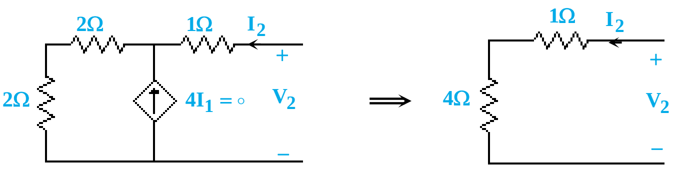
پاسخنامه تشریحی آزمون فصل یازدهم

۱ـ گزینه «۳» با توجه به تعریف پارامتر h_{22} داریم:

$$h_{22} = \frac{I_2}{V_2}\Big|_{I_1=0}$$

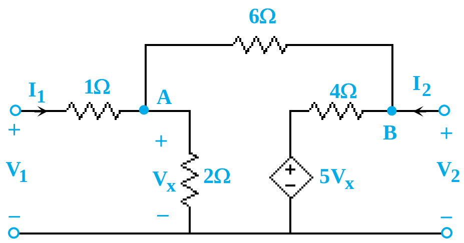
بنابراین با مدار باز کردن سمت چپ مدار داریم:



$$\Rightarrow I_2 = \frac{V_2}{5}$$

$$\Rightarrow h_{22} = \frac{1}{5} = 0.2\ \mho$$

۲ـ گزینه «۱» با اعمال KCL, KVL در مدار داریم:



$$KCL(A): I_1 = \frac{V_x}{2} + \frac{V_x - V_2}{6}$$

$$6I_1 = 3V_x + V_x - V_2 \Rightarrow 4V_x - V_2 = 6I_1 \qquad (1)$$

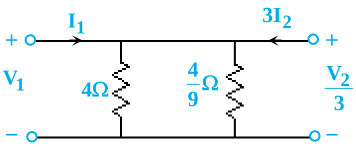
$$KCL(B): I_2 = \frac{V_2 - 5V_x}{4} + \frac{V_2 - V_x}{6} \Rightarrow 12I_2 = 3V_2 - 15V_x + 2V_2 - 2V_x$$

$$\Rightarrow 5V_2 - 17V_x = 12I_2 \qquad (2)$$

$$KVL\ (\text{حلقه‌ی چپ}): V_1 = I_1 + V_x \Rightarrow V_x = V_1 - I_1 \quad (3) \xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} 4V_1 - 4I_1 = V_2 + 6I_1 \Rightarrow 4V_1 = V_2 + 10I_1 \\ 5V_2 - 17(V_1 - I_1) = 12I_2 \Rightarrow 17V_1 - 5V_2 = 17I_1 - 12I_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 = 0.32V_2 - 1.17I_2 \\ I_1 = 0.02V_2 - 0.47I_2 \end{cases} \rightarrow T = \begin{bmatrix} 0.32 & 1.17 \\ 0.02 & 0.47 \end{bmatrix}$$

۳ـ گزینه «۲» با انتقال همه‌ی المان‌ها به سمت اولیه‌ی ترانسفورمر داریم:



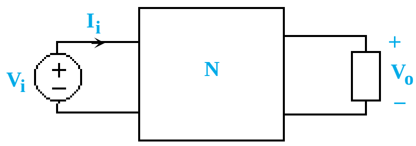
$$V_1 = \frac{V_2}{3} = \left(4 \| \frac{4}{9}\right)(I_1 + 3I_2) = 0.4I_1 + 1.2I_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 = 0.4I_1 + 1.2I_2 \\ V_2 = 1.2I_1 + 3.6I_2 \end{cases} \rightarrow Z = \begin{bmatrix} 0.4 & 1.2 \\ 1.2 & 3.6 \end{bmatrix}$$

۴ـ گزینه «۳» ابتدا ماتریس انتقال شبکه‌های Nb, Na را محاسبه می‌کنیم:

$$Z_a = \begin{bmatrix} 8 & 6 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = 8I_1 + 6I_2 \\ V_2 = 4I_1 + 5I_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} V_1 = 2V_2 - 4I_2 \\ I_1 = 0.25V_2 - 1.25I_2 \end{cases} \rightarrow T_a = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0.25 & 1.25 \end{bmatrix}$$

$$y_b = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 2 & 10 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = 8V_1 - 4V_2 \\ I_2 = 2V_1 + 10V_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} V_1 = -5V_2 + 0.5I_2 \\ I_1 = -44V_2 + 4I_2 \end{cases} \rightarrow T_b = \begin{bmatrix} -5 & -0.5 \\ -44 & -4 \end{bmatrix}$$



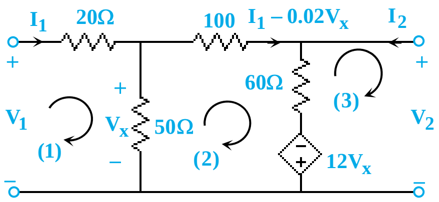
حال داریم:

$$T_N = T_a \times T_b = \begin{bmatrix} -186 & -17 \\ -56.25 & -5.125 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_i = -186V_o - 17I_o \\ I_i = -56.25V_o - 5.125I_o \end{cases} \xrightarrow[V_o = 2I_o]{Z_L = 2} \begin{cases} V_i = -194.5\ V_o \\ I_i = -58.8125\ V_o \end{cases}$$

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{-1}{194.5} = -0.005$$

۵ـ گزینه «۱» با اعمال KVL در حلقه‌های موجود داریم:



$$KVL(۱): V_۱ = ۲۰ I_۱ + V_X \quad (۱)$$

$$KVL(۲): -V_X + ۱۰۰\times(I_۱ - ۰/۰۲V_X) + ۶۰\times(I_۱ + I_۲ - ۰/۰۲V_X) - ۱۲V_X = ۰$$

$$۱۶۰ I_۱ + ۶۰ I_۲ = ۱۶/۲\, V_X \quad (۲)$$

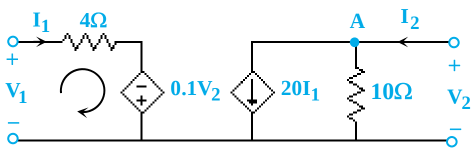
$$KVL(۳): V_۲ = ۶۰(I_۱ + I_۲ - ۰/۰۲V_X) - ۱۲V_X \Rightarrow V_۲ = ۶۰I_۱ + ۶۰I_۲ - ۱۳/۲\, V_X \quad (۳)$$

$$(۱),(۲) \rightarrow ۱۶۰I_۱ + ۶۰I_۲ = ۱۶/۲\times(V_۱ - ۲۰I_۱) \Rightarrow V_۱ = ۲۹/۹\, I_۱ + ۳/۷ I_۲ \quad (۴)$$

$$(۱),(۳) \rightarrow V_۲ = ۶۰I_۱ + ۶۰I_۲ - ۱۳/۲\times(V_۱ - ۲۰I_۱) \overset{(۴)}{\Rightarrow} V_۲ = -۷۰/۷ I_۱ + ۱۱/۱\, I_۲$$

$$\rightarrow Z \simeq \begin{bmatrix} ۳۰ & ۳/۷ \\ -۷۰ & ۱۱ \end{bmatrix}$$

۶ـ گزینه «۴» با اعمال KVL در حلقه‌ی سمت چپ و همچنین اعمال KCL در گره A داریم:



$$KVL: V_۱ = ۴I_۱ - ۰/۱\, V_۲ \rightarrow I_۱ = ۰/۲۵ V_۱ + ۰/۰۲۵ V_۲$$

$$KCL(A): I_۲ = \frac{V_۲}{۱۰} + ۲۰I_۱ \rightarrow I_۲ = ۵V_۱ + ۰/۶ V_۲$$

$$\rightarrow Y = \begin{bmatrix} ۰/۲۵ & ۰/۰۲۵ \\ ۵ & ۰/۶ \end{bmatrix}$$

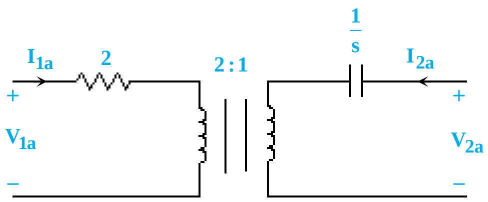
۷ـ گزینه «۳» با توجه به شکل مدار، مشخص است که مدار یک دوقطبی متقارن است؛ بنابراین دترمینان ماتریس T برابر یک می‌باشد:

$$\det(T) = ۱$$

۸ـ گزینه «۱» با توجه به شکل، مشاهده می‌شود که مدار از دو بخش که با هم موازی شده‌اند تشکیل شده است. بنابراین داریم:

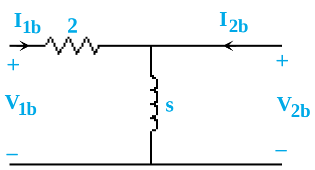
$$y_{۲۲} = y_{۲۲a} + y_{۲۲b}$$

بخش اول:



$$y_{۲۲a} = \frac{I_{۲a}}{V_{۲a}}\Big|_{V_{۱a}} = \frac{۱}{\frac{۱}{s} + ۲\times(\frac{۱}{۲})^۲} = \frac{۲s}{s+۲}$$

بخش دوم:



$$y_{۲۲b} = \frac{I_{۲b}}{V_{۲b}}\Big|_{V_{۱b}=۰} = \frac{s+۲}{۲s}$$

بنابراین داریم:

$$y_{۲۲} = y_{۲۲a} + y_{۲۲b} = \frac{۲s}{s+۲} + \frac{s+۲}{۲s} = \frac{۵s^۲ + ۴s + ۴}{۲s(s+۲)}$$

۹ـ گزینه «۱» از آنجا که شبکه‌ی N هم متقارن و هم متقابل است، بنابراین در ماتریس امپدانس هم $Z_{۲۱}=Z_{۱۲}$ و هم $Z_{۱۱}=Z_{۲۲}$ و در ماتریس انتقال $A=D$ و $\det[T]=۱$ است.

با استفاده از رابطه‌ی امپدانس ورودی دوقطبی از روی ماتریس امپدانس داریم:

$$Z_{in}=Z_{۱۱}-\frac{Z_{۱۲}.Z_{۲۱}}{Z_{۲۲}+Z_L}\xrightarrow[Z_{۲۲}=Z_{۱۱}]{Z_{۱۲}=Z_{۲۱}}Z_{in}=Z_{۱۱}-\frac{Z_{۱۲}^{۲}}{Z_{۱۱}+Z_L}$$

حال با توجه به داده‌های صورت سؤال یک بار Z_L را به سمت بی‌نهایت و بار دیگر Z_L را به سمت صفر میل می‌دهیم و معادله‌ی به دست آمده را سعی می‌کنیم حل کنیم:

$$Z_L\to ۰\Rightarrow Z_{in}=\boxed{\frac{۸}{۳}=Z_{۱۱}-\frac{Z_{۱۲}^{۲}}{Z_{۱۱}+۰}}\quad(۱)\qquad,\qquad Z_L\to\infty\Rightarrow Z_{in}=\boxed{Z_{۱۱}=۳\Omega}\quad(۲)$$

حال $Z_{۱۱}=۳$ را در معادله‌ی (۱) جایگذاری می‌کنیم:

$$\frac{۸}{۳}=۳-\frac{Z_{۱۲}^{۲}}{۳}\Rightarrow ۸=۹-Z_{۱۲}^{۲}\Rightarrow Z_{۱۲}=۱\Omega$$

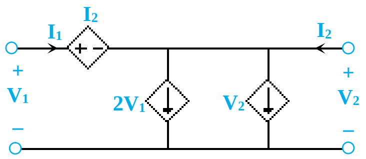
بنابراین ماتریس Z به صورت مقابل است:

$$Z=\begin{bmatrix}۳&۱\\۱&۳\end{bmatrix}$$

با نوشتن روابط ولتاژ و جریان، ابتدا برحسب ولتاژ و جریان ثانویه‌ی شبکه به ماتریس T می‌رسیم. با توجه به ماتریس Z، برای $V_۱$ و $V_۲$ داریم:

$$\begin{cases}V_۱=۳I_۱+I_۲\Rightarrow V_۱=۳(V_۲-۳I_۲)+I_۲\Rightarrow\boxed{V_۱=۳V_۲-۸I_۲}\\ V_۲=I_۱+۳I_۲\Rightarrow\boxed{I_۱=V_۲-۳I_۲}\end{cases}\Rightarrow\begin{bmatrix}V_۱\\I_۱\end{bmatrix}=\underbrace{\begin{bmatrix}۳&۸\\۱&۳\end{bmatrix}}_{T}\begin{bmatrix}V_۲\\-I_۲\end{bmatrix}$$

۱۰ـ گزینه «۱» با اعمال KVL و KCL در مدار فوق داریم:

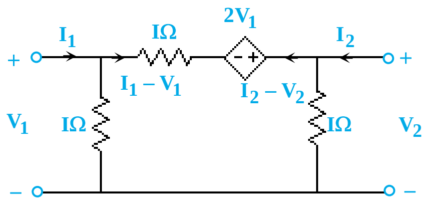


$$\text{KVL (حلقه‌ی بیرونی)}:V_۱-V_۲=I_۲\quad(۱)$$

$$\text{KCL(A)}:I_۲+I_۱=۲V_۱+V_۲\quad(۲)$$

$$(۱),(۲)\to\begin{cases}V_۱=I_۱-۲V_۲\\I_۲=I_۱-۳V_۲\end{cases}\to H=\begin{bmatrix}۱&-۲\\۱&-۳\end{bmatrix}$$

۱۱ـ گزینه «۲» با اعمال KVL در حلقه‌ی میانی و KCL در گره مرکب (شامل شاخه بالایی) داریم:



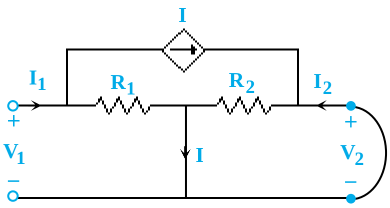
$$\text{KVL}:-V_۱+(I_۱-V_۱)-۲V_۱+V_۲=۰\Rightarrow I_۱=۴V_۱-V_۲$$

$$\text{KCL}:I_۱-V_۱+I_۲-V_۲=۰\to I_۲=-۳V_۱+۲V_۲$$

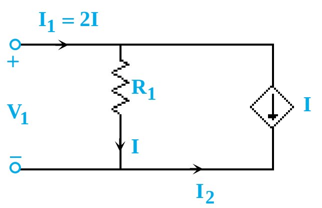
$$\Rightarrow Y=\begin{bmatrix}۴&-۱\\-۳&۲\end{bmatrix}$$

۱۲ـ گزینه «۱» با توجه به تعریف پارامتر $h_{۲۱}$ داریم:

$$h_{۲۱}=\frac{I_۲}{I_۱}\Big|_{V_۲=۰}\xrightarrow{\text{را اتصال کوتاه می‌کنیم } V_۲}$$

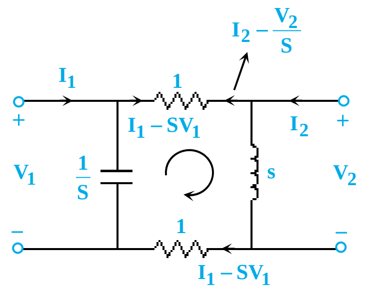


$$\xrightarrow{\text{حذف می‌شود } R_۲}$$



$$\Rightarrow\begin{cases}I_۲=-I\\I_۱=۲I\end{cases}\to h_{۲۱}=-\frac{۱}{۲}$$

۱۳ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم. سپس با اعمال KCL در گره مکعب (شامل شاخه‌ی بالایی) و KVL در حلقه میانی داریم:



$$KCL: I_۱ - sV_۱ + I_۲ - \frac{V_۲}{s} = ۰ \rightarrow I_۱ + I_۲ = sV_۱ + \frac{V_۲}{s} \qquad (۱)$$

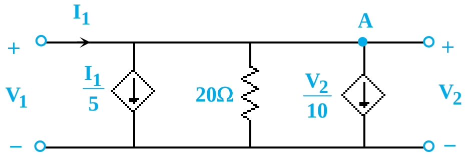
$$KVL: -V_۱ + (I_۱ - sV_۱) + V_۲ + (I_۱ - sV_۱) = ۰$$

$$\Rightarrow ۲I_۱ = (۲s+۱)V_۱ - V_۲ \rightarrow I_۱ = (s+\frac{۱}{۲})V_۱ - \frac{۱}{۲}V_۲ \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲) \rightarrow I_۲ = -۰/۵\,V_۱ + \frac{s+۲}{۲s}V_۲$$

$$Y = \begin{bmatrix} s+۰/۵ & -۰/۵ \\ -۰/۵ & ۰/۵+\frac{۱}{s} \end{bmatrix}$$

۱۴ـ گزینه «۲» با توجه به تعریف $Z_{۲۱}$ داریم:



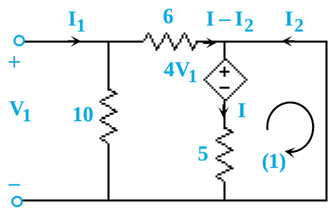
$$Z_{۲۱} = \frac{V_۲}{I_۱}\Big|_{I_۲=۰}$$

بنابراین سمت راست مدار را باز کرده و نسبت $\frac{V_۲}{I_۱}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$KCL(A): \frac{V_۲}{۱۰} + \frac{V_۲}{۲۰} + \frac{I_۱}{۵} = I_۱ \Rightarrow ۲V_۲ + V_۲ + ۴I_۱ = ۲۰I_۱$$

$$۳V_۲ = ۱۶I_۱ \rightarrow \frac{V_۲}{I_۱} = \frac{۱۶}{۳}$$

۱۵ـ گزینه «۱» با توجه به تعریف $t_{۱۲}$ داریم:



$$t_{۱۲} = \frac{V_۱}{-I_۲}\Big|_{V_۲=۰}$$

بنابراین $V_۲$ را اتصال کوتاه کرده و این نسبت را محاسبه می‌کنیم:

$$KVL\ (۱): -۴V_۱ - ۵I = ۰ \rightarrow I = -۰/۸\,V_۱$$

بنابراین داریم:

$$-V_۱ + ۶\times(-۰/۸V_۱ - I_۲) = ۰$$

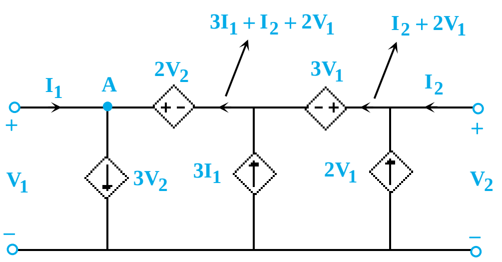
$$۵/۸\,V_۱ = ۶(-I_۲) \Rightarrow \frac{V_۱}{-I_۲} = \frac{۶}{۵/۸} = ۱/۰۳ \simeq ۱$$

۱۶ـ گزینه «۴» با توجه به شکل مدار داریم:

$$Z_{۱۱} = ۱ + ۵j + ۵ - ۲j = ۶ + ۳j$$

$$Z_{۲۲} = j + ۳ + ۵ - ۲j = ۸ - j \rightarrow Z_{۱۱} + Z_{۲۲} = ۱۴ + ۲j$$

۱۷ـ گزینه «۳» با توجه به شکل مدار داریم:



$$KCL(A): I_۱+۳I_۱+I_۲+۲V_۱=۳V_۲$$

$$\Rightarrow ۴I_۱+I_۲=۳V_۲-۲V_۱ \qquad (۱)$$

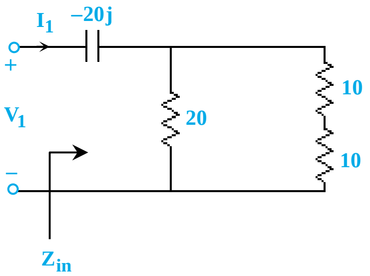
$$KVL_{\text{(حلقه‌ی بیرونی)}}: -V_۱+۲V_۲-۳V_۱+V_۲=۰ \Rightarrow ۴V_۱=۳V_۲ \rightarrow V_۲=\frac{۴}{۳}V_۱ \qquad (۲)$$

از طرفی می‌دانیم که امپدانس دیده شده از سری‌های A,B معادل $Z_{۱۱}$ می‌باشد که برابر است با نسبت $\frac{V_۱}{I_۱}$ در شرایطی که $I_۲$ برابر صفر باشد.

بنابراین داریم:

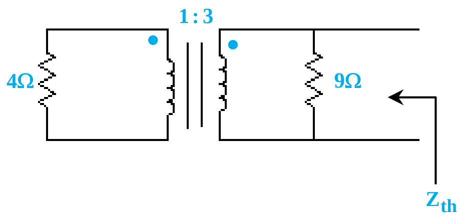
$$(۱),(۲) \quad ۴I_۱=۳\times(\frac{۴}{۳})V_۱-۲V_۱ \rightarrow \frac{V_۱}{I_۱}=۲=Z_{۱۱}$$

۱۸ـ گزینه «۳» برای محاسبه‌ی $Z_{۱۱}$، $I_۲$ را برابر صفر قرار داده و امپدانس دیده شده از دو سر سمت اول را به دست می‌آوریم:



$$\Rightarrow Z_{in}=۲۰\|۲۰-j۲۰=۱۰-j۲۰$$

۱۹ـ گزینه «۳» برای محاسبه‌ی $Z_{۲۲}$ قطب اول را مدار باز کرده و امپدانس تونن دیده شده از دو سر قطب دوم را بدست می‌آوریم:

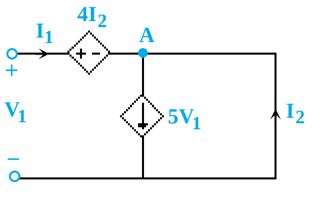


$$Z_{۲۲}=Z_{th}=۹\|(۴\times(۳)^۲)=۷/۲\ \Omega$$

۲۰ـ گزینه «۱» طبق تعریف $h_{۲۱}$ داریم:

$$h_{۲۱}=\frac{I_۲}{I_۱}\Big|_{V_۲=۰}$$

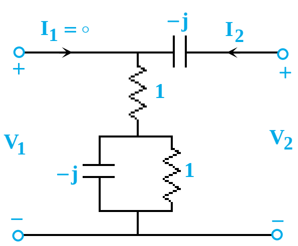
بنابراین قطب دوم را اتصال کوتاه کرده و بهره‌ی جریان را محاسبه می‌کنیم:



$$\left.\begin{array}{l} KCL\ A: I_۱+I_۲=۵V_۱ \\ KVL: V_۱=۴I_۲ \end{array}\right\} \Rightarrow I_۱+I_۲=۲۰I_۲ \Rightarrow I_۱=۱۹I_۲$$

$$\Rightarrow \frac{I_۲}{I_۱}=\frac{۱}{۱۹}$$

۲۱ـ گزینه «۱» طبق تعریف داریم:

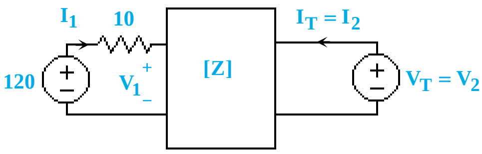


$$Z_{۱۲}=\frac{V_۱}{I_۲}\Big|_{I_۱=۰}$$

بنابراین قطب اول را مدار باز کرده و نسبت $\frac{V_۱}{I_۲}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$V_۱=[۱+۱\|(-j)]I_۲=(۱/۵-j۰/۵)\ I_۲ \rightarrow Z_{۱۲}=۱/۵-j۰/۵$$

۲۲ـ گزینه «۱» ابتدا مدار معادل تونن دو سر بار Z_L را محاسبه می‌کنیم. با توجه به تعریف ماتریس Z داریم:



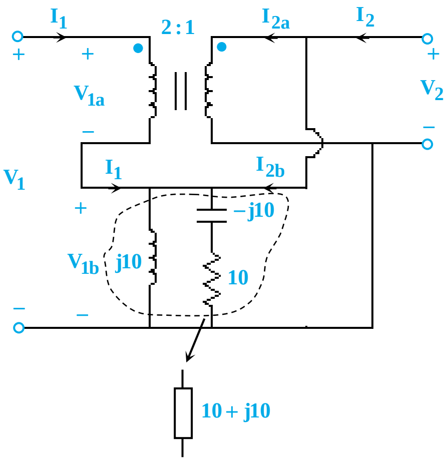
$$\begin{cases} V_1 = 40 I_1 + 60 I_T \\ V_T = 80 I_1 + 120 I_T \\ V_1 = 120 - 10 I_1 \end{cases} \Rightarrow 120 = 50 I_1 + 60 I_T \rightarrow I_1 = \frac{120 - 60 I_T}{50}$$

$$V_T = 24 I_T + 192$$

بنابراین ماکزیمم توان جذب شده برابر است با:

$$P_{L,max} = \frac{V_{th}^2 (rms)}{4 R_{th}} = \frac{192^2}{4 \times 24} = 384 w$$

۲۳ـ گزینه «۴» با توجه به شکل مدار داریم:

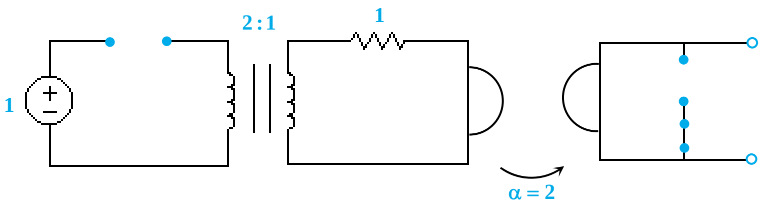


$$\begin{cases} V_{1a} = 2V_2 \\ V_{1b} = V_2 \end{cases} \rightarrow V_1 = 3V_2$$

$$\begin{cases} I_2 = I_{2a} + I_{2b} = -2I_1 + I_{2b} \\ I_{2b} + I_1 = \dfrac{V_2}{10 + j10} \end{cases} \rightarrow I_2 = -3I_1 + \frac{V_2}{10 + j10}$$

$$\Rightarrow H = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & \dfrac{1}{10 + j10} \end{bmatrix}$$

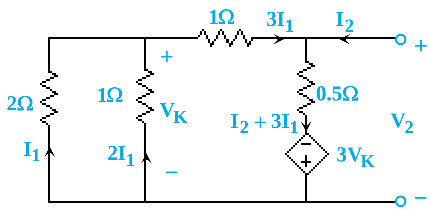
۲۴ـ گزینه «۴» با توجه به اینکه در زمان بی‌نهایت خازن مدار باز شده و سلف بی‌نهایت می‌شود، بنابراین در $t = \infty$ مدار به شکل زیر خواهد بود:



از آنجا که در $t = \infty$ ولتاژ ورودی به خروجی منتقل نمی‌شود، بنابراین داریم:

$$V_o = 0$$

۲۵ـ گزینه «۱» با توجه به تعریف پارامتر g_{12} به صورت زیر، دو سر ورودی مدار را اتصال کوتاه کرده و سپس I_2 را برحسب I_1 به دست می‌آوریم:



$$g_{12} = \frac{I_1}{I_2}\Big|_{V_1 = 0}$$

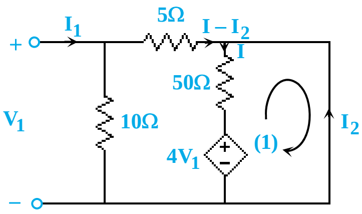
$$V_K = -2I_1 \quad (1)$$

$$V_2 = -2I_1 - 3I_1 = -5I_1 \quad (2)$$

$$V_2 = 0.5(I_2 + 3I_1) - 3V_K \xrightarrow{(1)} V_2 = 0.5 I_2 + 7.5 I_1 \quad (3)$$

$$(2),(3) \Rightarrow -5I_1 = 0.5 I_2 + 7.5 I_1 \Rightarrow -12.5 I_1 = 0.5 I_2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = -\frac{1}{25}$$

۲۶ـ گزینه «۱» پارامتر خواسته شده همان $t_{۱۲}$ می‌باشد که برای محاسبه‌ی آن باید قطب دوم مدار اتصال کوتاه شده و نسبت $\frac{V_۲}{-I_۱}$ محاسبه شود.

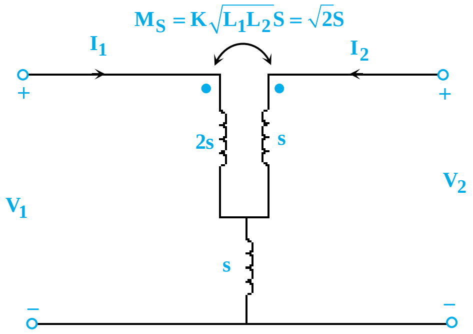


$$KVL\,(۱): ۵۰I + ۴V_۱ = ۰ \Rightarrow I = -۰/۰۸\,V_۱$$

$$KVL\ (\text{حلقه بیرونی}): V_۱ = ۵(I - I_۲) = -۰/۴\,V_۱ - ۵I_۲$$

$$\Rightarrow ۱/۴V_۱ = -۵I_۲ \Rightarrow \frac{V_۱}{-I_۲} = \frac{۲۵}{۷}\Omega$$

۲۷ـ گزینه «۱» با اعمال KVL در حلقه‌های چپ و راست مدار داریم:



$$KVL\ (\text{سمت چپ}): V_۱ = ۳sI_۱ + (\sqrt{۲}+۱)sI_۲ \qquad (۱)$$

$$KVL\ (\text{سمت راست}): V_۲ = (\sqrt{۲}+۱)sI_۱ + ۲sI_۲ \qquad (۲)$$

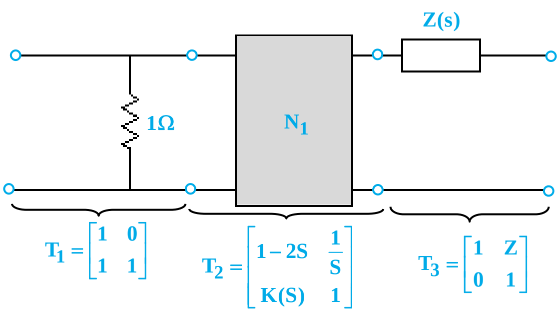
$$(۱),(۲) \Rightarrow \begin{cases} V_۱ = \dfrac{۳}{۱+\sqrt{۲}} + (۷\sqrt{۲}-۵)sI_۲ \\ I_۱ = \dfrac{۳V_۲}{(\sqrt{۲}+۱)s} + \dfrac{۲I_۲}{۱+\sqrt{۲}} \end{cases} \rightarrow T = \begin{bmatrix} \dfrac{۳}{۱+\sqrt{۲}} & (۵-۷\sqrt{۲})s \\ \dfrac{۱}{(\sqrt{۲}+۱)s} & \dfrac{-۲}{۱+\sqrt{۲}} \end{bmatrix}$$

۲۸ـ گزینه «۴» برای این‌که یک دوقطبی متقابل و متقارن باشد، باید دو شرط مقابل برای ماتریس انتقال آن محقق شود:

$$\det(T) = ۱ \qquad , \qquad T_{۱۱} = T_{۲۲}$$

اکنون باید با محاسبه ماتریس T چگونگی تحقق دو شرط فوق را بررسی نماییم.

می‌دانیم که در شبکه‌های متوالی، ماتریس انتقال کل برابر حاصل‌ضرب ماتریس انتقال تک‌تک شبکه‌هاست. در شبکه فعلی داریم:



$$T = T_۱ \times T_۲ \times T_۳$$

قبل از محاسبه ماتریس انتقال کل، شرط تقابل دوقطبی N را بررسی می‌کنیم:

$$\det(T) = \det(T_۱ \times T_۲ \times T_۳) = \det(T_۱) \times \det(T_۲) \times \det(T_۳) = \det\left(\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۱ & ۱ \end{bmatrix}\right) \times \det\left(\begin{bmatrix} ۱-۲S & \frac{۱}{S} \\ K(S) & ۱ \end{bmatrix}\right) \times \det\left(\begin{bmatrix} ۱ & Z \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}\right)$$

$$= ۱ \times (۱-۲S-\frac{K(S)}{S}) \times ۱ = ۱-۲S-\frac{K(S)}{S} \Rightarrow \det(T) = ۱ \Rightarrow ۱-۲S-\frac{K(S)}{S} = ۱ \Rightarrow K(S) = -۲S^۲$$

با معلوم شدن مقدار $K(S)$، حال مقدار T را محاسبه می‌کنیم:

$$T=\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1-2S&\frac{1}{S}\\-2S^2&1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1&Z\\0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1-2S&\frac{1}{S}\\1-2S-2S^2&\frac{1}{S}+1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1&Z\\0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1-2S&Z(1-2S)+\frac{1}{S}\\1-2S-2S^2&Z(1-2S-2S^2)+1+\frac{1}{S}\end{bmatrix}$$

حال شرط تقارن را چک می‌کنیم:

$$T_{11}=T_{22}\Rightarrow 1-2S=Z(1-2S-2S^2)+1+\frac{1}{S}\Rightarrow Z(S)=\frac{2S^2+1}{S(2S^2+2S-1)}$$

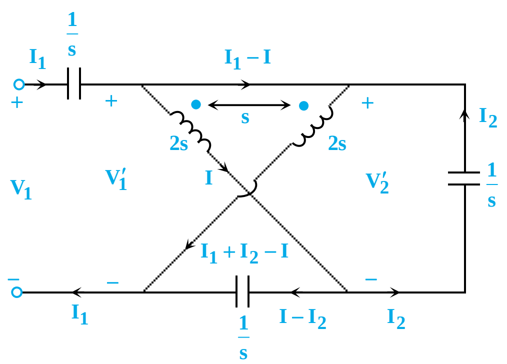
در نهایت داریم:

$$T_{12}=Z(1-2S)+\frac{1}{S}=\frac{(2S^2+1)(1-2S)}{S(2S^2+2S-1)}+\frac{1}{S}=\frac{2S^2-4S^3+1-2S+2S^2+2S-1}{S(2S^2+2S-1)}=\frac{4S^2-4S^3}{S(2S^2+2S-1)}=\frac{4S(1-S)}{2S^2+2S-1}$$

۲۹ـ گزینه «۲» با توجه به تعریف t_{22} داریم:

$$t_{22}=\frac{I_1}{-I_2}\Big|_{V_2=0}$$

بنابراین قطب دوم مدار را اتصال کوتاه کرده و بهره‌ی جریان مورد نظر را محاسبه می‌کنیم:



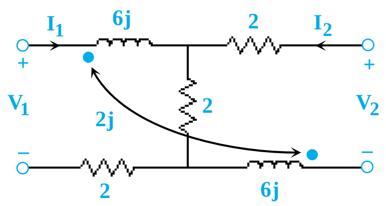
$$\text{KVL}: 2s(I_1+I_2-I)+sI=2sI+s(I_1+I_2-I)+\frac{1}{s}(I-I_2)=V_1'$$

$$\Rightarrow s(I_1+I_2-I)=sI+\frac{1}{s}(I-I_2)\Rightarrow sI_1+(s+\frac{1}{s})I_2=(2s+\frac{1}{s})I \qquad (1)$$

$$\text{KVL}: V_2'=2sI+s(I_1+I_2-I)=-\frac{I_2}{s}\Rightarrow sI_1+(s+\frac{1}{s})I_2=-sI \qquad (2)$$

$$(1),(2)\to(2s+\frac{1}{s})I=-sI\Rightarrow I=0\Rightarrow sI_1+\frac{s^2+1}{s}I_2=0\to\frac{I_1}{-I_2}=1+\frac{1}{s^2}$$

۳۰ـ گزینه «۴» با توجه به تعریف h_{12} داریم:



$$h_{12}=\frac{V_1}{V_2}\Big|_{I_1=0}$$

بنابراین قطب اول را مدار باز کرده و بهره‌ی ولتاژ را محاسبه می‌کنیم:

$$V_2=j6I_2-j2I_1+2I_2+2(I_1+I_2)=(4+j6)I_2+(2-j2)I_1\xrightarrow{I_1=0}V_2=(4+j6)I_2$$

$$V_1=j6I_1-j2I_2+2(I_1+I_2)+2I_1\Rightarrow V_1=(4+j6)I_1+(2-j2)I_2\xrightarrow{I_1=0}V_1=(2-j2)I_2$$

$$\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{2-j2}{4+j6}=\frac{-1-j5}{13}$$

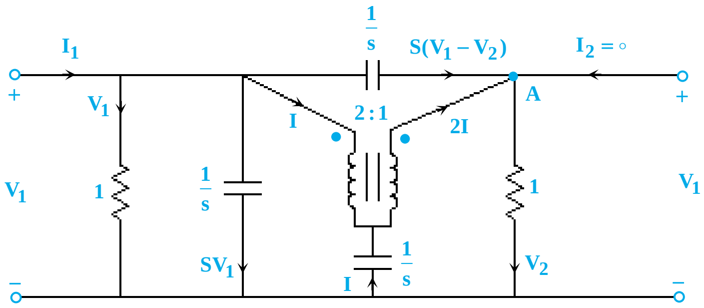
۳۱ـ گزینه «۲» برای محاسبه‌ی Z_{11}، قطب دوم مدار تست قبل را مدار باز کرده و امپدانس دیده شده از دو سر قطب اول را محاسبه می‌کنیم:

$$Z_{11}=2+2+j6=4+j6$$

۳۲ـ گزینه «۲» با توجه به تعریف t_{11} داریم:

$$t_{11} = \frac{V_1}{V_2} | I_2 = 0$$

بنابراین قطب دوم مدار را باز کرده و بهره‌ی ولتاژ مورد نظر را بدست می‌آوریم:



$$KCL(A): s(V_1 - V_2) + 2I = V_2 \quad \Rightarrow sV_1 + 2I = (s+1)V_2 \qquad (1)$$

نسبت تبدیل ترانس: $2 \rightarrow (V_1 + \frac{I}{s}) = 2(V_2 + \frac{I}{s}) \Rightarrow V_1 - \frac{I}{s} = 2V_2 \qquad (2)$

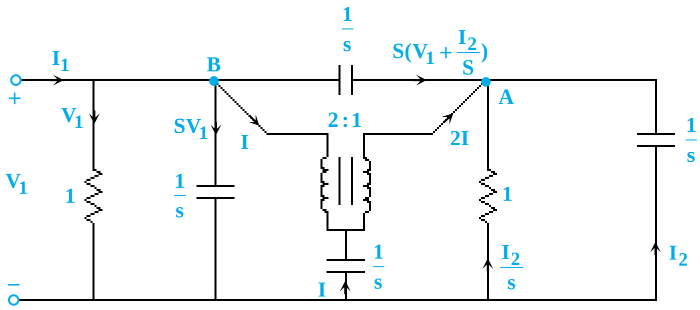
$$(1),(2) \rightarrow sV_1 + 2s \times (V_1 - 2V_2) = (s+1)V_2$$

$$\Rightarrow 3sV_1 = (5s+1)V_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{5s+1}{3s} = \frac{5}{3} + \frac{1}{3s}$$

۳۳ـ گزینه «۱» با توجه به تعریف t_{22} داریم:

$$t_{22} = \frac{I_1}{-I_2} |_{V_2 = 0}$$

بنابراین قطب دوم مدار را اتصال کوتاه کرده و بهره‌ی جریان را محاسبه می‌کنیم:



$$KCL(A): s(V_1 + \frac{I_2}{s}) + 2I + I_2 + \frac{I_2}{s} = 0 \Rightarrow sV_1 + I_2(2 + \frac{1}{s}) = -2I \quad (1)$$

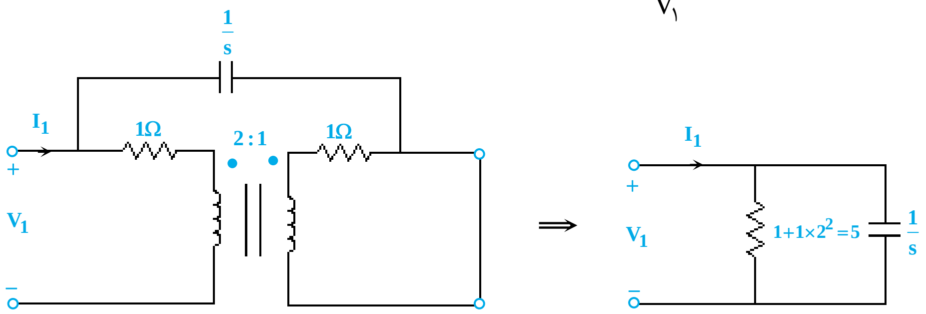
$$KCL(B): I_1 = V_1 + sV_1 + I + s(V_1 + \frac{I_2}{s}) \Rightarrow I_1 = V_1(2s+1) + I_2 + I \qquad (2)$$

نسبت تبدیل ترانس: $2 \Rightarrow V_1 + \frac{I}{s} = 2 \times (\frac{I}{s} - \frac{I_2}{s}) \Rightarrow sV_1 + 2I_2 = I \qquad (3)$

$$(1),(2),(3) \rightarrow I_1 = -(3 + \frac{3}{s} + \frac{1}{3s^2}) I_2 \rightarrow t_{22} = 3 + \frac{3}{s} + \frac{1}{3s^2}$$

۳۴ـ گزینه «۳» با توجه به تعریف y_{11} داریم: $y_{11} = \frac{I_1}{V_1}\Big|_{V_2=0}$

بنابراین قطب دوم مدار را اتصال کوتاه کرده و نسبت $\frac{I_1}{V_1}$ را محاسبه می‌کنیم:



$$\Rightarrow V_1 = \frac{\frac{5}{s}}{5+\frac{1}{s}} I_1 = \frac{5}{5s+1} I_1 \Rightarrow I_1 = s + \frac{1}{5} = s + 0/2$$

۳۵ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه اگر دوقطبی فاقد منبع وابسته باشد، دوقطبی متقابل و یا هم‌پاسخ است بنابراین حتماً گزینه‌ی ۱ پاسخ سؤال می‌باشد.

۳۶ـ گزینه «۴» با توجه به مدار داریم:

$$\begin{cases} I_1 = 0 \\ V_2 = 2V_1 \end{cases} \Rightarrow T = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} , \; G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

از آنجا که نمی‌توانیم I_2 را برحسب V_1 و V_2 بنویسیم، بنابراین ماتریس Y تعریف نمی‌شود.

از آنجا که نمی‌توانیم V_1 و V_2 را برحسب I_1 و I_2 بنویسیم، بنابراین ماتریس Z تعریف نمی‌شود.

از آنجا که نمی‌توانیم I_2 را برحسب I_1 و V_2 بنویسیم، بنابراین ماتریس H تعریف نمی‌شود.

۳۷ـ گزینه «۱» با توجه به مدار داریم:

$$V_1 = 0 , \; V_2 = 3I_1 \;\rightarrow Z = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}, \; T = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix}$$

از آنجا که نمی‌توان I_2 را برحسب V_1 و V_2 نوشت بنابراین ماتریس Y وجود ندارد.

از آنجا که نمی‌توان I_2 را برحسب V_2 و I_1 نوشت بنابراین ماتریس H وجود ندارد.

از آنجا که نمی‌توان I_1 را برحسب V_1 و I_2 نوشت بنابراین ماتریس G وجود ندارد.

۳۸ـ گزینه «۲» با توجه به مدار داریم:

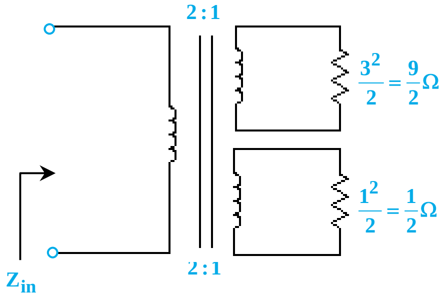
$$I_1 = 0 , \; I_2 = -4V_1 \;\rightarrow y = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}, \; T = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

با مشاهده‌ی گزینه‌ها به راحتی می‌توان به گزینه‌ی ۲ رسید.

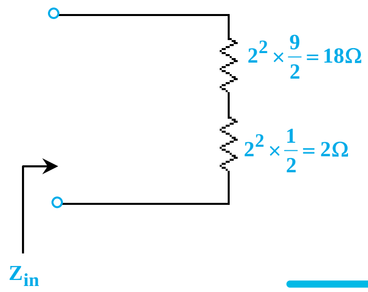
۳۹ـ گزینه «۴» با توجه به مدار داریم:

$$V_1 = 0 , \; V_2 = 6I_1 \;\rightarrow Z = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}, \; T = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{6} & 0 \end{bmatrix}$$

۴۰ـ گزینه «۳» با توجه به اینکه در ژیراتور امپدانس ورودی برابر است با $\frac{\alpha^2}{Z_{out}}$، مقاومت‌های موجود در سمت راست ژیراتور را به سمت چپ انتقال می‌دهیم. بنابراین داریم:



حال مقاومت‌ها را به سمت اولیه‌ی ترانس انتقال می‌دهیم:



$$\Rightarrow Z_{in} = ۲ + ۱۸ = ۲۰\Omega$$