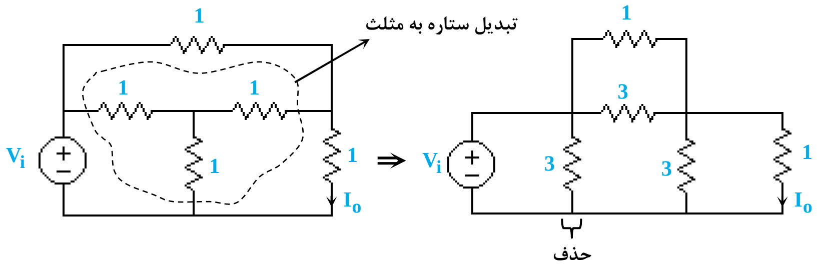
**۱۹ـ گزینه «۳»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم (شکل روبه‌رو):

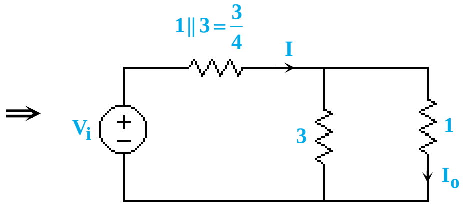



حال با تحلیل مدار به ازای sهای ۰ و $\frac{۱}{c}$ می‌خواهیم گزینه‌ی صحیح را تشخیص دهیم:

بنابراین گزینه‌های ۲و۳ می‌توانند صحیح باشند. $s=۰ \to I_o=\frac{V_i}{۲} \to \frac{I_o}{V_i}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow$

و برای $S=\frac{۱}{C}$ داریم:




$$I=\frac{V_i}{\frac{۳}{۴}+۳\|۱}=\frac{۲}{۳}V_i$$

$$I_o=\frac{۳}{۱+۳}I=\frac{V_i}{۲} \Rightarrow \frac{I_o}{V_i}=\frac{۱}{۲}$$

با بررسی شرط $\left.\frac{I_o}{V_i}\right|_{s=\frac{۱}{c}}=\frac{۱}{۲}$ مشاهده می‌شود که تنها گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح می‌باشد.

---

**۲۰ـ گزینه «۲»** با توجه به اینکه فرکانس ورودی برابر $\omega=۲$ می‌باشد، مقدار $H(j\omega)$ را به ازای این فرکانس محاسبه می‌کنیم:

$$H(۲j)=\frac{۴j(۱+۲j)}{۸-۴}=-۲+j=۲/۲۳\measuredangle ۱۵۳^\circ$$

در حالت دائمی سینوسی داریم:

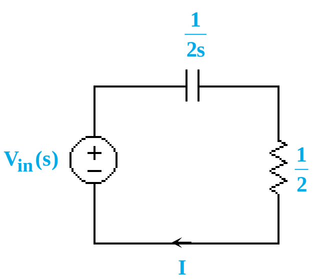
$$\Rightarrow Y(j\omega)=X(j\omega)\times H(j\omega) \xrightarrow[X(۲j)=۶\measuredangle ۳۰^\circ]{\omega=۲} Y(۲j)=(۶\measuredangle ۳۰^\circ).(۲/۲۳\measuredangle ۱۵۳^\circ)=۱۳/۳۸\measuredangle ۱۸۳^\circ$$

بنابراین در حوزه‌ی زمان خواهیم داشت:

$$y(t)=۱۳/۳۸\cos(۲t+۱۸۳^\circ)$$

---

**۲۱ـ گزینه «۲»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:




$$I(s)=\frac{V_{in}(s)}{\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲s}}=\frac{۲sV_{in}(s)}{s+۱}$$

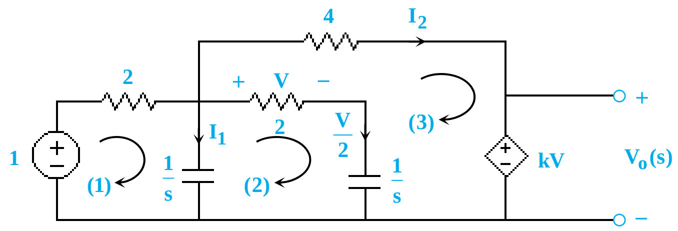
$$V_{in}(t)=(u(t)-u(t-۴))\times ۲۰ \xrightarrow{\text{لاپلاس}} V_{in}(s)=\frac{۲۰}{s}-\frac{۲۰e^{-۴s}}{s}$$

$$I(s)=\frac{۴۰-۴۰e^{-۴s}}{s+۱}$$

با اعمال معکوس تبدیل لاپلاس داریم:

$$I(t)=۴۰e^{-t}u(t)-۴۰e^{-(t-۴)}u(t-۴)$$

**۲۲ـ گزینه «۲»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:




حال با اعمال KVL در حلقه‌های موجود داریم:

$$kvl(۱):-۱+۲\times(I_۱+I_۲+\frac{V}{۲})+\frac{I_۱}{s}=۰ \Rightarrow (۲s+۱)I_۱+۲sI_۲+sV=s \quad (۱)$$

$$kvl(۲):V+\frac{V}{۲s}=\frac{I_۱}{s} \Rightarrow I_۱=\frac{۲s+۱}{۲}V \quad (۲)$$

$$kvl(۳):۴I_۲+kV=V+\frac{V}{۲s} \Rightarrow I_۲=\frac{۲s(۱-k)+۱}{۸s}V \quad (۳)$$

$$(۱),(۲),(۳) \rightarrow \frac{(۲s+۱)(۲s+۱)}{۲}V+\frac{۲s(۱-k)+۱}{۴}V+sV=s$$

$$\Rightarrow V=\frac{s}{۲s^۲+(\frac{۷}{۲}-\frac{k}{۲})s+\frac{۱}{۴}} \xrightarrow{V_o=kV} V_o(s)=\frac{ks}{۲s^۲+(\frac{۷}{۲}-\frac{k}{۲})s+\frac{۱}{۴}}$$

از طرفی داریم:

$$V_o(s)=\frac{۴}{s+۱}-\frac{۲}{s+\frac{۱}{۲}}=\frac{۲s}{s^۲+\frac{۳}{۲}s+\frac{۱}{۲}}=\frac{ks}{۲s^۲+(\frac{۷}{۲}-\frac{k}{۲})s+\frac{۱}{۴}} \Rightarrow k=۴$$

**۲۳ـ گزینه «۳»** با توجه به تابع ضربه‌ی داده شده، تابع شبکه را محاسبه می‌کنیم:

$$h(t)=۱۲e^{-۲t} \rightarrow H(s)=\frac{۱۲}{s+۲}$$

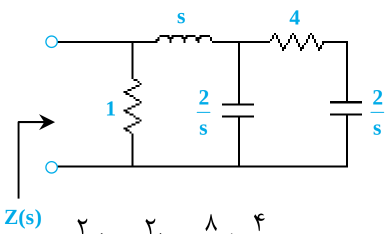
حال برای حالت دائمی سینوسی مدار به ازای ورودی کسینوسی با فرکانس ۲ داریم:

$$Y=X.H(۲j)=(۱\measuredangle ۰)\times\frac{۱۲}{۲+۲j}=۳-۳j$$

بنابراین پاسخ غیرمیرای مدار در حوزه‌ی زمان، به شکل روبه‌روست:

$$y_{ss}(t)=۳\cos ۲t-۳\cos(۲t+۹۰)=۳\cos ۲t+۳\sin ۲t$$

**۲۴ـ گزینه «۱»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:




$$Z(s)=۱||[s+\underbrace{\frac{۲}{s}||(۴+\frac{۲}{s})}_{Z_۱}]$$

$$Z_۱(s)=\frac{\frac{۲}{s}(۴+\frac{۲}{s})}{۴+\frac{۴}{s}}=\frac{\frac{۸}{s}+\frac{۴}{s^۲}}{۴+\frac{۴}{s}}=\frac{۸s+۴}{۴s^۲+۴s}=\frac{۲s+۱}{s^۲+s} \longrightarrow Z(s)=\frac{\frac{۲s+۱}{s(s+۱)}+s}{\frac{۲s+۱}{s(s+۱)}+s+۱}=\frac{s^۳+s^۲+۲s+۱}{s^۳+۲s^۲+۳s+۱}$$

**۲۵ـ گزینه «۲»** با توجه به رابطه‌ی $Y(s)=X(s)H(s)$ داریم:

$$Y(s)=\frac{s^۲+۳s+۵}{(s+۲)(s+۳)}\times\frac{۱}{s+۱}=\frac{\frac{۳}{۲}}{s+۱}-\frac{۳}{s+۲}+\frac{\frac{۵}{۲}}{s+۳}$$

بنابراین داریم:

$$y(t)=L^{-۱}[y(s)]=(۱/۵e^{-t}-۳e^{-۲t}+۲/۵e^{-۳t})u(t)$$

**۲۶ـ گزینه «۳»** ابتدا با توجه به مقادیر عددی پارامترهای داده شده، ماتریس $SI-A$ را تشکیل می‌دهیم:

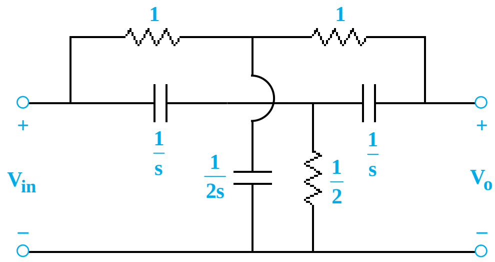
$$A=\begin{bmatrix}-4 & 4\\ -2 & 0\end{bmatrix}\Rightarrow sI-A=\begin{bmatrix}s+4 & -4\\ 2 & s\end{bmatrix}$$

بنابراین معادله‌ی مشخصه‌ی مدار برابر است با: $\det(sI-A)=0\rightarrow s^2+4s+8=0$ : معادله‌ی مشخصه

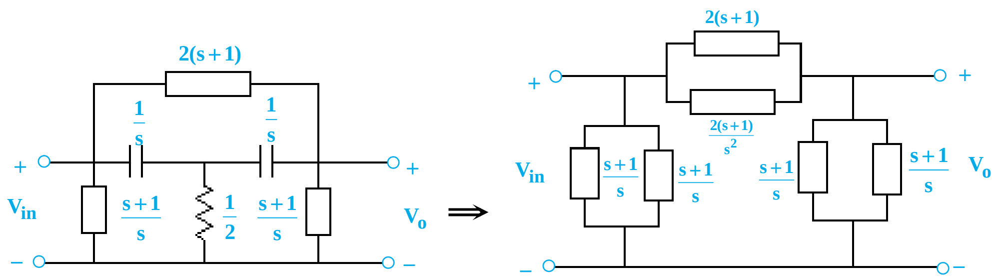
بنابراین با بررسی گزینه‌ها مشاهده می‌شود که گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح می‌باشد. البته قابل ذکر است که $H(s)$ را می‌توان از رابطه‌ی زیر محاسبه کرد:

$$H(s)=C(sI-A)^{-1}B=[1\ \ 0]\times\frac{1}{s^2+4s+8}\begin{bmatrix}s & 4\\ -2 & s+4\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}0\\ 2\end{bmatrix}=\frac{8}{s^2+4s+8}$$

**۲۷ـ گزینه «۳»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



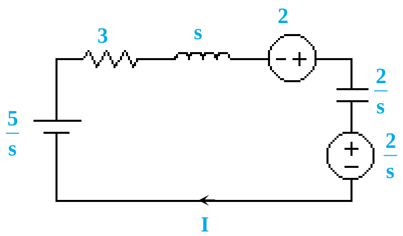

با اعمال تبدیل ستاره به مثلث در دو مرحله داریم:




بنابراین داریم:

$$V_o=\frac{(\frac{s+1}{s})\|(\frac{s+1}{s})}{(\frac{s+1}{s})\|(\frac{s+1}{s})+2(s+1)\|\frac{2(s+1)}{s^2}}=\frac{\frac{s+1}{2s}}{\frac{s+1}{2s}+\frac{2(s+1)}{s^2+1}}=\frac{s^2+1}{s^2+4s+1}$$

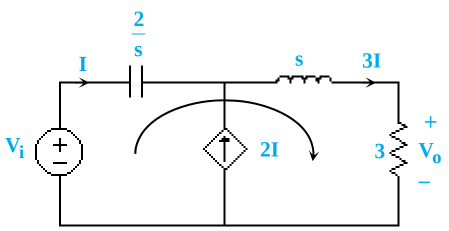
**۲۸ـ گزینه «۱»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:




$$I=\frac{2+\frac{5}{s}-\frac{2}{s}}{s+3+\frac{2}{s}}=\frac{2s+3}{s^2+3s+2}=\frac{2s+3}{(s+1)(s+2)}$$

**۲۹ـ گزینه «۴»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم (شکل روبه‌رو):

حال با اعمال kvl در حلقه‌ی بیرونی داریم:




$$-V_i+\frac{2}{s}I+(s+3)\times 3I=0\Rightarrow I=\frac{V_i}{\frac{2}{s}+3(s+3)}=\frac{sV_i}{3s^2+9s+2}$$

از طرفی داریم:

$$V_o=3\times 3I=9I=\frac{9s}{3s^2+9s+2}V_i\Rightarrow\frac{V_o}{V_i}=\frac{9s}{3s^2+9s+2}$$

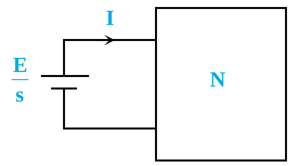
**۳۰ــ گزینه «۳»** با استفاده از قضیه‌های مقدار نهایی و مقدار اولیه داریم:

$$f(0^+)=\lim_{s\to\infty} sF(s)=5 \qquad f(\infty)=\lim_{s\to 0} sF(s)=-2$$

بنابراین:

$$\frac{f(0^+)}{f(\infty)}=-\frac{5}{2}$$

**۳۱ــ گزینه «۲»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

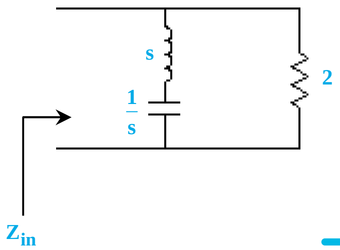



$$\frac{\frac{E}{s}}{I}=Z(s)=\frac{s^2+s+2}{2s^2+s+1} \Rightarrow I(s)=\frac{E}{s}\cdot\frac{2s^2+s+1}{s^2+s+2}$$

حال با استفاده از قضیه‌ی مقدار اولیه داریم:

$$I(0^+)=\lim_{s\to\infty} sI(s)=2E=6 \to E=3$$

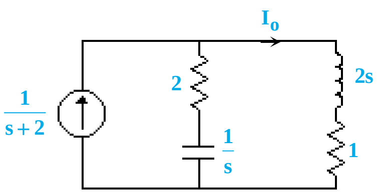
**۳۲ــ گزینه «۳»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:




$$Z_{in}(s)=(s+\frac{1}{s})\|2=\frac{2\frac{(s^2+1)}{s}}{s+\frac{1}{s}+2}=\frac{2(s^2+1)}{s^2+2s+1}$$

**۳۳ــ گزینه «۳»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم (شکل روبه‌رو):

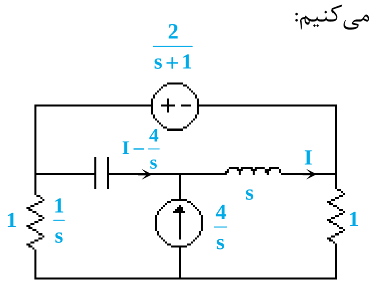
حال با استفاده از تقسیم جریان داریم:




$$I_o=\frac{2+\frac{1}{s}}{2s+\frac{1}{s}+3}\times\frac{1}{s+2}$$

$$I_o=\frac{2s+1}{(s+2)(2s^2+3s+1)}=\frac{1}{(s+2)(s+1)}=\frac{1}{s+1}-\frac{1}{s+2} \to I_o(t)=(e^{-t}-e^{-2t})u(t)$$

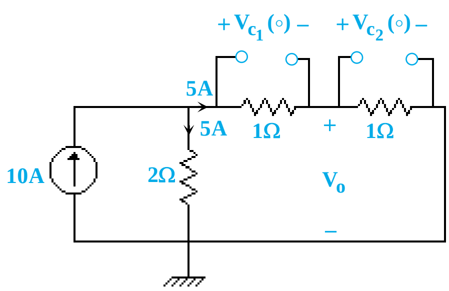
**۳۴ــ گزینه «۴»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم، سپس با اعمال KVL در حلقه بالایی، $I(s)$ را محاسبه می‌کنیم:




$$kvl: \frac{2}{s+1}-sI-\frac{1}{s}(I-\frac{4}{s})=0 \Rightarrow I(s+\frac{1}{s})=\frac{4}{s^2}+\frac{2}{s+1} \Rightarrow I(s)=\frac{2s^2+4s+4}{s(s^2+1)(s+1)}$$

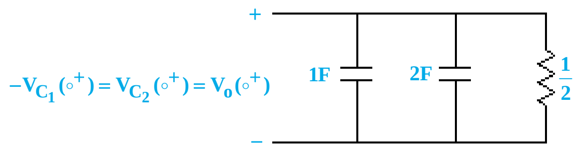
$$I(s)=\frac{AS+B}{s^2+1}+\underbrace{\frac{4}{s}-\frac{1}{s+1}}_{\text{پاسخ گذرا}} \longrightarrow I_{\text{گذرا}}(t)=(4-e^{-t})u(t)$$

**۳۵ـ گزینه «۳»** ابتدا شرایط اولیه‌ی مدار را در زمان $t=\circ^+$ بدست می‌آوریم:



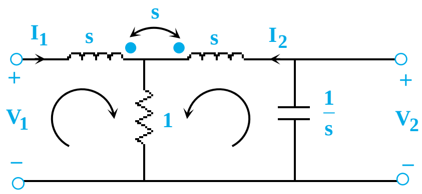

$$V_{c_1}(\circ^{\pm})=V_{c_۲}(\circ^{\pm})=۵v$$

در لحظه‌ی صفر مثبت، دو خازن با هم موازی می‌شوند، ولی پلاریته‌ی معکوس نسبت به هم دارند.




$$V_o(\circ^+)=\frac{c_۲V_{c_۲}(\circ^-)-c_۱V_{c_۱}(\circ^-)}{c_۱+c_۲}=\frac{۲\times۵-۱\times۵}{۲+۱}=\frac{۵}{۳}v$$

**۳۶ـ گزینه «۴»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم و سپس با اعمال kvl در حلقه‌های مدار نسبت $\frac{V_۲(s)}{V_۱(s)}$ را محاسبه می‌کنیم.




$$\text{KVL (حلقه‌ی چپ)}:-V_۱+sI_۱+sI_۲+(I_۱+I_۲)=\circ\ \Rightarrow\ V_۱=(s+۱)I_۱+(s+۱)I_۲\qquad(۱)$$

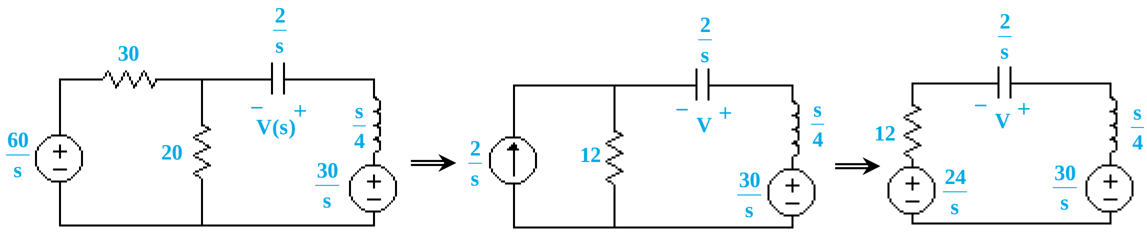
$$\text{KVL (حلقه‌ی راست)}:\frac{۱}{s}I_۲+sI_۲+sI_۱+I_۱+I_۲=\circ\Rightarrow(\frac{۱}{s}+s+۱)I_۲+(s+۱)I_۱=\circ\qquad(۲)$$

$$(۱),(۲)\rightarrow V_۱=-(\frac{۱}{s}+s+۱)I_۲+(s+۱)I_۲\ \Rightarrow\ V_۱=-\frac{۱}{s}I_۲$$

از طرفی داریم:

$$V_۲=-\frac{۱}{s}I_۲=V_۱\ \Rightarrow\ \frac{V_۲}{V_۱}=۱$$

**۳۷ـ گزینه «۲»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



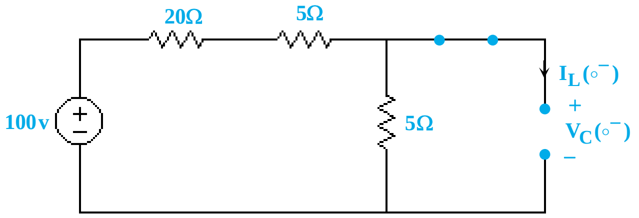

حال با اعمال تقسیم ولتاژ در مدار ساده شده داریم:

$$V(s)=\frac{\frac{۲}{s}}{\frac{s}{۴}+۱۲+\frac{۲}{s}}\times\frac{(-۲۴+۳\circ)}{s}=\frac{۴۸}{s(s^۲+۴۸s+۸)}$$

$$V(s)\simeq\frac{۶}{s}+\frac{\circ/\circ۲}{s+۴۷/۸}-\frac{۶}{s+\circ/۱۶}\ \Rightarrow V_o(t)=(۶+\circ/\circ۲e^{-۴۷/۸t}-۶e^{-\circ/۱۶t})u(t)$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

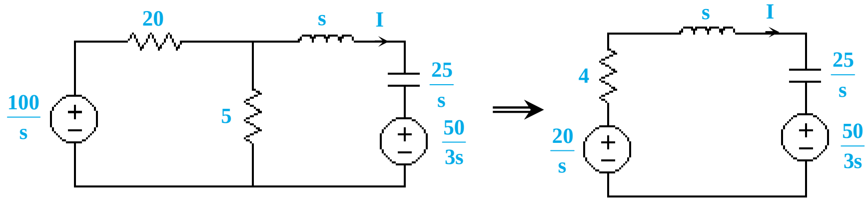
**۳۸ـ گزینه «۳»** ابتدا مدار را در لحظه‌ی $t=\circ^-$ تحلیل می‌کنیم:




$$I_L(\circ^-)=\circ$$

$$V_C(\circ^-)=\frac{۵}{۳\circ}\times ۱\circ\circ=\frac{۵\circ}{۳}v$$

حال مدار را برای زمان‌های $t>\circ$ به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

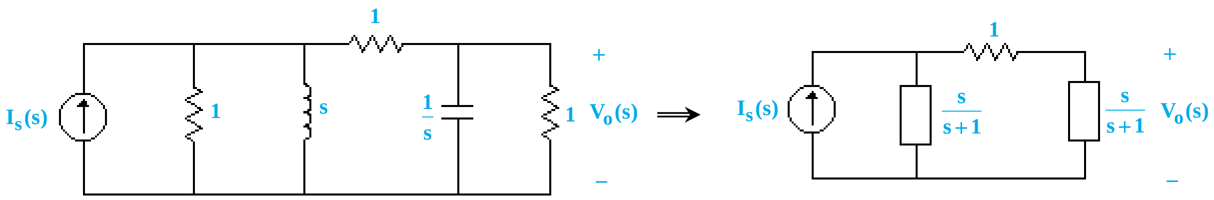


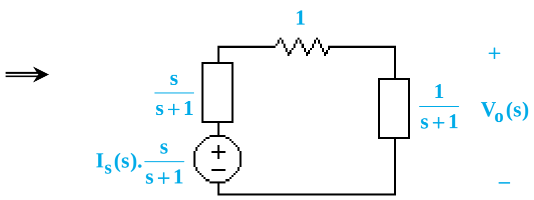

بنابراین:

$$I(s)=\frac{\frac{۱\circ}{۳s}}{s+۴+\frac{۲۵}{s}}=\frac{\frac{۱\circ}{۳}}{s^۲+۴s+۲۵}=\frac{\frac{۱\circ}{۳}}{(s+۲)^۲+۲۱}\Rightarrow I(t)=\frac{۱\circ}{۳}\times\frac{۱}{\sqrt{۲۱}}e^{-۲t}\sin\sqrt{۲۱}t\Rightarrow I(t)\simeq \circ/۷\sin(۴/۵t)e^{-۲t}$$

---

**۳۹ـ گزینه «۳»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم و مرحله به مرحله ساده‌سازی انجام می‌دهیم.



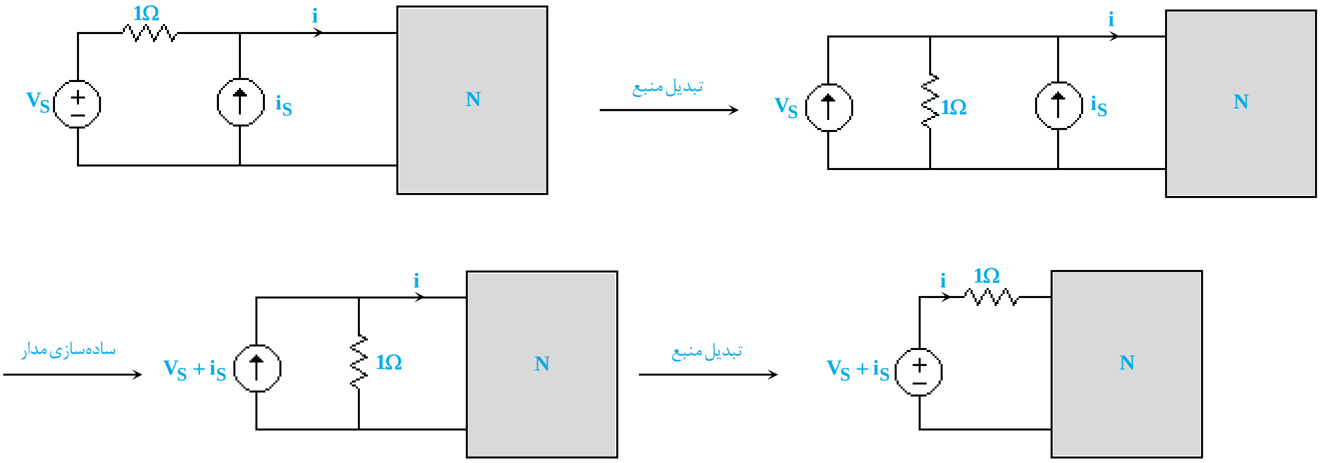




$$\Rightarrow V_o(s)=\frac{\frac{۱}{s+۱}}{\frac{۱}{s+۱}+۱+\frac{s}{s+۱}}\times\frac{s}{s+۱}I_s(s)=\frac{\frac{۱}{s+۱}}{۲}\times\frac{s}{s+۱}I_s(s)$$

$$\Rightarrow\frac{V_o(s)}{I_s(s)}=\frac{s}{۲(s+۱)^۲}$$

---

**۴۰ــ گزینه «۱»**



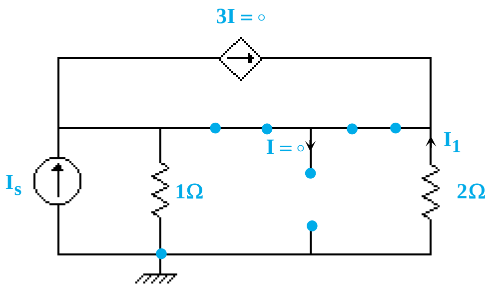

$i = H \times (V_S \times i_S)$ , $H = i$ تابع تبدیل جریانی

$V_S = u(t)$ , $i_S = ۰ \Rightarrow i = u(t) \times g \Rightarrow u(t) \times g = H \times [u(t)+۰]$

$H = g \Rightarrow i = g \times (V_S + i_S)$ $\quad V_S = u(t)$ , $i_S = ۳u(t) + ۲\delta(t) \Rightarrow i = g \times [u(t) + ۳u(t) + ۲\delta(t)] = g \times [۴u(t) + ۲\delta(t)]$

$\Rightarrow i = [۲\delta(t) + ۴u(t)] \times g$

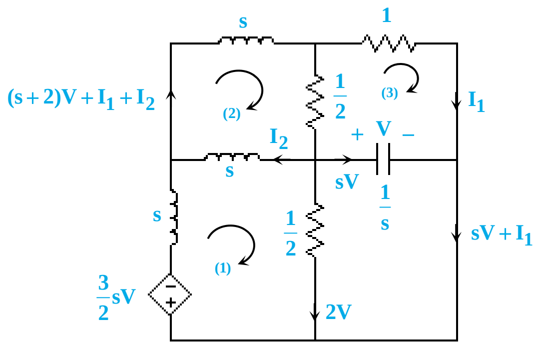
**۴۱ــ گزینه «۴»** با توجه به گزینه‌های سؤال مشاهده می‌شود تنها با بررسی تابع انتقال در $s = ۰$ می‌توان به گزینه‌ی صحیح دست یافت. بنابراین ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس برده و سپس $s$ را برابر صفر قرار می‌دهیم.




$$I_۱ = \frac{-۱}{۱+۲} I_۲ \rightarrow \frac{I_۱}{I_S} = \frac{-۱}{۳}$$

بنابراین گزینه‌ی ۴ صحیح می‌باشد.

**۴۲ــ گزینه «۳»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم (برای بدست آوردن معادله‌ی مشخصه می‌توان منابع را بی‌اثر کرد):




حال با اعمال KVL در حلقه‌های مدار داریم:

$$KVL\,(۱): \frac{۳}{۲}sV + s((s+۲)V + I_۱) - sI_۲ + V = ۰ \Rightarrow s(I_۱ - I_۲) + (s^۲ + \frac{۷}{۲}s + ۱)V = ۰ \qquad (۱)$$

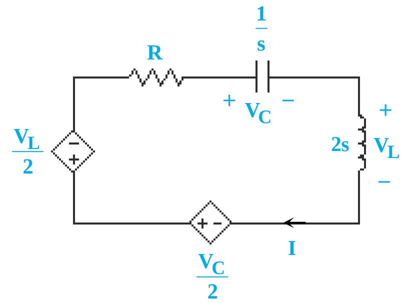
$$KVL\,(۲): s((s+۲)V + I_۱ + I_۲) + \frac{۱}{۲}((s+۲)V + I_۲) + sI_۲ = ۰ \Rightarrow sI_۱ + (۲s + \frac{۱}{۲})I_۲ + (s^۲ + \frac{۵}{۲}s + ۱)V = ۰ \qquad (۲)$$

$$KVL\,(۳): I_۱ - V - \frac{۱}{۲}((s+۲)V + I_۲) = ۰ \Rightarrow I_۱ - \frac{۱}{۲}I_۲ - (\frac{۱}{۲}s + ۲)V = ۰ \qquad (۳)$$

$$(۱),(۲),(۳) \rightarrow \frac{۹[s^۳ + \frac{۶۷}{۱۸}s^۲ + \frac{۲۳}{۱۸}s + \frac{۱}{۹}]}{۵s+۱} V = ۰ \rightarrow \quad \text{معادله‌ی مشخصه}: s^۳ + \frac{۶۷}{۱۸}s^۲ + \frac{۲۳}{۱۸}s + \frac{۱}{۹} = ۰$$

**۴۳ـ گزینه «۱»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

حال با اعمال kvl در حلقه‌ی موجود داریم:




$$+\frac{V_L}{۲}+(R+\frac{۱}{s}+۲s)I-\frac{V_c}{۲}=۰$$

$$\Rightarrow (R+\frac{۱}{s}+۲s)I=\frac{V_c}{۲}-\frac{V_L}{۲}$$

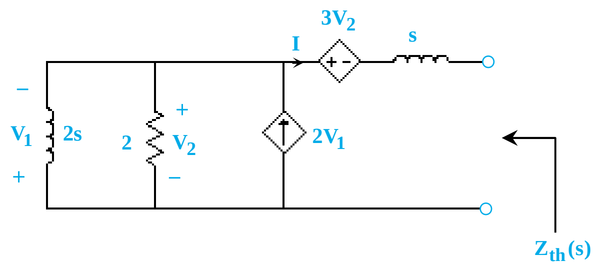
از طرفی داریم:

$$V_c=\frac{I}{s}\ ,\ V_L=۲sI$$

$$(R+\frac{۱}{s}+۲s)I=\frac{I}{۲s}-sI \Rightarrow I(۳s+\frac{۱}{۲s}+R)=۰$$

معادله‌ی مشخصه: $s^۲+\frac{۱}{۳}Rs+\frac{۱}{۶}=۰ \Rightarrow \omega_r=\sqrt{\frac{۱}{۶}}\ \frac{rad}{s}$

**۴۴ـ گزینه «۳»** برای محاسبه‌ی امپدانس تونن، ابتدا منابع را بی‌اثر کرده و سپس مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



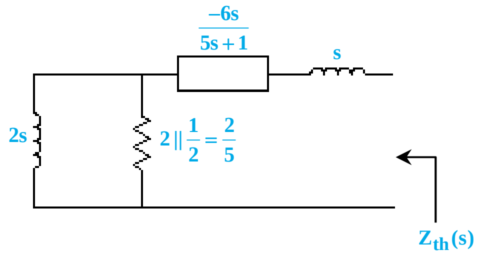

$$\Rightarrow -V_۱=V_۲$$

حال مقاومت معادل منبع جریان و منبع ولتاژ وابسته را محاسبه می‌کنیم:

$$R_{\text{منبع جریان}}=\frac{v_۱}{۲v_۱}=\frac{۱}{۲}$$

$$R_{\text{منبع ولتاژ}}=\frac{۳v_۲}{I}\ \ ,\ \ I=۲v_۱-\frac{v_۲}{۲}+\frac{v_۱}{۲s}=-\frac{۵s+۱}{۲s}v_۲ \Rightarrow R_{\text{منبع ولتاژ}}=\frac{-۶s}{۵s+۱}$$

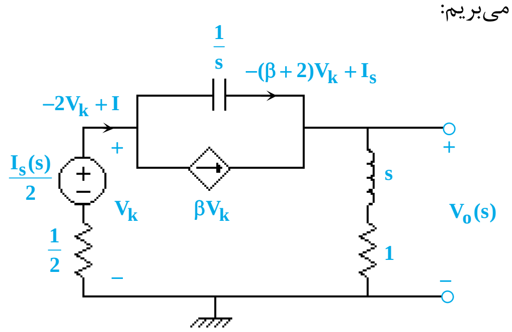
بنابراین:




$$Z_{th}(s)=s-\frac{۶s}{۵s+۱}+(۲s)||(\frac{۲}{۵})$$

$$Z_{th}(s)=s-\frac{۶s}{۵s+۱}+\frac{۲s}{۵s+۱}=s-\frac{۴s}{۵s+۱}=\frac{۵s^۲-۳s}{۵s+۱}$$

**۴۵ـ گزینه «۴»** ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:




حال با اعمال kvl داریم:

$$-V_k+\frac{1}{C}(I_s-(\beta+2)v_k)+(s+1)(I_s-2V_k)=0 \Rightarrow I_s(\frac{1}{s}+s+1)=V_k(1+2(s+1)+(\frac{\beta+2}{s})) \Rightarrow \frac{V_k}{I_s}=\frac{s^2+s+1}{2s^2+3s+\beta+2}$$

حال با توجه به اینکه $v_o(s)=(s+1)(I-2v_k)$ می‌باشد، بنابراین:

$$V_o(s)=(s+1)\times[1-\frac{2s^2+2s+2}{2s^2+3s+\beta+2}]I_s \Rightarrow \frac{V_o(s)}{I_s(s)}=\frac{(s+1)(s+\beta)}{2s^2+3s+\beta+2}=\frac{s^2+(\beta+1)s+\beta}{2s^2+3s+\beta+2}$$

حال برای اینکه تابع تبدیل مستقل از فرکانس باشد، باید این سه دسته تساوی به طور هم‌زمان به ازای یک $\beta$ برقرار باشد.

$$\frac{1}{2}=\frac{\beta+1}{3}=\frac{\beta}{\beta+2}$$

$$\text{if} \quad \frac{\beta+1}{3}=\frac{1}{2}\to\beta=\frac{1}{2}$$

$$\text{if} \quad \frac{\beta}{\beta+2}=\frac{1}{2}\to\beta=2$$

بنابراین به ازای هیچ $\beta$ای این تابع تبدیل مستقل از فرکانس نمی‌شود.