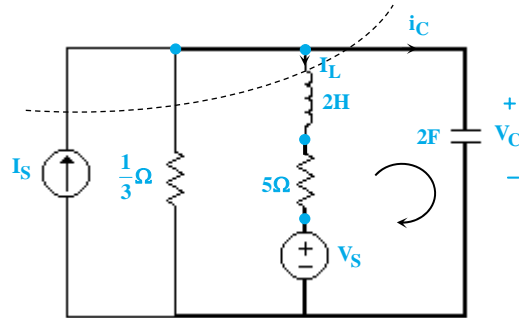


۱- گزینه «۱» ابتدا درختی شامل خازن‌ها و منابع ولتاژ را در مدار مشخص می‌کنیم:



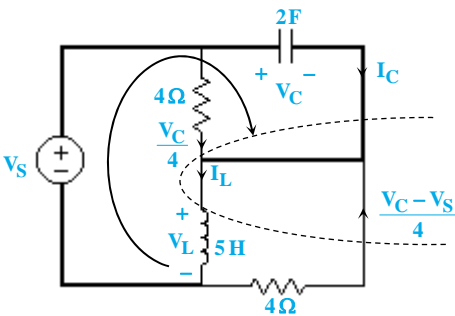
حال معادلات حلقه اساسی و کاتست اساسی مورد نیاز را می‌نویسیم:

$$\text{کاتست اساسی: } I_C + I_L + \frac{V_C}{\frac{1}{3}} - I_S = 0 \Rightarrow 3 \frac{dV_C}{dt} = -I_L - 3V_C + I_S \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = -\frac{1}{3} I_L - V_C + \frac{I_S}{3}$$

$$\text{حلقه‌ی اساسی: } V_C - V_S - \Delta I_L - 2 \frac{dI_L}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dI_L}{dt} = \frac{1}{2} V_C - \frac{\Delta}{2} I_L - \frac{V_S}{2} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\Delta}{2} \end{bmatrix}$$

۲- گزینه «۳» ابتدا درخت مناسب را انتخاب می‌کنیم:

حال معادلات حلقه‌های اساسی و کاتست‌های اساسی را می‌نویسیم:



$$\text{کاتست اساسی: } 2 \frac{dV_C}{dt} - I_L + \frac{V_C - V_S}{4} + \frac{V_C}{4} = 0 \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = -\frac{V_C}{4} + \frac{1}{2} I_L + \frac{V_S}{8} \quad (1)$$

$$\text{حلقه اساسی: } -V_S + V_C + \Delta \frac{dI_L}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dI_L}{dt} = -\frac{V_C}{\Delta} + \frac{V_S}{\Delta} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{dI_L}{dt} \\ \frac{dV_C}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{\Delta} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta} \\ \frac{1}{8} \end{bmatrix} V_S$$

۳- گزینه «۱» ابتدا درخت مناسب برای مدار را مشخص می‌کنیم:

$$\text{کاتست اساسی: } \frac{1}{10} \frac{dV_C}{dt} = \frac{V_R}{4} \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = \frac{\Delta}{2} V_R$$

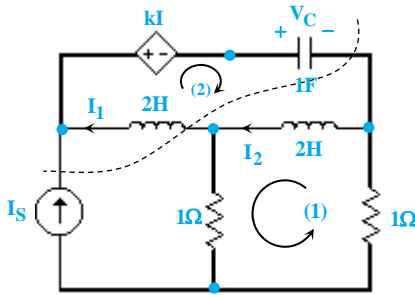
حلقه اساسی (۱):

$$\begin{aligned} V_R &= 2/66 \times (I_S - I_L - \frac{1}{10} \frac{dV_C}{dt}) + V_S - V_C \\ \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} &= \frac{\Delta}{2} (2/66 I_S - 2/66 I_L - 0/266 \frac{dV_C}{dt} + V_S - V_C) = 0 \\ \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} &= -1/5 V_C - 4 I_L + 1/5 V_S + 4 I_S \quad (1) \end{aligned}$$

$$\text{حلقه‌ی اساسی (۲): } \frac{1}{\Delta} \frac{dI_L}{dt} + 2 I_L - V_S - 2/66 (I_S - I_L - \frac{1}{10} \frac{dV_C}{dt}) = 0 \Rightarrow \frac{dI_L}{dt} = 2 V_C - 18 I_L + 1/6 I_S + 0/6 V_S \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{I}_L \\ \dot{V}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -18 & 2 \\ -4 & -1/5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/6 & 0/6 \\ 4 & 1/5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_S \\ V_S \end{bmatrix}$$

۴- گزینه «۴» با انتخاب درخت مناسب معادلات حالت مدار را بدست می‌آوریم (ولتاژ خازن و جریان سلفها به عنوان متغیرهای حالت انتخاب شده‌اند):



$$\text{کانتست اساسی: } \frac{dV_C}{dt} - I_1 - I_S = 0 \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = I_1 + I_S \quad (1)$$

$$\text{حلقه‌ی اساسی (۱): } \frac{\tau dI_1}{dt} + (I_1 - I_1) + (I_1 - I_1 - I_S) = 0 \Rightarrow \frac{dI_1}{dt} = I_1 - I_1 + \frac{1}{\tau} I_S \quad (2)$$

$$\text{حلقه‌ی اساسی (۲): } \frac{\tau dI_2}{dt} + kI + V_C - (I_2 - I_1 - I_S) - (I_2 - I_1) = 0, \quad I = I_S + I_1 - I_2$$

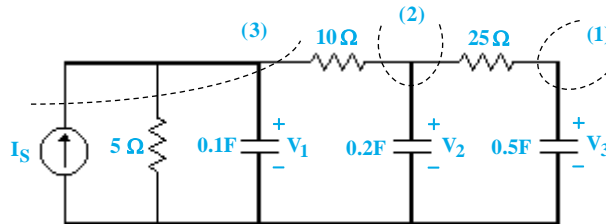
$$\frac{dI_1}{dt} = -\frac{(k+\tau)}{\tau} I_1 + \frac{(k+\tau)}{\tau} I_2 - \frac{(k+1)}{\tau} I_S - \frac{V_C}{\tau} \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \rightarrow B = \begin{bmatrix} -\frac{(k+1)}{\tau} \\ \frac{1}{\tau} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tau \\ 1 \\ \tau \end{bmatrix} \Rightarrow k = \tau$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{5}{\tau} & \frac{5}{\tau} & -\frac{1}{\tau} \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۵- گزینه «۲» با توجه به معادلات حالت به دست آمده در تست قبل، با فرض $k = \tau$ داریم:

۶- گزینه «۱» با انتخاب درخت مناسب و نوشتن معادلات حلقه اساسی و کانتست اساسی داریم:



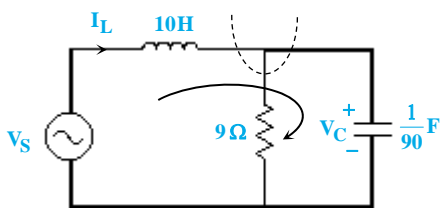
$$\text{کانتست (۱): } \frac{dV_3}{dt} = \frac{V_2 - V_3}{\tau_3} \Rightarrow \frac{dV_3}{dt} = 0/0 \cdot V_2 - 0/0 \cdot V_3 \quad (1)$$

$$\text{کانتست (۲): } \frac{dV_2}{dt} + \frac{V_2 - V_1}{\tau_2} + \frac{V_2 - V_3}{\tau_3} = 0 \Rightarrow \frac{dV_2}{dt} = 0/5 \cdot V_1 - 0/7 \cdot V_2 + 0/2 \cdot V_3 \quad (2)$$

$$\text{کانتست (۳): } \frac{dV_1}{dt} + \frac{V_1}{\tau_1} + \frac{V_1 - V_2}{\tau_2} = I_S \Rightarrow \frac{dV_1}{dt} = -3 \cdot V_1 + V_2 + 1 \cdot I_S \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \rightarrow A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 0/5 & -0/7 & 0/2 \\ 0 & 0/0 \cdot 8 & -0/0 \cdot 8 \end{bmatrix}$$

۷- گزینه «۱» با انتخاب درخت مناسب و نوشتن معادلات حلقه اساسی و کانتست اساسی داریم:



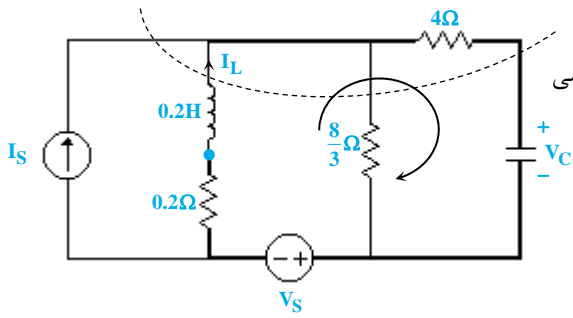
$$\text{کانتست اساسی: } \frac{1}{90} \frac{dV_C}{dt} + \frac{V_C}{9} = I_L \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = -10 \cdot V_C + 90 \cdot I_L \quad (1)$$

$$\text{حلقه‌ی اساسی: } 10 \frac{dI_L}{dt} + V_C - V_S = 0 \Rightarrow \frac{dI_L}{dt} = -0/1 \cdot V_C + 0/1 \cdot V_S \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{dI_L}{dt} \\ \frac{dV_C}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -0/1 \\ 90 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0/1 \\ 0 \end{bmatrix} V_S$$



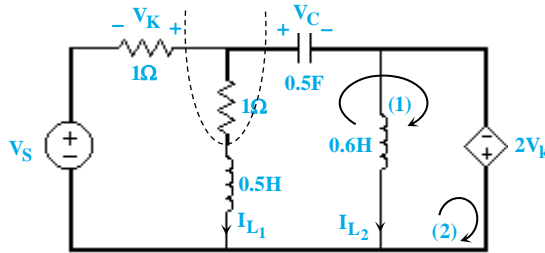
۸- گزینه «۱» با انتخاب درخت مناسب معادلات حلقه‌ی اساسی و کاتست اساسی را به دست می‌آوریم:



$$\text{کاتست اساسی: } C \frac{dV_C}{dt} + \frac{3}{8} (V_C + \frac{3}{4} \frac{dV_C}{dt}) = I_L + I_S \Rightarrow (C + \frac{3}{4}) \frac{dV_C}{dt} = -\frac{3}{8} V_C + I_L + I_S$$

$$\Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = -\frac{3}{8} V_C + \frac{3}{4} I_L + \frac{3}{4} I_S \Rightarrow \begin{cases} -\frac{3}{8} = -1/5 \\ \frac{3}{4} = 4 \end{cases} \Rightarrow C = 0.1 F$$

۹- گزینه «۲» با انتخاب درخت مناسب، معادلات حلقه اساسی و کاتست اساسی را بدست می‌آوریم:



$$\text{کاتست اساسی: } \frac{dV_C}{dt} + I_{L1} + V_k = 0$$

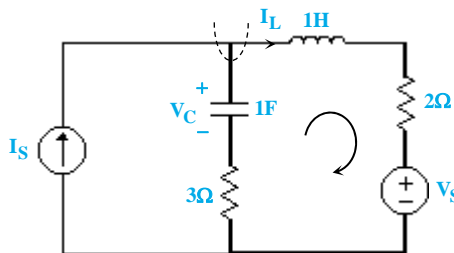
$$V_k = V_C - 2V_k - V_S \Rightarrow V_k = \frac{V_C - V_S}{3} \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = -\frac{2}{3} V_C - 2I_{L1} + \frac{1}{3} V_S \quad (1)$$

$$\text{حلقه‌ی اساسی (۱): } \frac{dI_{L1}}{dt} + 2V_k - V_C + I_{L1} = 0 \Rightarrow \frac{dI_{L1}}{dt} = \frac{2}{3} V_C - 2I_{L1} + \frac{4}{3} V_S \quad (2)$$

$$\text{حلقه‌ی اساسی (۲): } \frac{dI_{L2}}{dt} + 2V_k = 0 \Rightarrow \frac{dI_{L2}}{dt} = -\frac{1}{9} V_C + \frac{1}{9} V_S \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{I}_{L1} \\ \dot{I}_{L2} \\ \dot{V}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0/66 \\ 0 & 0 & -1/9 \\ -2 & 0 & -0/66 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{L1} \\ I_{L2} \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/33 \\ 1/9 \\ 0/66 \end{bmatrix} V_S$$

۱۰- گزینه «۴» با انتخاب درخت مناسب، معادلات حلقه‌ی اساسی و کاتست اساسی را بدست می‌آوریم:

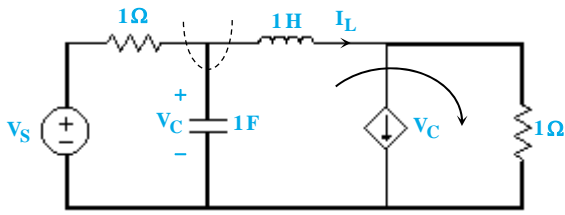


$$\text{کاتست اساسی: } \frac{dV_C}{dt} + I_L = I_S \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = -I_L + I_S \quad (1)$$

$$\text{حلقه‌ی اساسی: } \frac{dI_L}{dt} + 2I_L + V_S + 3(I_L - I_S) - V_C = 0 \Rightarrow \frac{dI_L}{dt} = V_C - 5I_L + 3I_S - V_S \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow \begin{bmatrix} \dot{V}_C \\ \dot{I}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_C \\ I_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_S \\ V_S \end{bmatrix}$$

۱۱- گزینه «۳» با انتخاب درخت مناسب، معادلات حلقه اساسی و کانتست اساسی را به دست می‌آوریم:

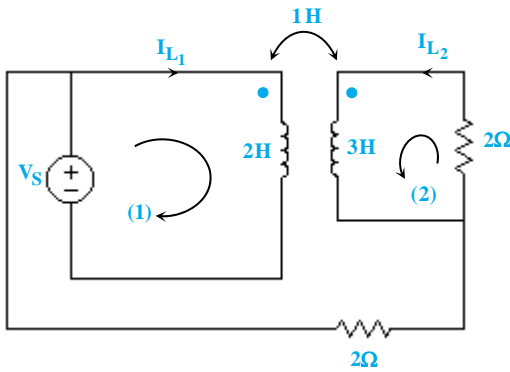


$$\text{کانتست اساسی: } \frac{dV_C}{dt} = -I_L + \frac{V_S - V_C}{1} \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = -V_C - I_L + V_S \quad (1)$$

$$\text{حلقه‌ی اساسی: } \frac{dI_L}{dt} + (I_L - V_C) - V_C = 0 \Rightarrow \frac{dI_L}{dt} = 2V_C - I_L \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

۱۲- گزینه «۳» با اعمال KVL در حلقه‌های مشخص شده داریم:



$$\text{kvl (1): } 2\frac{dI_{L1}}{dt} + \frac{dI_{L2}}{dt} = V_S \quad (1)$$

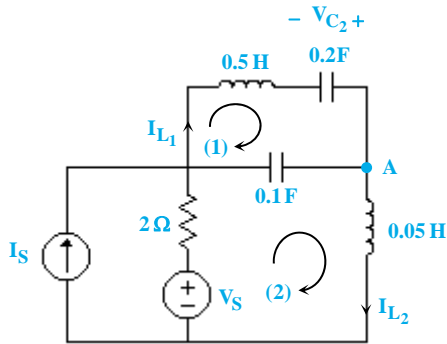
$$\text{kvl (2): } 2I_{L2} + 3\frac{dI_{L2}}{dt} + \frac{dI_{L1}}{dt} = 0 \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow -4I_{L2} - 6\frac{dI_{L2}}{dt} + \frac{dI_{L2}}{dt} = V_S \Rightarrow \begin{cases} \frac{dI_{L1}}{dt} = \frac{2}{5}I_{L2} + \frac{3}{5}V_S \\ \frac{dI_{L2}}{dt} = -\frac{4}{5}I_{L2} - \frac{V_S}{5} \end{cases}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{2}{5} \\ \frac{4}{5} \\ -\frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

۱۳- گزینه «۲» با توجه به معادلات بدست آمده در تست قبل داریم:

۱۴- گزینه «۱» با توجه به شکل مدار داریم:



$$I_{L1} = -I_{C2} = -0.2 \dot{V}_{C2} \Rightarrow \dot{V}_{C2} = -5I_{L1}$$

$$\text{KVL(1): } 0.5\dot{I}_{L1} - V_{C2} + V_{C1} = 0 \Rightarrow \dot{I}_{L1} = 2V_{C2} - 2V_{C1}$$

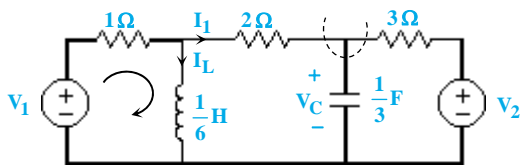
$$\text{KVL(2): } -V_{C1} + 0.05\dot{I}_{L2} - V_S - 2 \times (I_S - I_{L1} + 0.1\dot{V}_{C1}) = 0$$

$$\Rightarrow \dot{I}_{L2} = 20V_{C1} + 20V_S + 40I_S - 40I_{L1} + 4\dot{V}_{C1} \quad (*)$$

$$\text{KCL(A): } 0.2\dot{V}_{C2} + 0.1\dot{V}_{C1} + I_{L2} \Rightarrow \dot{V}_{C1} = 10I_{L1} - 10I_{L2}$$

$$\xrightarrow{(*)} \dot{I}_{L2} = 20V_{C1} - 40I_{L2} + 20V_S + 40I_S$$
 بنابراین گزینه‌ی ۱ صحیح است.

۱۵- گزینه «۱» با انتخاب درخت مناسب، معادلات حلقه‌ی اساسی و کانتست اساسی را بدست می‌آوریم:



$$\text{کانتست اساسی: } \frac{1}{3}\dot{V}_C + \frac{V_C - V_2}{3} = I_1 \Rightarrow \dot{V}_C = 3I_1 - V_C + V_2$$

$$\text{حلقه اساسی: } \frac{1}{6}\dot{I}_L - V_1 + (I_L + I_1) = 0 \Rightarrow \dot{I}_L = -6I_L - 6I_1 + 6V_1$$

$$-V_1 + (I_1 + I_L) + 2I_1 + V_C = 0 \rightarrow I_1 = \frac{V_1 - I_L - V_C}{3}$$

از طرفی داریم:

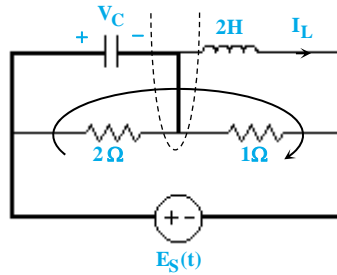
$$\dot{V}_C = -2V_C - I_L + V_1 + V_2 \quad \text{و} \quad \dot{I}_L = 2V_C - 4I_L + 4V_1$$

بنابراین:

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{V}_C \\ \dot{I}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_C \\ I_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$



۱۶- گزینه «۴» با انتخاب درخت مناسب، معادلات حلقه‌ی اساسی و کاتست اساسی را بدست می‌آوریم:



$$\text{کاتست اساسی: } \frac{dV_C}{dt} + \frac{V_C}{2} + \frac{V_C - E_S}{1} - I_L = 0 \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = -\frac{3}{2}V_C + I_L + E_S \quad (1)$$

$$\text{حلقه‌ی اساسی: } 2I_L - E_S + V_C = 0 \Rightarrow \frac{dI_L}{dt} = -\frac{V_C}{2} + \frac{E_S}{2} \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{dV_C}{dt} \\ \frac{dI_L}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_C \\ I_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} E_S$$

۱۷- گزینه «۲» برای حل این سؤال کافی است معادله‌ی مشخصه‌ی مدار را بدست آوریم:

$$\text{معادله‌ی مشخصه } = \det(SI - A) = 0 \quad SI - A = \begin{bmatrix} S & \gamma \\ -1 & S + \lambda \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \det(SI - A) = S^2 + \lambda S + \gamma = (S + 1)(S + 7) \Rightarrow S = -1, -7$$

$$I_L(t) = k_1 e^{-t} + k_2 e^{-7t}$$

بنابراین فرم پاسخ مدار به شکل روبرو می‌باشد:

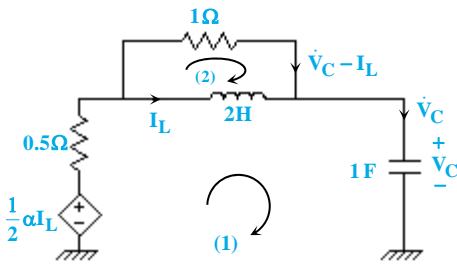
۱۸- گزینه «۳» با توجه به فرکانس‌های طبیعی ظاهر شده در پاسخ داریم:

$$\text{معادله‌ی مشخصه } = (S + 4)(S + 6) = S^2 + 10S + 24 = \det(SI - A)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -24 \\ 1 & -10 \end{bmatrix} \rightarrow SI - A = \begin{bmatrix} S & 24 \\ -1 & S + 10 \end{bmatrix} \rightarrow \det(SI - A) = S^2 + 10S + 24$$

که این شرط تنها در گزینه‌ی ۳ برقرار می‌باشد.

۱۹- گزینه «۲» ابتدا جریان شاخه‌ها را مشخص می‌کنیم. سپس با اعمال KVL در دو حلقه‌ی موجود در مدار، معادلات حالت را بدست می‌آوریم (دقت شود چون می‌خواهیم فقط ماتریس A را بدست آوریم، می‌توانیم منابع مستقل را بی‌اثر کنیم):

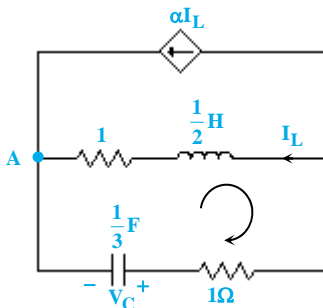


$$\text{KVL(1): } -\frac{1}{2}\alpha I_L + 0.5\dot{V}_C + 2\dot{I}_L + V_C = 0 \quad (1)$$

$$\text{KVL(2): } \dot{V}_C - I_L = 2\dot{I}_L \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow \begin{cases} \dot{V}_C = -\frac{2}{3}V_C + \frac{(\alpha+2)}{3}I_L \\ \dot{I}_L = -\frac{1}{3}V_C + \frac{(\alpha-1)}{6}I_L \end{cases} \xrightarrow{X = \begin{bmatrix} I_L \\ V_C \end{bmatrix}} A = \begin{bmatrix} \frac{(\alpha-1)}{6} & -\frac{1}{3} \\ \frac{(\alpha+2)}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

۲۰- گزینه «۳» با اعمال KCL در گره A داریم:



$$\text{KCL (A): } (\alpha+1)I_L + \frac{1}{3}\frac{dV_C}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = -3(\alpha+1)I_L$$

$$\Rightarrow -3(\alpha+1) = -9 \rightarrow \alpha = 2$$