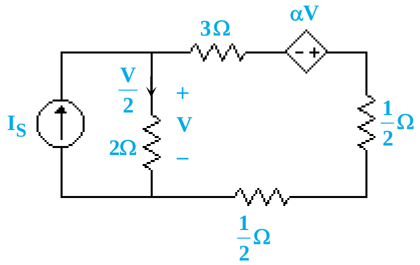
آزمون فصل اول

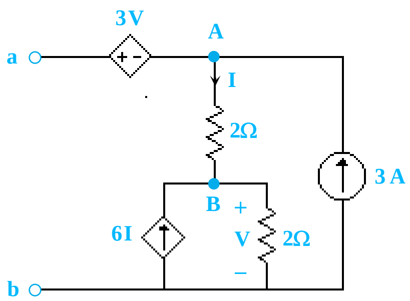
۱ـ گزینه «۴» با توجه به اینکه می‌خواهیم مؤلفه‌ی ولتاژ ناشی از منبع جریان را به‌دست آوریم، منبع ولتاژ را بی‌اثر می‌کنیم. با این کار مقاومت ۱ اهمی نیز حذف می‌شود.



با اعمال KVL درحلقه‌ی موجود داریم:

$$KVL: -V+۴(I_S-\frac{V}{۲})-\alpha V=۰ \Rightarrow (\alpha+۳)V=۴I_S \Rightarrow V=\frac{۴}{\alpha+۳}I_S \Rightarrow \frac{۴}{\alpha+۳}=\frac{۱}{۴} \Rightarrow \alpha=۱۳$$

۲ـ گزینه «۴» با توجه به اینکه منبع جریان ۳ آمپری با مقاومت ۲ اهمی سری شده است، با حذف این مقاومت، مدار به شکل زیر درمی‌آید. حال کافی است با اعمال KVL و KCL ولتاژ مدار باز دو سر a و b را به‌دست آوریم:



KCL در گره A:

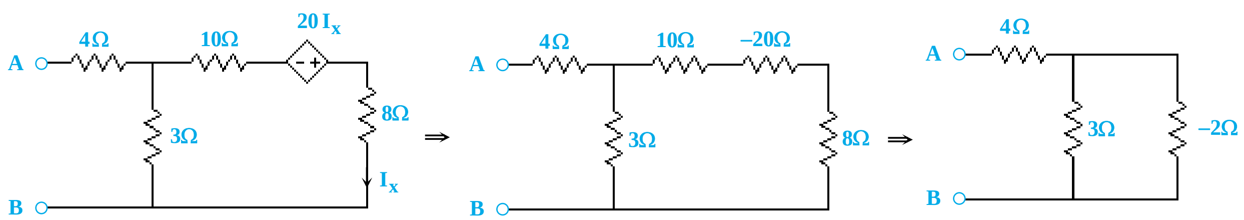
$$۳+۰=I \Rightarrow I=۳A$$

KCL در گره B:

$$I+۶I=\frac{V}{۲} \Rightarrow V=۱۴I=۴۲volt$$

$$\Rightarrow V_{oc}=۳V+۲I+V=۴\times۴۲+۲\times۳=۱۷۴v$$

۳ـ گزینه «۲» برای به‌دست آوردن مقاومت تونن کافی است منابع ولتاژ و جریان را بی‌اثر کنیم. در این صورت شاخه‌ی سمت راست حذف می‌شود. حال از آنجایی که در این سؤال، ولتاژ منبع وابسته برحسب جریان آن حاصل می‌شود، لذا نیازی به منبع تست نبوده و به‌راحتی می‌توان مقاومت معادل آن را که برابر ۲۰− اهم است، گذاشت.



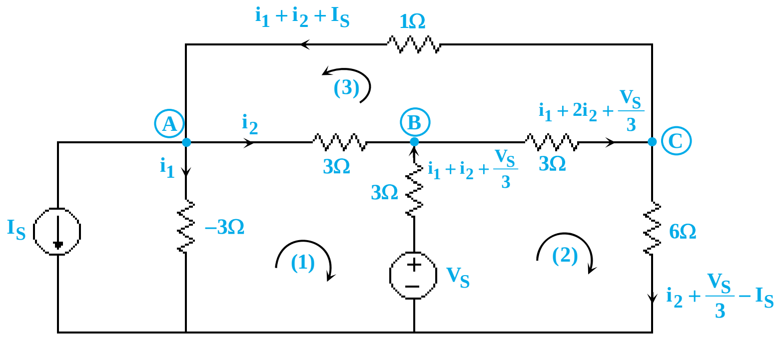
$$\Rightarrow R_{th}=۴+۳\,||\,(-۲)=۴+\frac{-۶}{۱}=-۲\Omega$$

۴ـ گزینه «۳»

روش اول: با توجه به گزینه‌ها به دنبال پیدا کردن متغیرهای مدار خواهیم بود.

جریان‌های $i_۱$ و $i_۲$ را بر روی مدار انتخاب می‌کنیم. با نوشتن KCL در گره A، جریان مقاومت ۱Ω در جهت نشان داده شده برابر $i_۱+i_۲+I_S$ خواهد شد.

اگر رابطه KVL را برای حلقه ۱ بنویسیم، جریان منبع ولتاژ در جهت نشان داده شده برابر $i_۱+i_۲+\frac{V_S}{۳}$ خواهد شد. با نوشتن KCL برای گره B، جریان شاخه مربوط به مقاومت ۳Ω، در جهت نشان داده شده برابر $i_۱+۲i_۲+\frac{V_S}{۳}$ می‌شود.



اگر رابطه KCL را برای گره C در نظر بگیریم، جریان مقاومت ۶Ω برابر $i_۲+\frac{V_S}{۳}-I_S$ می‌شود. حال کافی است که در حلقه‌های ۲ و ۳ رابطه KVL را بنویسیم.

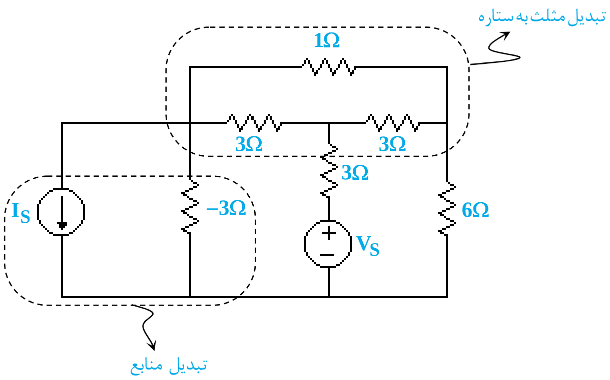
$$\begin{cases} KVL\,in(۲): V_S=۳\times[i_۱+i_۲+\frac{V_S}{۳}]+۳\times[i_۱+۲i_۲+\frac{V_S}{۳}]+۶\times[i_۲+\frac{V_S}{۳}-I_S] \\ KVL\,in(۳): ۳i_۲+۳\times[i_۱+۲i_۲+\frac{V_S}{۳}]+۱\times[i_۱+i_۲+I_S]=۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۲i_۱+۵i_۲=۲I_S-V_S \\ ۴i_۱+۱۰i_۲=-I_S-V_S \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۲i_۱+۵i_۲=۲I_S-V_S & (۱) \\ ۲i_۱+۵i_۲=\frac{-I_S}{۲}-\frac{V_S}{۲} & (۲) \end{cases}$$

با توجه به اینکه در سمت چپ رابطه‌های (۱) و (۲) ، ضرایب متغیرهای مدار با هم برابرند، اگر سمت راست این دو رابطه نیز با هم برابر باشند، مدار بی‌نهایت جواب دارد و در صورتی که این دو عبارت با هم برابر نباشند، مدار جواب ندارد.

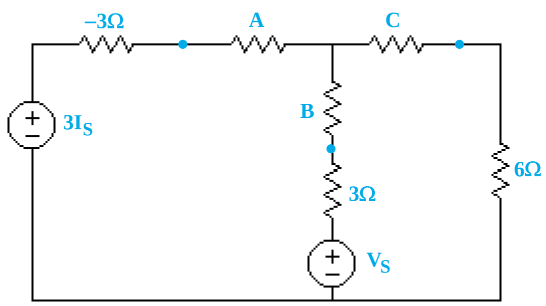
$$\begin{cases} ۲I_S-V_S=\frac{-I_S}{۲}-\frac{V_S}{۲} \Rightarrow ۲/۵I_S=۰/۵V_S \Rightarrow V_S=۵I_S \\ ۲I_S-V_S\neq\frac{-I_S}{۲}-\frac{V_S}{۲} \Rightarrow ۲/۵I_S\neq۰/۵V_S \Rightarrow V_S\neq۵I_S \end{cases}$$

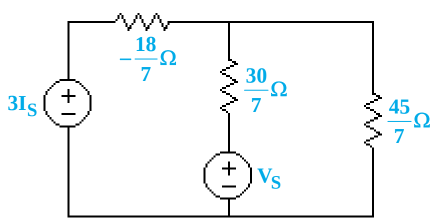
$V_S=۵I_S \Rightarrow$ مدار ∞ جواب دارد. ، $V_S\neq۵I_S \Rightarrow$ مدار جواب ندارد.

روش دوم: برای حل این مدار از تبدیل مثلث به ستاره و از روش تبدیل منابع استفاده می‌کنیم:

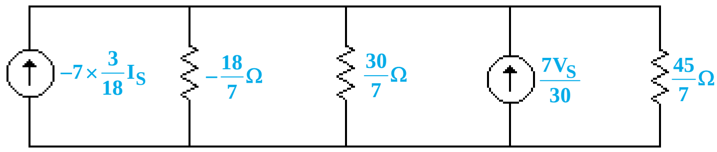


$$A=\frac{۳\times۱}{۳+۳+۱}=\frac{۳}{۷}$$
$$B=\frac{۳\times۳}{۳+۳+۱}=\frac{۹}{۷}$$
$$C=\frac{۳\times۱}{۳+۳+۱}=\frac{۳}{۷}$$





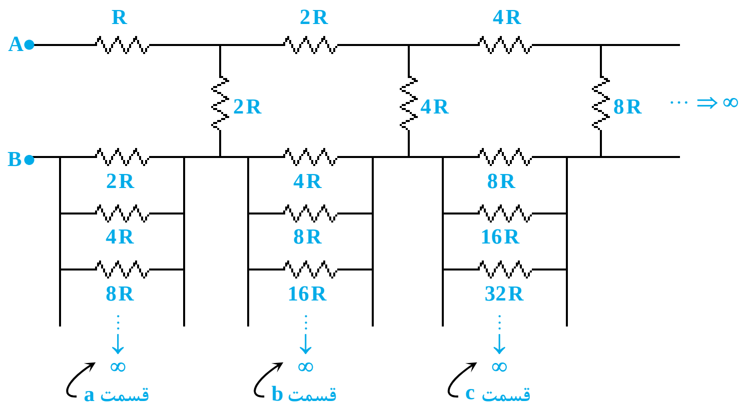
منابع ولتاژ و مقاومت‌های سری با آنها را به منابع جریان با مقاومت موازی با آنها تبدیل می‌کنیم:

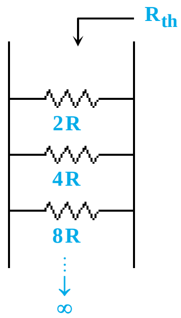


اگر $-\frac{۷\times۳}{۱۸}I_S+\frac{۷}{۳۰}V_S=۰$ باشد، مدار ∞ جواب دارد.

$$\Rightarrow \frac{۷}{۶}I_S=\frac{۷}{۳۰}V_S \Rightarrow ۵I_S=V_S$$

۵ـ گزینه «۲» ابتدا مقاومت معادل هر یک از قسمت‌های پایینی مدار را محاسبه می‌کنیم.



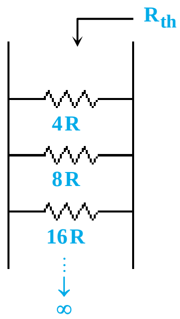


تا بی‌نهایت ادامه دارد.

$$\frac{۱}{R_{th}}=\frac{۱}{۲R}+\frac{۱}{۴R}+\frac{۱}{۸R}+\cdots$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{R_{th}}=\frac{\frac{۱}{۲R}}{۱-\frac{۱}{۲}}=\frac{۱}{R} \Rightarrow \boxed{R_{th}=R} \Rightarrow \text{(a) برای قسمت}$$

برای قسمت بعدی (b) داریم:



$$\Rightarrow \frac{۱}{R_{th}}=\frac{۱}{۴R}+\frac{۱}{۸R}+\frac{۱}{۱۶R}+\cdots$$

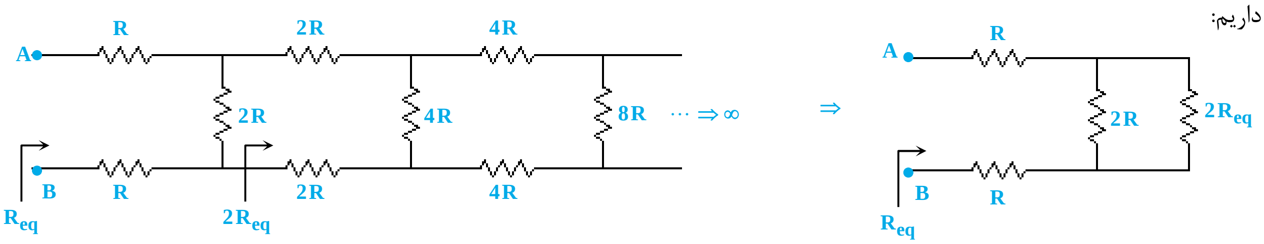
$$\Rightarrow \frac{۱}{R_{th}}=\frac{\frac{۱}{۴R}}{۱-\frac{۱}{۲}}=\frac{۱}{۲R} \Rightarrow \boxed{R_{th}=۲R} \Rightarrow \text{(b) برای قسمت}$$

به طور مشابه، مقاومت قسمت c، برابر ۴R می‌شود و بقیه قسمت‌های پایینی مدار هم به این شکل محاسبه می‌شوند و مقاومت معادل هر قسمت ۲ برابر مقاومت معادل قسمت قبلی می‌شود.

یادآوری:

$$\begin{cases} S=a+aq+aq^{۲}+aq^{۳}+\cdots \text{ تا } \infty \text{ ادامه دارد.} \Rightarrow S=\frac{a}{۱-q} \\ |q|<۱ \end{cases}$$

بنابراین داریم:

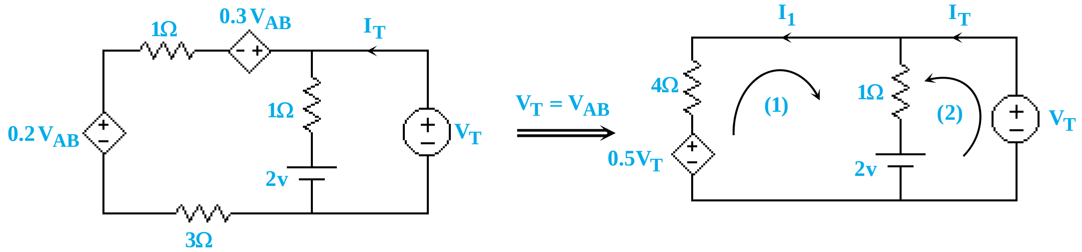


$$\Rightarrow R_{eq}=R+(۲R\,||\,۲R_{eq})+R \Rightarrow R_{eq}=۲R+\frac{۲R\times ۲R_{eq}}{۲R+۲R_{eq}} \Rightarrow R_{eq}=۲R+\frac{۲RR_{eq}}{R+R_{eq}} \Rightarrow R_{eq}^{۲}-۲RR_{eq}-۲R^{۲}=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_{eq}=(\frac{۳+\sqrt{۱۷}}{۲})\times R>۰ \Rightarrow \text{ق ق} \\ R_{eq}=(\frac{۳-\sqrt{۱۷}}{۲})\times R<۰ \Rightarrow \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow R_{eq}=(\frac{۳+\sqrt{۱۷}}{۲})\times R=(\frac{۳+\sqrt{۱۷}}{۲})\times(\sqrt{۱۷}-۳)=\frac{۱۷-۹}{۲}=۴ \Rightarrow R_{eq}=۴\Omega$$

۶ـ گزینه «۱» با اعمال منبع ولتاژ V_T با جریان تزریقی I_T، مدار معادل تونن از دو سر B و A را به‌دست می‌آوریم.



KVL در حلقه‌ی (۱) :

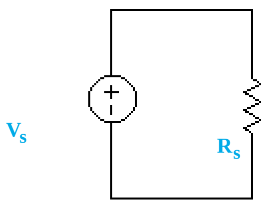
$$-V_T+۴I_۱+۰/۵V_T=۰ \Rightarrow V_T=۸I_۱$$

KVL در حلقه‌ی (۲):

$$-V_T+۱\times(I_T-I_۱)+۲=۰ \Rightarrow V_T=I_T-I_۱+۲$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} V_T=I_T-\frac{V_T}{۸}+۲ \Rightarrow \frac{۹}{۸}V_T=I_T+۲ \Rightarrow V_T=\frac{۸}{۹}I_T+\frac{۱۶}{۹} \Rightarrow R_{th}=\frac{۸}{۹} \text{ و } V_{th}=\frac{۱۶}{۹}$$

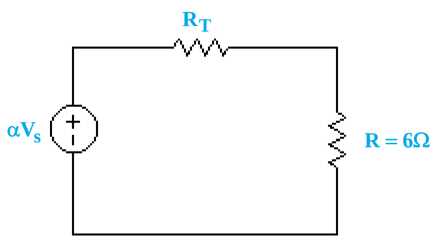
۷ـ گزینه «۴» اگر از دو سر منبع ولتاژ به باقی مدار نگاه کنیم، می‌توانیم مقاومت معادل R_s را به عنوان مقاومت تونن در نظر بگیریم که توانی به اندازه مجموع توان‌های شبکه N و مقاومت ۶ اهمی روی آن مصرف می‌شود:



$$P_{V_s}=P_{R_s}=P_N+P_{۶\Omega}$$

$$P_N+P_{۶\Omega}=\frac{V_s^{۲}}{R_s}$$

مشخص است که اگر V_s، k برابر شود توان R_s، $k^{۲}$ برابر می‌شود. حال اگر از دو سر مقاومت ۶ اهم به مدار نگاه کنیم، می‌توانیم مدار معادلی به شکل مقابل در نظر بگیریم:



در این مدار مقاومت R_T و ضریب α وابسته به ساختار درونی شبکه N هستند. حال می‌توان نوشت:

$$P_{۶\Omega}=\frac{۶(\alpha V_s)^{۲}}{(R_T+۶)^{۲}}$$

در اینجا نیز اگر V_s، k برابر شود، مشخصاً توان مقاومت ۶ اهمی $k^۲$ برابر خواهد شد. بنابراین با k برابر شدن منبع V_s داریم:

$$\left.\begin{array}{l} P'_N + P'_{۶\Omega} = k^۲(P_N + P_{۶\Omega}) \\ P'_{۶\Omega} + k^۲ P_{۶\Omega} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{P'_{۶\Omega}}{P'_{۶\Omega} + P'_N} = \frac{P_{۶\Omega}}{P_{۶\Omega} + P_N}$$

و این یعنی درصد توان متوسطی که به مقاومت ۶ اهم می‌رسد، مستقل از دامنه منبع V_s است؛ این مقدار تنها به خود مقاومت ۶ اهم و ساختار شبکه N وابسته بوده و بنابراین گزینه (۴) پاسخ تست می‌باشد.

۸ـ گزینه «۱» از آنجایی که مدار مقاومتی است، لذا می‌توان گفت که مقدار V رابطه‌ی خطی با V_S و I_S دارد. لذا برای ولتاژ دو سر مقاومت R (که ناشی از منبع ولتاژ و جریان است) خواهیم داشت: $V = \alpha V_S + \beta I_S$

حال با داده‌های صورت سؤال مقادیر α و β را به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} V_S = ۱V \\ I_S = ۲A \\ V = ۱۱۰\,V \end{cases} \Rightarrow \alpha + ۲\beta = ۱۱۰ \qquad (۱)$$

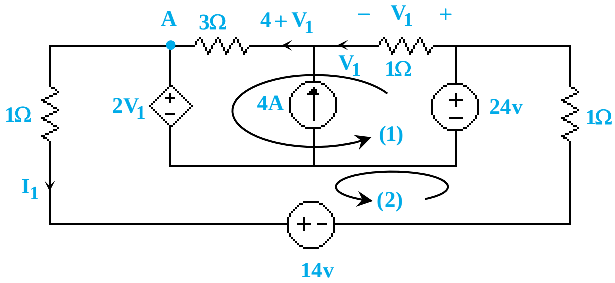
$$\begin{cases} V_S = ۲V \\ I_S = ۳A \\ V = ۱۸۰\,V \end{cases} \Rightarrow ۲\alpha + ۳\beta = ۱۸۰ \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \begin{cases} \beta = ۴۰ \\ \alpha = ۳۰ \end{cases} \Rightarrow V = ۳۰ V_S + ۴۰ I_S$$

حال به ازای مقادیر جدید منابع خواهیم داشت:

$$\Rightarrow \begin{cases} V_S = ۴V \\ I_S = ۶A \end{cases} \Rightarrow V = ۳۰\times۴ + ۴۰\times۶ = ۳۶۰\,v$$

۹ـ گزینه «۴» برای محاسبه‌ی توان مصرفی منبع وابسته کافی است جریان و ولتاژ دو سرش را به‌دست آوریم.



با اعمال KVL در حلقه‌های (۱) و (۲) داریم:

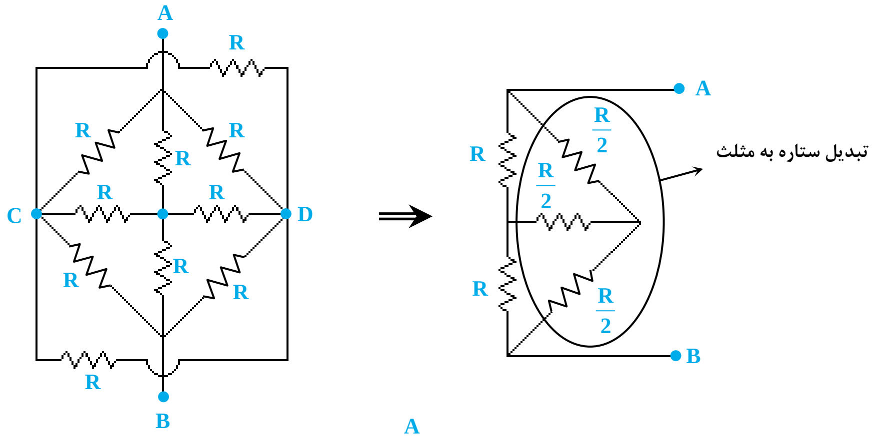
حلقه‌ی (۱): $-۲۴ + V_۱ + ۳(۴ + V_۱) + ۲V_۱ = ۰ \Rightarrow ۶V_۱ = ۱۲ \Rightarrow V_۱ = ۲v$

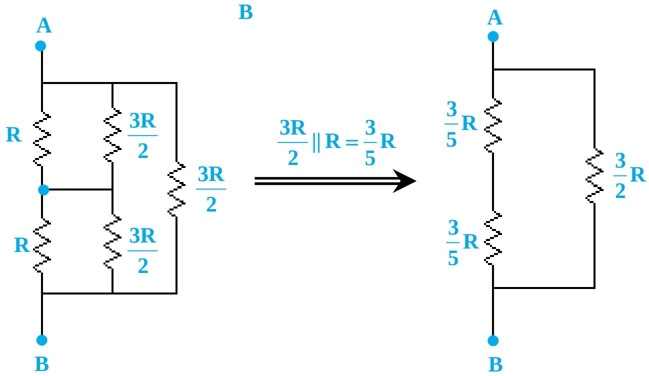
حلقه‌ی (۲): $I_۱ + ۲۴ - ۲V_۱ + I_۱ + ۱۴ = ۰ \xrightarrow{V_۱ = ۲} I_۱ = -۱۷A$

با اعمال KCL در گره A مقدار جریان منبع وابسته را به‌دست می‌آوریم:

جریان منبع وابسته $I = ۴ + V_۱ - I_۱ = ۴ + ۲ + ۱۷ = ۲۳ \Rightarrow P_{\text{منبع وابسته}} = ۲V_۱ \times I_{\text{منبع وابسته}} = ۲\times۲\times۲۳ = ۹۲w$

۱۰ـ گزینه «۲» با توجه به متقارن بودن مدار، نقطه‌ی C را روی نقطه‌ی D می‌تابانیم.





$$\Rightarrow R_{AB} = (\frac{۶}{۵}R) \| \frac{۳}{۲}R = \frac{\frac{۹}{۵}R}{\frac{۲۷}{۱۰}R} = \frac{۲}{۳}R$$

۱۱ـ گزینه «۱» برای به‌دست آوردن مقاومت معادل از دو سر a و b باید یک منبع جریان I_T با ولتاژ دو سر V_T را به این دو سر تزریق کنیم. با توجه به وجود منبع جریان I_k می‌توانیم از آن به عنوان منبع جریان I_T استفاده کنیم. از طرفی ولتاژ دو سرش همان $۵I$ می‌باشد. بنابراین:

$$I_T = I_k$$

$$V_T = ۵I = ۱/۴۲۵(V_k + I_T)$$

$$V_T = ۱/۴۲۵ I_T \Rightarrow R_{ab} = ۱/۴۲۵$$

از طرفی برای به‌دست آوردن مقاومت معادل، تمامی منابع را خنثی می‌کنیم. در نتیجه:

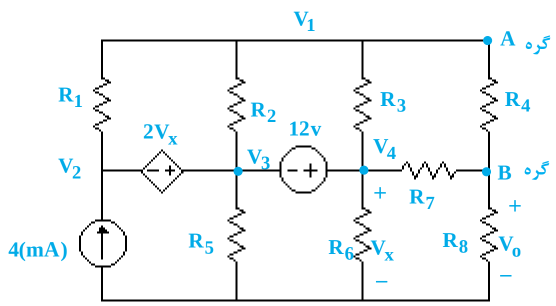
حال مقاومت دو سر a و b را بدون حضور مقاومت ۵ اهمی به‌دست می‌آوریم.

$$R'_{th} \| ۵ = ۱/۴۲۵ \Rightarrow R'_{th} \simeq ۲$$

حال مقاومت جدیدی که باید با R'_{th} موازی شود تا مقدار $\frac{۶}{۷}$ به‌وجود آید را به‌دست می‌آوریم.

$$۲ \| R = \frac{۶}{۷} \Rightarrow R = \frac{۳}{۲}\Omega$$

۱۲ـ گزینه «۲» شکل زیر را درنظر بگیرید. روابط گره را به‌صورت زیر می‌نویسیم:



$$\text{در گره A} \Rightarrow \frac{V_۱ - V_۲}{R_۱} + \frac{V_۱ - V_۳}{R_۲} + \frac{V_۱ - V_۴}{R_۳} + \frac{V_۱ - V_o}{R_۴} = ۰$$

$$\text{در گره زمین} \Rightarrow \frac{V_۳}{R_۵} + \frac{V_۴}{R_۶} + \frac{V_o}{R_۸} = ۴ \times ۱۰^{-۳}$$

$$\text{در گره B} \Rightarrow \frac{V_o}{R_۸} + \frac{V_o - V_۴}{R_۷} + \frac{V_o - V_۱}{R_۴} = ۰$$

از طرفی داریم:

$$R_۱ = R_۲ = R_۳ = R_۴ = R_۸ = ۱k\Omega$$

$$R_۵ = R_۶ = R_۷ = ۲k\Omega$$

$$V_۴ - V_۳ = ۱۲v \quad , \quad V_۳ - V_۲ = ۲V_x = ۲V_۴$$

با استفاده از معادلات گره نوشته شده و جایگذاری روابط بالا در معادلات گره در نهایت به‌دست می‌آید:

$$V_o = ۰/۵v$$

۱۳ـ گزینه «۴» با توجه به داشتن مقدار V برحسب I_S می‌توانیم مقاومت معادل دیده شده از دو سر منبع جریان I_S را به‌دست آوریم:

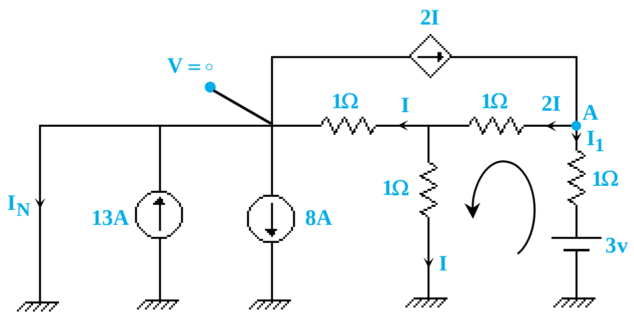
$$V = \frac{۲}{۳}I_S + ۶V_S \xrightarrow{V_S=۰} R_{th} = \frac{۲}{۳}\Omega$$

حال مقاومت معادل دیده‌شده از دو سر منبع جریان I_S را بدون حضور مقاومت R به‌دست می‌آوریم.

$$۲ \| R'_{th} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow R'_{th} = ۱\Omega$$

بنابراین به ازای $R = R'_{th}$ توان انتقالی به آن حداکثر می‌شود.

۱۴ـ گزینه «۴» با توجه به شکل مدار داریم:



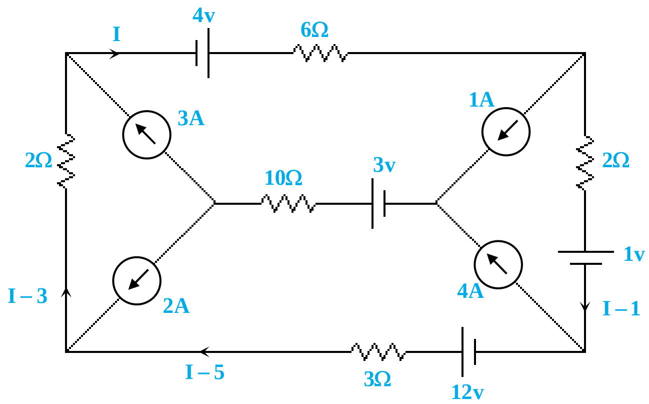
با اعمال KCL در گره A و همچنین KVL در حلقه‌ی مشخص شده داریم:

KCLA: $I_۱ = ۰$

KVL: $۳ = ۳I \Rightarrow I = ۱A$

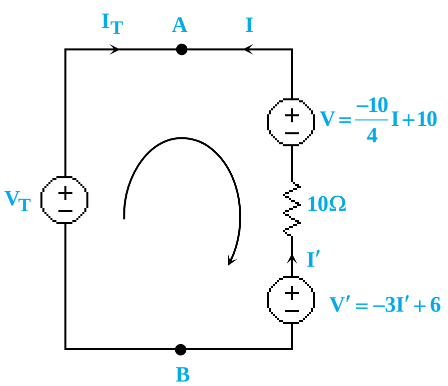
حال با اعمال KCL در گره اتصال کوتاه شده داریم: $I_N = ۱۳ - ۸ + I - ۲I = ۴A$

۱۵ـ گزینه «۴» ابتدا با توجه به شکل مدار جریان شاخه‌ها را مشخص می‌کنیم، سپس با اعمال KVL در حلقه‌ی خارجی، جریان I را محاسبه می‌کنیم.



KVL: $-۴ + ۶I + ۲(I-۱) + ۱ - ۱۲ + ۳(I-۵) + ۲(I-۳) = ۰ \Rightarrow ۱۳I = ۳۸ \Rightarrow I = ۲/۹۲A$

۱۶ـ گزینه «۲» با اعمال منبع ولتاژ V_T با جریان تزریقی I_T به دو سر A و B، مقاومت تونن را به‌دست می‌آوریم.

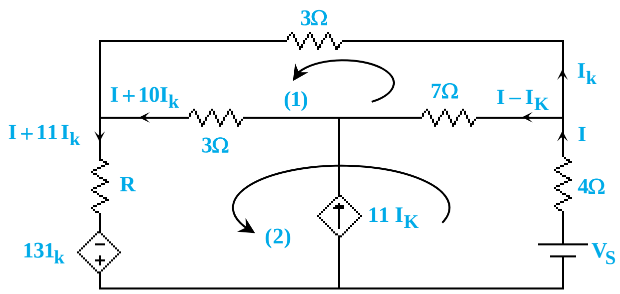


$$\Rightarrow I_T = -I = -I'$$

$$\Rightarrow -V_T + \frac{۱۰}{۴}I_T + ۱۰ + ۱۰I_T + ۳I_T + ۶ = ۰$$

$$\Rightarrow V_T = ۱۵/۵I_T + ۱۶ \Rightarrow R_{th} = ۱۵/۵$$

۱۷ـ گزینه «۲» با مشخص‌کردن جریان شاخه‌ها مدار به صورت زیر درمی‌آید:



با اعمال KVL در حلقه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$۳I_k-۳(I+۱۰I_k)-۷(I-I_k)=۰ \Rightarrow ۲۰I_k=-۱۰I \Rightarrow I=-۲I_k \qquad (۱)$$

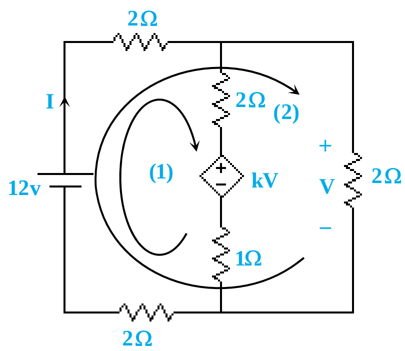
$$-V_S+۴I+۷(I-I_k)+۳(I+۱۰I_k)+R(I+۱۱I_k)-۱۳I_k=۰ \Rightarrow V_S=(۱۴+R)I+(۱۰+۱۱R)I_k \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} I=\frac{V_S}{۹-۴/۵R}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{if } I\to\infty \Rightarrow ۴/۵R-۹=۰ \Rightarrow R=\frac{۹}{۴/۵}=۲\Omega$$

۱۸ـ گزینه «۳» با اعمال KVL در دو حلقه‌ی موجود و همچنین قرار دادن $I=۲$ در معادلات KVL داریم:



KVL در حلقه‌ی (۱):

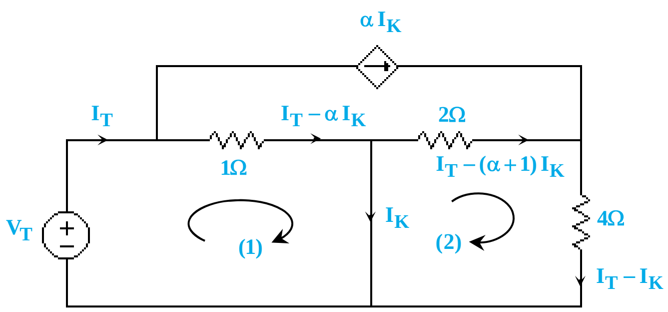
$$-۱۲+۴I+۳(I-\frac{V}{۲})+KV=۰ \Rightarrow (k-۱/۵)V+۲=۰ \qquad (۱)$$

KVL در حلقه‌ی (۲):

$$-۱۲+۴I+V=۰ \Rightarrow V=۴ \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} (k-۱/۵)\times۴+۲=۰ \Rightarrow k=۱$$

۱۹ـ گزینه «۳» با اعمال منبع ولتاژ V_T با جریان تزریقی I_T در دو سر A و B، مقدار مقاومت تونن را محاسبه کرده و برابر ۱− قرار می‌دهیم.



KVL در حلقه‌ی (۱):

$$V_T=I_T-\alpha I_k \qquad (۱)$$

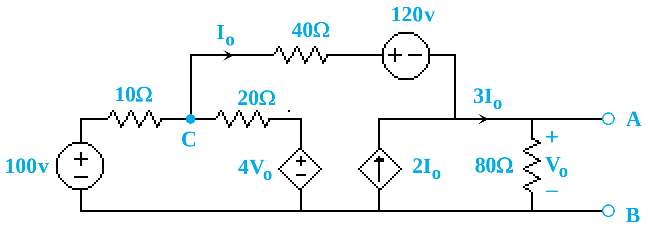
KVL در حلقه‌ی (۲):

$$۲(I_T-(\alpha+۱)I_k)+۴(I_T-I_k)=۰ \Rightarrow ۳I_T=(\alpha+۳)I_k \Rightarrow I_k=\frac{۳}{\alpha+۳}I_T \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} V_T=I_T-\frac{۳\alpha}{\alpha+۳}I_T=\frac{۳-۲\alpha}{\alpha+۳}I_T$$

$$R_{th}=-۱\Rightarrow\frac{۳-۲\alpha}{\alpha+۳}=-۱\Rightarrow ۲\alpha-۳=\alpha+۳\Rightarrow\alpha=۶$$

۲۰ـ گزینه «۲» با مشخص‌کردن جریان شاخه‌ها و همچنین اعمال KVL و KCL ولتاژ با مدار باز دو سر A و B را به‌دست می‌آوریم.



$$V_{AB}=V_{oc}=V_o=۲۴۰I_o \qquad (۱)$$

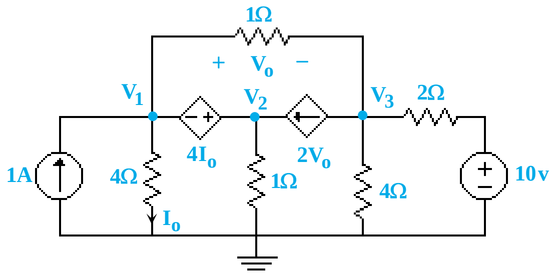
$$V_c=V_o+۱۲۰+۴۰I_o$$

در گره C داریم:

$$\frac{V_c-۱۰۰}{۱۰}+\frac{V_c-۴V_o}{۲۰}+I_o=۰ \Rightarrow ۳V_c-۲۰۰-۴V_o+۲۰I_o=۰ \Rightarrow V_o=۱۶۰+۱۴۰I_o \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} V_o=۱۶۰+۱۴۰\frac{V_o}{۲۴۰} \Rightarrow \frac{۱۰۰V_o}{۲۴۰}=۱۶۰ \Rightarrow V_o=V_{oc}=۳۸۴v$$

۲۱ـ گزینه «۲» با اعمال KCL در گره سمت راست و گره مرکب سمت چپ داریم:



KCL در گره $V_۳$:

$$۲V_o+\frac{V_۳}{۴}+\frac{V_۳-۱۰}{۲}-V_o=۰ \Rightarrow ۴V_o+۳V_۳=۲۰ \Rightarrow V_۳=\frac{۲۰-۴V_o}{۳} \qquad (۱)$$

با اعمال KCL در گره مرکب $V_۱$ و $V_۲$:

$$V_۲-۲V_o+I_o-۱+V_o=۰ \Rightarrow V_۲-V_o+I_o=۱ \qquad (۲)$$

از طرفی داریم:

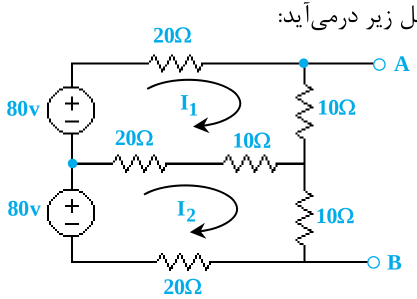
$$\begin{cases} V_۲-V_۱=۴I_o & (۳) \\ V_۱-V_۳=V_o & (۴) \\ V_۱=۴I_o & (۵) \end{cases}$$

$$(۳),(۵)\longrightarrow V_۲=۸I_o \xrightarrow{+(۲)} ۹I_o=V_o+۱ \qquad (۶)$$

$$(۱),(۴)\longrightarrow V_o+۳V_۱=۲۰ \xrightarrow{+(۵)} V_o+۱۲I_o=۲۰ \qquad (۷)$$

$$(۶),(۷)\longrightarrow I_o=۱A \ , \quad V_o=۸volt$$

۲۲ـ گزینه «۴» با اعمال تبدیل مثلث به ستاره، مدار به شکل زیر درمی‌آید:



حال با اعمال KVL در حلقه‌های موجود، مقدار ولتاژ مدار باز از دو سر A و B را به‌دست می‌آوریم.

KVL در حلقه‌ی (۱):

$$-۸۰+۶۰I_۱-۳۰I_۲=۰ \Rightarrow ۶I_۱-۳I_۲=۸ \qquad (۱)$$

KVL در حلقه‌ی (۲):

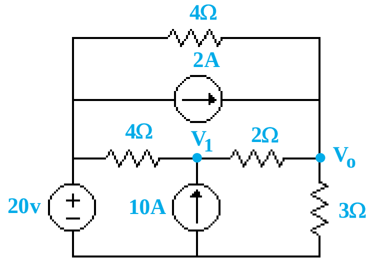
$$-۸۰+۶۰I_۲-۳۰I_۱=۰ \Rightarrow ۶I_۲-۳I_۱=۸ \qquad (۲)$$

$$(۱)+(۲) \Rightarrow ۳(I_۱+I_۲)=۱۶ \Rightarrow I_۱+I_۲=\frac{۱۶}{۳}A$$

از طرفی داریم:

$$V_{AB}=۱۰I_۱+۱۰I_۲=۱۰(I_۱+I_۲)=\frac{۱۶۰}{۳}=۵۳/۳v$$

۲۳ـ گزینه «۱» با نوشتن معادلات گره مربوط به مدار مقدار V_o را به‌دست می‌آوریم:



KCL در گره (V_o):

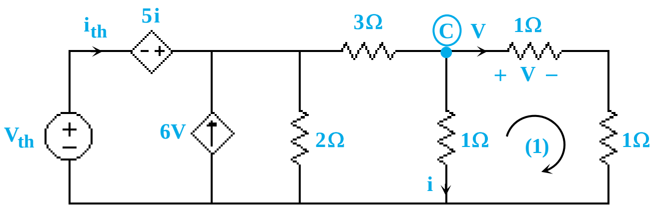
$$\frac{V_o}{۳}+\frac{V_o-V_۱}{۲}+\frac{V_o-۲۰}{۴}=۲ \Rightarrow ۱۳V_o-۶V_۱=۸۴ \quad (۱)$$

KCL در گره ($V_۱$):

$$\frac{V_۲-۲۰}{۴}+\frac{V_۱-V_o}{۲}=۱۰ \Rightarrow ۳V_۱-۲V_o=۶۰ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} ۱۳V_o-۴V_o-۱۲۰=۸۴ \Rightarrow ۹V_o=۲۰۴ \Rightarrow V_o=\frac{۲۰۴}{۹}=۲۲/۷v$$

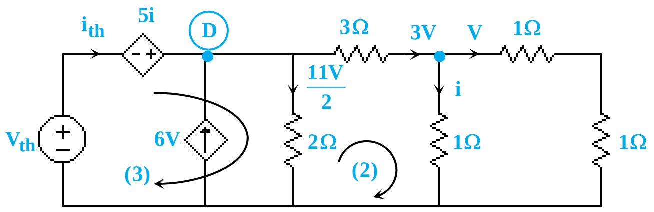
۲۴ـ گزینه «۱» برای پیدا کردن مقاومت دیده شده از دو سر A و B، منبع ولتاژ V_{th} که جریان i_{th} را به مدار تزریق می‌کند، به دو سر A و B بسته و رابطه‌ی آن دو را پیدا می‌کنیم. ضمناً منابع مستقل را خاموش می‌کنیم. بنابراین داریم:



با توجه به این‌که ولتاژ مقاومت ۱Ω، V می‌باشد، بنابراین جریان آن V خواهد بود.

با نوشتن KVL در حلقه ۱ داریم:

$$KVL_۱: i=V+V \Rightarrow i=۲V \quad (۱)$$



با نوشتن KCL در گره C، جریان مقاومت ۳Ω در جهت نشان داده شده برابر $i+V$ خواهد بود که آن هم با توجه به رابطه (۱) برابر ۳V می‌شود. حال با درنظر گرفتن KVL در حلقه ۲، جریان مقاومت ۲Ω در جهت نشان داده شده در شکل برابر $\frac{۱۱V}{۲}$ می‌گردد.

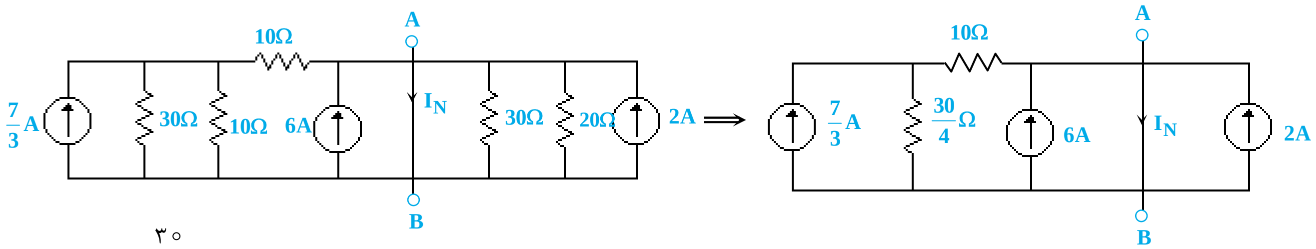
حال کافی است که رابطه KCL را در گره D و رابطه KVL را برای حلقه ۳ بنویسیم:

$$\left.\begin{array}{l} KCL_D: i_{th}+۶V=\frac{۱۱V}{۲}+۳V \\ KVL_۳: V_{th}+۵i=۲\times\frac{۱۱V}{۲} \end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} i_{th}=\frac{۵}{۲}V \\ V_{th}=۱۱V-۵i \end{cases}$$

با توجه به رابطه ۱، یعنی $i=۲v$ خواهیم داشت:

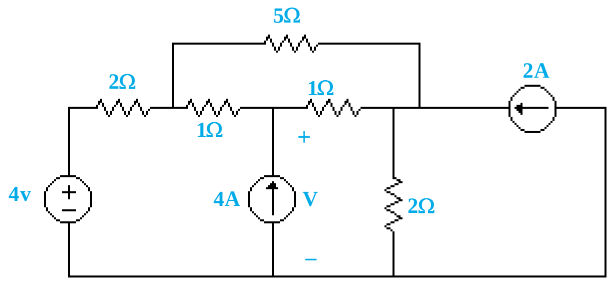
$$\Rightarrow \begin{cases} i_{th}=\frac{۵}{۲}V \\ V_{th}=۱۱V-۵\times۲V=V \end{cases} \Rightarrow i_{th}=\frac{۵}{۲}V_{th} \Rightarrow V_{th}=\frac{۲}{۵}i_{th} \Rightarrow \boxed{R_{th}=۰/۴\Omega}$$

۲۵ـ گزینه «۳» برای به‌دست آوردن جریان نورتن کافی است پایه‌های A و B را اتصال کوتاه کرده و جریان عبوری از آن را به‌دست آوریم.

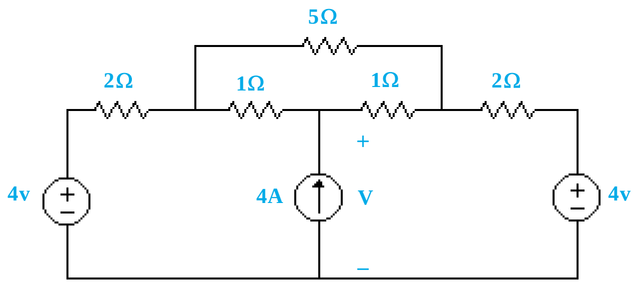


$$I_N=۲+۶+\frac{\frac{۳۰}{۴}}{\frac{۳۰}{۴}+۱۰}\times\frac{۷}{۳}=۹A$$

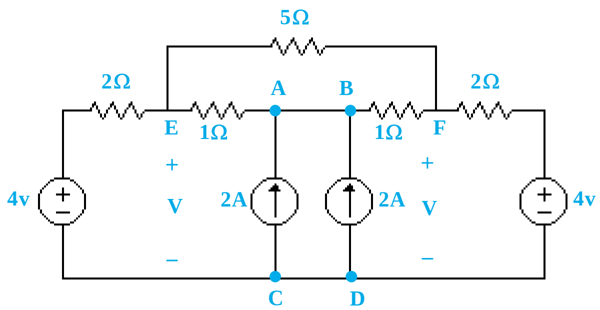
۲۶ـ گزینه «۳» با دقت در شکل، مشاهده می‌شود که تعدادی از عناصر سمت چپ منبع ولتاژ ۴v با این منبع موازی هستند و بنـابراین مـی‌تـوان آن‌هـا را حذف کرد. ضمناً عناصر سری با منبع جریان ۲A موجود در سمت راست مدار قابل حذف می‌باشند. بنابراین داریم:



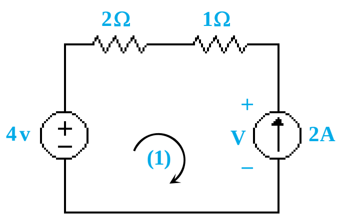
با تبدیل منبع جریان ۲A موازی با مقاومت ۲Ω، به منبع ولتاژ معادل ۴v سری با مقاومت ۲Ω، مدار زیر را خواهیم داشت:



مدار شکل بالا، متقارن است. با تبدیل منبع جریان ۴A به ۲ منبع جریان موازی ۲ آمپری خواهیم داشت:



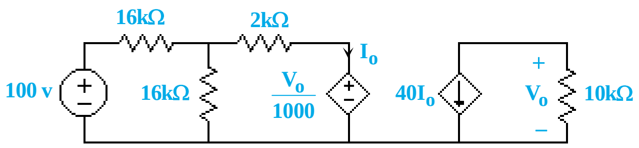
با توجه به تقارن شکل، جریان مقاومت ۵Ω و جریان شاخه AB و CD و EF صفر خواهد شد و بنابراین مدار زیر را خواهیم داشت:



با نوشتن KVL در حلقه ۱ داریم:

$$KVL_{۱} : V = (۱+۲)\times ۲ + ۴ \Rightarrow \boxed{V = ۱۰v}$$

۲۷ـ گزینه «۳» با توجه به شکل مدار داریم:

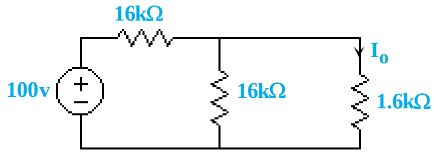


$$V_o = -۴۰ I_o \times ۱۰^۴ = -۴\times ۱۰^۵ I_o$$

حال مقدار مقاومت معادل منبع ولتاژ وابسته را به‌دست می‌آوریم:

منبع ولتاژ وابسته $R = \frac{V_o}{۱۰۰۰ I_o} = -۴۰۰ = -۰/۴k\Omega$

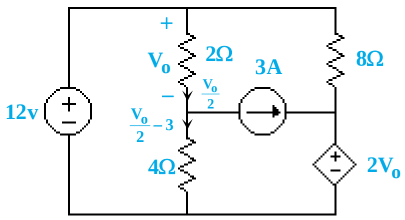
حال مدار به صورت زیر ساده می‌شود:



$$V_o = -۴\times ۱۰^۵ I_o = -۴\times ۱۰^۵ \times \frac{۱۶}{۱۶+۱/۶} \times \frac{۱۰۰}{۱۶۰۰۰+(۱۶۰۰۰\,||\,۱۶۰۰)}$$

$$V_o = -۲۰۸۳/۳۳ \Rightarrow |V_o| \simeq ۲۰۸۳v$$

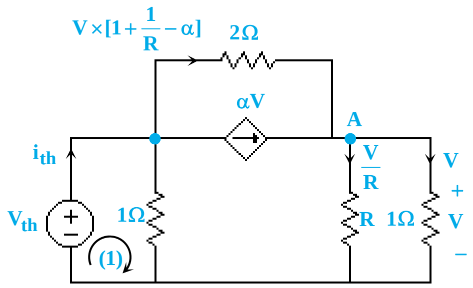
۲۸ـ گزینه «۱» ابتدا جریان شاخه‌ها را مشخص کرده و سپس با اعمال KVL در حلقه‌ی سمت چپ مدار، مقدار V_o را به‌دست می‌آوریم:



KVL:

$$-۱۲+V_o+۴(\frac{V_o}{۲}-۳)=۰ \Rightarrow ۳V_o=۲۴ \Rightarrow V_o=۸v$$

۲۹ـ گزینه «۲» برای حل سؤال باید منبع ولتاژ V_{th} با جریان تزریقی i_{th} را به دو سر a و b بسته و به دنبال محاسبه مقاومت دیده شده از این دو سر باشیم.

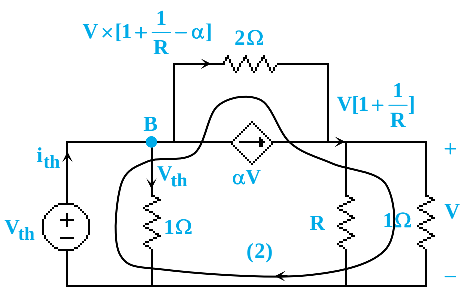


با توجه به موازی بودن مقاومت R و 1Ω و این‌که ولتاژ هر دو V می‌باشد، جریان هر کدام در جهت نشان داده شده بر روی شکل برابر $\frac{V}{R}$ و V می‌شود.

با درنظر گرفتن KCL در گره A، جریان مقاومت 2Ω در جهت نشان داده شده برابر $V\times[۱+\frac{۱}{R}-\alpha]$ می‌گردد.

با درنظر گرفتن رابطه KVL در حلقه ۱، جریان مقاومت 1Ω داخل این حلقه، در جهت نشان داده شده برابر V_{th} می‌شود.

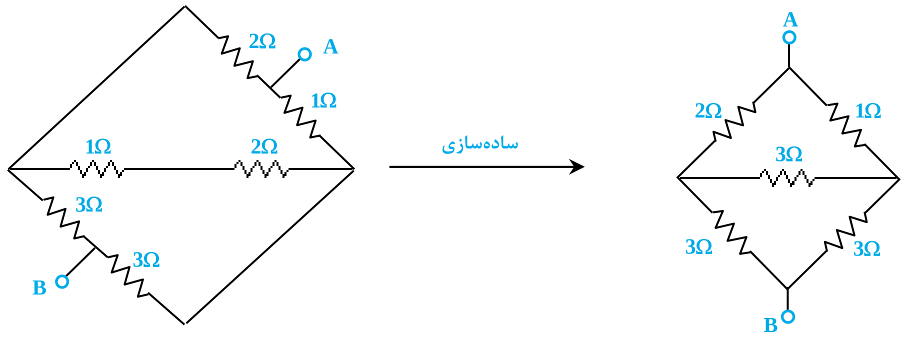
حال کافی است که رابطه KCL را در گره B و رابطه KVL را برای حلقه ۲ بنویسیم.

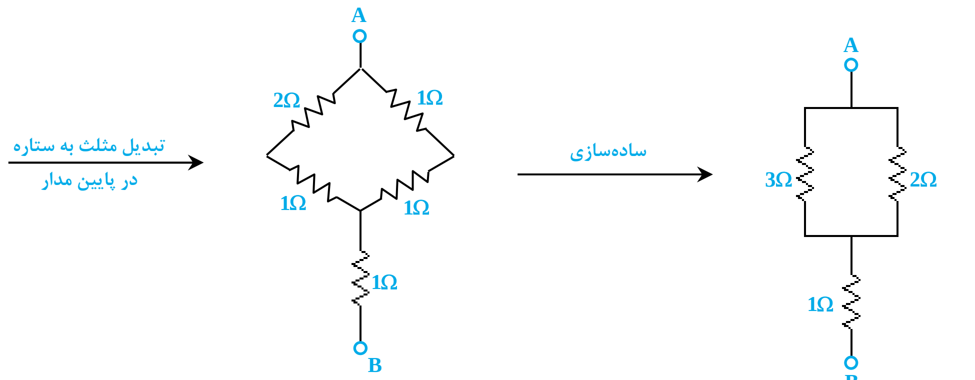


$$\begin{cases} KCL_B : i_{th} = V_{th} + V\times[۱+\frac{۱}{R}] & (۱) \\ KVL_۲ : V_{th} = ۲\times V\times[۱+\frac{۱}{R}-\alpha]+V & (۲) \end{cases} \xrightarrow{(۱) \text{ و } (۲)} V_{th} = \frac{(۳-۲\alpha)\times R+۲}{(۴-۲\alpha)\times R+۳}\times i_{th} \Rightarrow R_{th} = \frac{(۳-۲\alpha)\times R+۲}{(۴-۲\alpha)\times R+۳}$$

$$R_{th} = \frac{۲-R}{۳} \Rightarrow \frac{(۳-۲\alpha)\times R+۲}{(۴-۲\alpha)\times R+۳} = \frac{۲-R}{۳} \Rightarrow \boxed{\alpha = ۲}$$

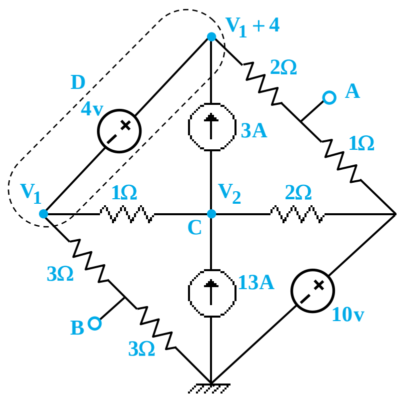
۳۰ـ گزینه «۳» ابتدا با خاموش کردن منابع، مقدار R_{th} را محاسبه می‌کنیم:





$$R_{th}=۱+(۲\parallel ۳)=۱+\frac{۲\times ۳}{۲+۳}=۱+۱/۲=۲/۲\Omega$$

حال مطابق شکل روبه‌رو، به محاسبه V_{th} می‌پردازیم. بدین منظور باید ولتاژ $V_۱$ را محاسبه کنیم: برای این کار در گره C و ابرگره D، روابط KCL را می‌نویسیم:



$$\text{KCL C}:\frac{V_۲-V_۱}{۱}+\frac{V_۲-۱۰}{۲}+۳-۱۳=۰$$

$$\Rightarrow -V_۱+۱/۵V_۲=۱۵\quad (۱)$$

$$\text{KCL D}:\frac{V_۱}{۶}+\frac{V_۱-V_۲}{۱}+\frac{V_۱+۴-۱۰}{۳}-۳=۰$$

$$\Rightarrow ۱/۵V_۱-V_۲=۵\Rightarrow V_۲=۱/۵V_۱-۵\quad (۲)$$

$$(۱)\text{ و }(۲)\Rightarrow -V_۱+۱/۵\times(۱/۵V_۱-۵)=۱۵\Rightarrow ۱/۲۵V_۱=۲۲/۵\Rightarrow V_۱=۱۸\text{v}$$

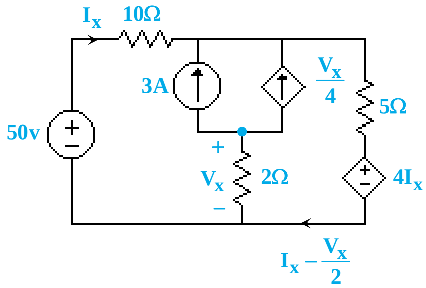
حال داریم:

$$V_B=\frac{V_۱}{۲}=۹\text{v}$$

$$V_A=۱۰+\frac{V_۱+۴-۱۰}{۳}\times ۱=۱۰+۴=۱۴\text{v}$$

$$V_{th}=V_A-V_B=۱۴-۹=۵\text{v}$$

۳۱ــ گزینه «۳» با اعمال KCL در گره شاخه‌ی میانی مقدار V_x به‌راحتی قابل محاسبه است. یعنی:

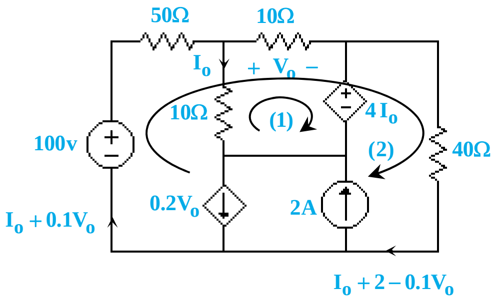


با نوشتن KCL در گره A داریم:
$$۳+\frac{V_x}{۴}+\frac{V_x}{۲}=۰ \Rightarrow ۳V_x=-۱۲ \Rightarrow V_x=-۴v \Rightarrow$$ گزینه‌ی (۳) صحیح است.

حال با اینکه گزینه‌ی مورد نظر به‌دست آمده است، با اعمال KVL در حلقه‌ی خارجی مقدار I_x را هم به‌دست می‌آوریم.

با نوشتن KVL داریم:
$$-۵۰+۱۰I_x+۵\times(I_x-\frac{V_x}{۲})+۴I_x=۰ \Rightarrow ۱۹I_x=۴۰ \Rightarrow I_x=۲/۱A$$

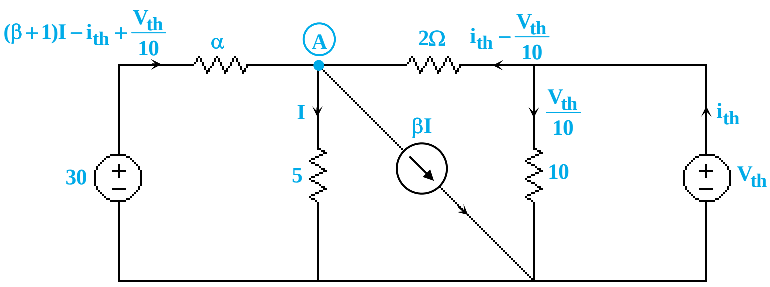
۳۲ــ گزینه «۲» با مشخص‌کردن جریان شاخه‌ها و با اعمال KVL در دو حلقه‌ی مشخص شده مقدار V_o را محاسبه می‌کنیم.



با نوشتن KVL در حلقه‌ی (۱) داریم:
$$V_o+۴I_o-۱۰I_o=۰ \Rightarrow V_o=۶I_o \qquad (۱)$$

با نوشتن KVL در حلقه‌ی (۲) داریم:
$$-۱۰۰+۵۰\times(I_o+۰/۱V_o)+V_o+۴۰\times(I_o+۲-۰/۱V_o)=۰$$
$$\Rightarrow ۲V_o+۹۰I_o=۲۰ \xrightarrow{(۱)} ۱۷V_o=۲۰ \Rightarrow V_o=۱/۱۷v$$

۳۳ــ گزینه «۲» با توجه به خواسته مسأله، بایستی جریان نورتن را به‌دست آوریم و بررسی کنیم که در چه صورتی چنین جریانی وجود خواهد داشت. پس به دنبال مدار معادل نورتن خواهیم بود. با متصل کردن منبع ولتاژ V_{th} که جریان i_{th} را به مدار در جهت نشان داده‌شده تزریق می‌کند، مدار معادل نورتن را می‌یابیم.



جریان مقاومت ۱۰Ω (با جهت نشان داده‌شده) با توجه به موازی بودن آن با منبع V_{th}، برابر $\frac{V_{th}}{۱۰}$ خواهد بود. پس جریان مقاومت ۲Ω (در جهت نشان داده‌شده) برابر $i_{th}-\frac{V_{th}}{۱۰}$ می‌شود. با نوشتن معادله KCL در گره A، جریان مقاومت α، برابر $(\beta+۱)I-i_{th}+\frac{V_{th}}{۱۰}$ خواهد شد. تا اینجا جریان کلیه شاخه‌ها را روی مدار پیدا کردیم. پس معادلات KCL را روی مدار پیاده کردیم. حال باید معادلات KVL را در حلقه‌ها بنویسیم.

دقت کنید که KVL مربوط به حلقه مقاومت ۱۰Ω و منبع ولتاژ V_{th} را قبلاً اعمال کردیم و جریان مقاومت ۱۰Ω را برابر $\frac{V_{th}}{۱۰}$ یافتیم.

$$KVL: ۳۰=\alpha[(\beta+۱)I-i_{th}+\frac{V_{th}}{۱۰}]+۵I \qquad (۱)$$ در حلقه شامل مقاومت α و ۵ اهم و منبع ۳۰ ولت

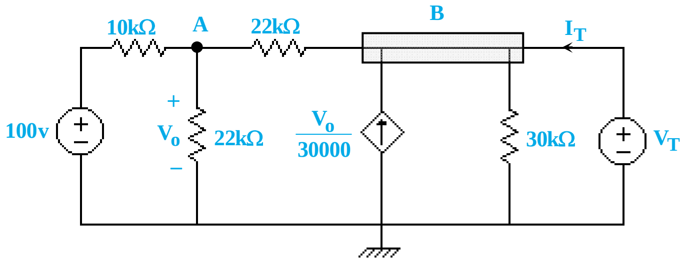
$$KVL: ۵I+۲\times[i_{th}-\frac{V_{th}}{۱۰}]=V_{th} \qquad (۲)$$ در حلقه شامل مقاومت ۲،۵ و ۱۰ اهم

با حل معادلات (۱) و (۲) و حذف متغیر I داریم:

$$i_{th}=\frac{۶\alpha\beta+۸/۵\alpha+۵}{۲۵}\times\frac{۵}{۲\alpha\beta+۷\alpha+۱۰}V_{th}-\frac{۱۵۰}{۲\alpha\beta+۷\alpha+۱۰}\Rightarrow\begin{cases}R_N=\dfrac{(۲\alpha\beta+۷\alpha+۱۰)}{(۶\alpha\beta+۸/۵\alpha+۵)}\times۵\\ I_N=\dfrac{-۱۵۰}{۲\alpha\beta+۷\alpha+۱۰}\end{cases}$$

I_N باید مقدار حقیقی داشته باشد. $\Leftarrow$ $۲\alpha\beta+۷\alpha+۱۰\neq۰\Rightarrow\beta\neq-۳/۵-\frac{۱۰}{۲\alpha}$

۳۴ـ گزینه «۴» برای به دست آوردن حداکثر توان جذبی توسط مقاومت R کافی است مدار معادل تونن دیده شده از دو سر R را به‌دست آوریم.



با اعمال KCL در گره‌های A و B داریم:

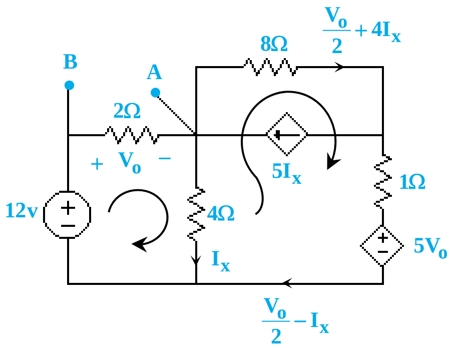
$$KCL(A):\frac{V_o-۱۰۰}{۱۰\times۱۰^۳}+\frac{V_o}{۲۲\times۱۰^۳}+\frac{V_o-V_T}{۲۲\times۱۰^۳}=۰\Rightarrow۴۲V_o-۱۰V_T=۲۲۰۰\quad(۱)$$

$$KCL(B):\frac{V_T}{۳۰\times۱۰^۳}+\frac{V_T-V_o}{۲۲\times۱۰^۳}=\frac{V_o}{۳۰۰۰۰}+I_T\Rightarrow۱۳V_T-۱۳V_o=۱۶۵\times۱۰^۳I_T\quad(۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}۳۲V_T=۵۳۳/۰۸\times۱۰^۳I_T+۲۲۰۰\Rightarrow V_T=۱۶/۶۶\times۱۰^۳I_T+۶۸/۷۵$$

$$\Rightarrow\begin{cases}R_{th}=۱۶/۶۶k\Omega\\V_{th}=۶۸/۷۵v\end{cases}\Rightarrow P_{max}=\frac{۱}{۴}\frac{V_{th}^۲}{R_{th}}=۷۰/۹۲\times۱۰^{-۳}=۷۰/۹۲mw$$

۳۵ـ گزینه «۲» با مشخص‌کردن جریان شاخه‌های مدار و اعمال KVL در حلقه‌های چپ و راست مدار مقدار V_{AB} را به‌راحتی می‌توان محاسبه کرد.

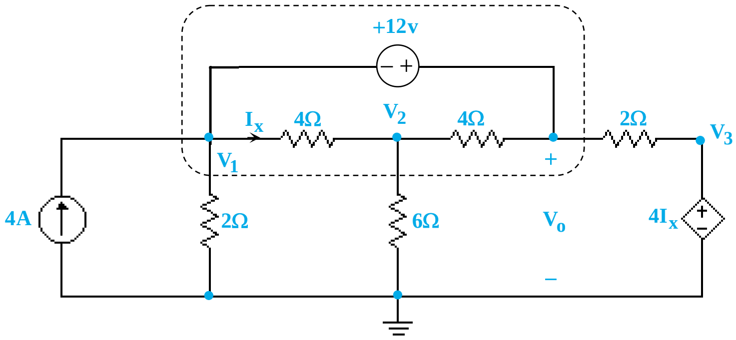


KVL در حلقه (سمت چپ): $-۱۲+V_o+۴I_x=۰\Rightarrow V_o+۴I_x=۱۲\quad(۱)$

KVL در حلقه (سمت راست): $۸\times(\frac{V_o}{۲}+۴I_x)+۱\times(\frac{V_o}{۲}-I_x)+۵V_o-۴I_x=۰\Rightarrow۹/۵V_o=۲۷I_x\quad(۲)$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}V_o+۴\times\frac{۹/۵}{۲۷}V_o=۱۲\Rightarrow V_o=\frac{۱۲}{۲/۴۱}\simeq۵\Rightarrow V_{AB}=-۵v$$

۳۶ـ گزینه «۲» مدار رسم شده در شکل مقابل را درنظر می‌گیریم:



معادلات گره را می‌نویسیم:

$$\text{در گره ۲} \Rightarrow \frac{V_۱ - V_۲}{۴} + \frac{V_o - V_۲}{۴} = \frac{V_۲}{۶}$$

$$\text{در ابرگره} \Rightarrow ۴ = \frac{V_۱}{۲} + \frac{V_۲}{۶} + \frac{V_o - V_۳}{۲}$$

از طرفی داریم:

$$V_o = V_۱ + ۱۲ \quad , \quad V_۳ = ۴I_x = V_۱ - V_۲$$

حالا معادلات را حل می‌کنیم؛ V_o را در معادله گره ۲ قرار می‌دهیم:

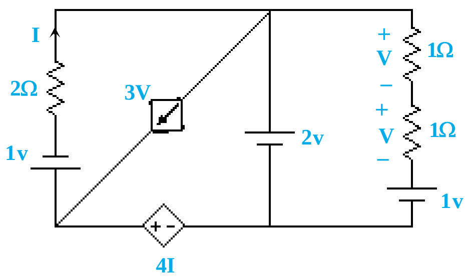
$$\frac{V_۱}{۲} + ۳ = \frac{۲}{۳}V_۲$$

$V_۳$ و V_o را در معادله ابرگره قرار می‌دهیم:

$$\frac{V_۱}{۲} + \frac{۲}{۳}V_۲ + ۲ = ۰$$

$$V_۱ = -۵\,v \Rightarrow V_o = V_۱ + ۱۲ = +۷\,v$$

۳۷ـ گزینه «۱» ابتدا با اعمال KVL در حلقه‌ی سمت راست مقدار V را محاسبه می‌کنیم.



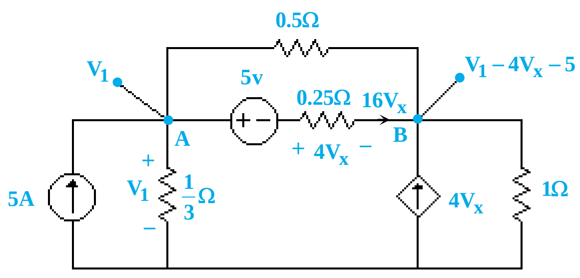
با اعمال KVL در حلقه (سمت راست) داریم:

$$-۲ + ۲V + ۱ = ۰ \quad \Rightarrow \quad V = \frac{۱}{۲}v$$

حال با اعمال KVL در حلقه‌ی خارجی داریم:

$$+۱ + ۲I + ۲V + ۱ - ۴I = ۰ \quad \Rightarrow \quad I = ۱/۵A$$

۳۸ـ گزینه «۱» با اعمال KCL در دو گره موجود داریم:



KCL در گره A :

$$۳V_۱ + ۱۶V_x + \frac{۴V_x + ۵}{۰/۵} = ۵ \quad \Rightarrow \quad ۳V_۱ + ۲۴V_x = -۵ \qquad (۱)$$

KCL در گره B:

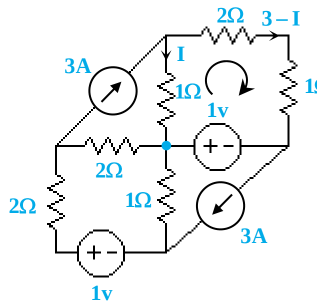
$$\frac{V_۱ - ۴V_x - ۵}{۱} = ۴V_x + ۱۶V_x + \frac{۴V_x + ۵}{۰/۵} \quad \Rightarrow \quad V_۱ = ۳۲V_x + ۱۵ \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \quad V_۱ = ۳۲ \times \frac{-۳V_۱ - ۵}{۲۴} + ۱۵ \quad \Rightarrow \quad ۵V_۱ = \frac{۲۵}{۳} \quad \Rightarrow \quad V_۱ = \frac{۵}{۳}v$$

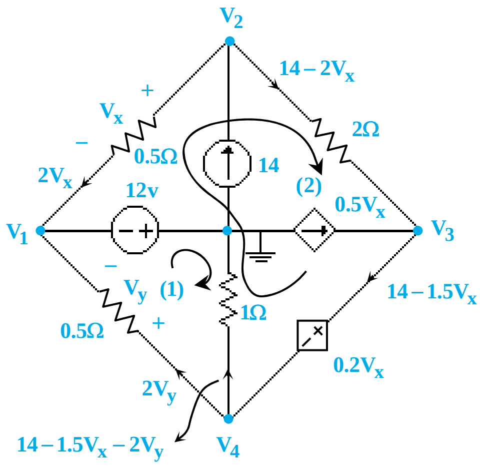
۳۹ـ گزینه «۱» ابتدا مقاومت‌های سری با منبع جریان و موازی با منبع ولتاژ را حذف می‌کنیم. سپس جریان شاخه‌ها را مشخص می‌کنیم.

حال با اعمال KVL در حلقه‌ی مشخص شده مقدار I را به‌دست می‌آوریم.

$$I+۱+۳\times(I-۳)=۰ \Rightarrow ۴I=۸ \Rightarrow I=۲A$$



۴۰ـ گزینه «۳» ابتدا جریان شاخه‌ها را مطابق شکل زیر مشخص می‌کنیم. حال با اعمال KVL در حلقه‌های مشخص شده داریم:



KVL در حلقه (۱):

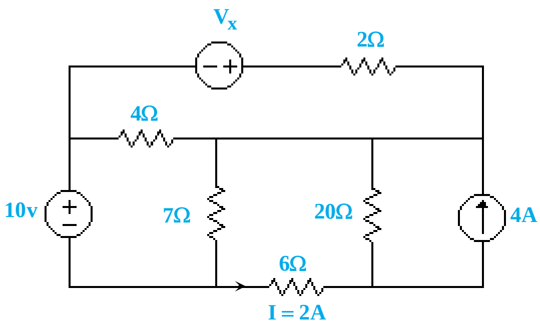
$$V_y-۱۲-۱۴+۱/۵V_x+۲V_y=۰ \Rightarrow ۳V_y+۱/۵V_x=۲۶ \qquad (۱)$$

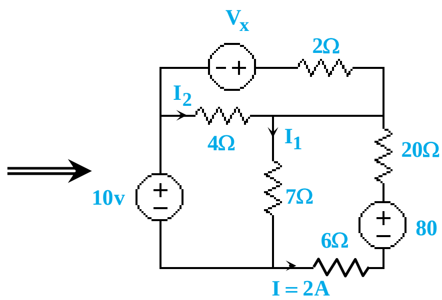
KVL در حلقه (۲):

$$-V_x+۲\times(۱۴-۲V_x)+۰/۲V_x+۱۴-۱/۵V_x-۲V_y+۱۲=۰ \Rightarrow ۶/۳V_x+۲V_y=۵۴ \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} V_x=۶/۹۲v \quad \text{و} \quad V_y=۵/۲۱v \Rightarrow V_۴=۱۴-۱/۵V_x-۲V_y=-۶/۸v$$

۴۱ـ گزینه «۲» با تبدیل معادل نورتن به تونن مدار را به شکل ساده‌تر تبدیل می‌کنیم.





حال با اعمال KVL در حلقه‌ی سمت راست، مقدار جریان شاخه‌ی وسط را به‌دست می‌آوریم:

KVL در (حلقه‌ی سمت راست):

$$۶\times۲-۸۰+۲۰\times۲+۷I_۱=۰ \Rightarrow I_۱=۴$$

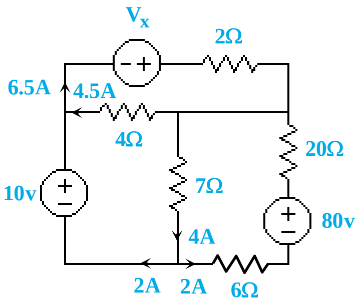
حال با اعمال KVL در حلقه‌ی سمت چپ، جریان مقاومت ۴ اهمی را به‌دست می‌آوریم:

KVL در (حلقه‌ی سمت چپ):

$$-۱۰+۴I_۲+۷I_۱=۰ \xrightarrow{I_۱=۴} I_۲=-۴/۵$$

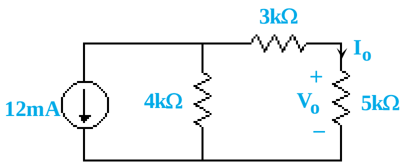
حال جریان مقاومت ۲ اهمی را با استفاده از جریان‌های به‌دست آمده در مرحله‌های قبل به‌دست می‌آوریم.

در این مرحله با اعمال KVL در حلقه‌ی بالا مقدار V_x را به‌دست می‌آوریم.



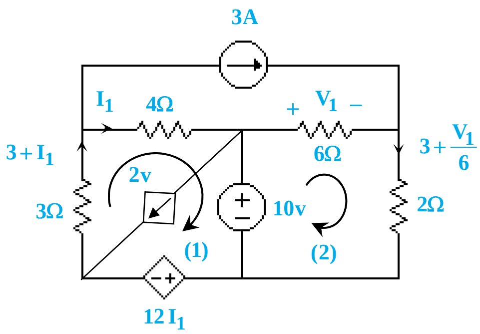
$$KVL: -V_x + ۲\times ۶/۵ + ۴\times ۴/۵ = ۰ \Rightarrow V_x = ۱۳ + ۱۸ = ۳۱ \Rightarrow V_x = ۳۱v$$

۴۲ــ گزینه «۱» با توجه به اینکه المان‌های سری با منبع جریان حذف می‌شود، به راحتی می‌توان المان‌های سمت چپ منبع جریان را حذف کرد. حال با اعمال تقسیم جریان در مدار ساده شده، مقدار V_o را به‌دست می‌آوریم.



$$I_o = \frac{۴}{(۳+۵)+۴}\times(-۱۲) = -۴mA \Rightarrow V_o = (-۴)\times ۵ = -۲۰\,v$$

۴۳ــ گزینه «۳» برای به‌دست آوردن توان تحویلی منبع جریان کافی است ولتاژ دو سرش یعنی $۴I_۱ + V_۱$ را به‌دست آوریم.



با اعمال KVL در حلقه‌های (۱) و (۲) داریم:

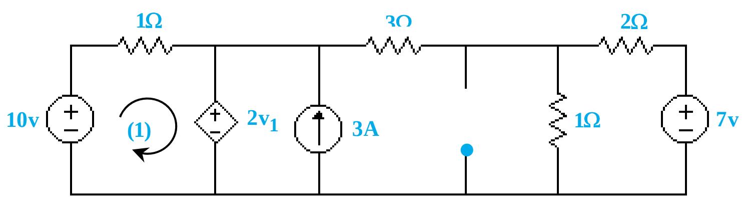
KVL در حلقه (۱): $۳(I_۱+۳)+۴I_۱+۱۰+۱۲I_۱ = ۰ \Rightarrow ۱۹I_۱+۱۹=۰ \Rightarrow I_۱ = -۱A$

KVL در حلقه (۲): $+V_۱ + ۲\times(۳+\frac{V_۱}{۶}) - ۱۰ = ۰ \Rightarrow \frac{۴V_۱}{۳} = ۴ \Rightarrow V_۱ = ۳V$

بنابراین توان تولیدی منبع جریان به صورت زیر قابل محاسبه است.

مصرفی $P = VI = (۴I_۱ + V_۱)\times ۳ = -۳ \Rightarrow$ تولیدی $P = ۳\,w$

۴۴ــ گزینه «۴» با اعمال KVL در حلقه‌ی سمت چپ مقدار $V_۱$ به آسانی قابل محاسبه است.

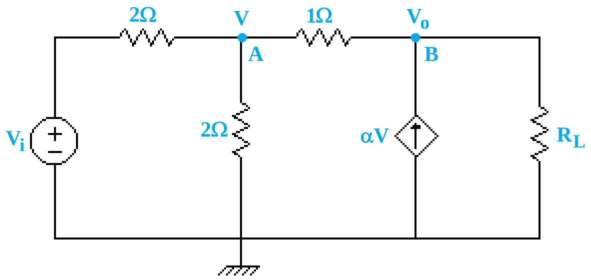


$$۳V_۱ = ۱۰ \Rightarrow V_۱ = \frac{۱۰}{۳}V \qquad (۱)$$

می‌دانیم که می‌توانیم شاخه‌های موازی با منابع ولتاژ را حذف کنیم. لذا منبع جریان ۳A و شاخه‌ی سمت چپ را حذف کرده و در گره a، KCL می‌نویسیم:

$$\frac{V_a - ۲V_۱}{۳} + \frac{V_a}{۱} + \frac{V_a - V}{۲} = ۰ \xrightarrow{(۱)} V_a = \frac{۱۰۱}{۳۳} \simeq ۳v$$

۴۵ـ گزینه «۲» در گام اول سعی می‌کنیم مقدار بهره ولتاژ مدار را به صورت پارامتری برحسب α و R_L محاسبه کنیم. مطابق شکل زیر داریم:



$$\text{KCL A}: \frac{V-V_i}{2}+\frac{V}{2}+\frac{V-V_o}{1}=0 \Rightarrow 2V-\frac{V_i}{2}-V_o=0 \Rightarrow V=\frac{V_o}{2}+\frac{V_i}{4} \qquad (1)$$

$$\text{KCL B}: \frac{V_o-V}{1}-\alpha V+\frac{V_o}{R_L}=0 \Rightarrow (1+\frac{1}{R_L})V_o-(1+\alpha)V=0 \xrightarrow{(1)} (1+\frac{1}{R_L})V_o-\frac{(1+\alpha)}{2}V_o-\frac{(1+\alpha)}{4}V_i=0$$

$$\Rightarrow (\frac{1}{2}+\frac{1}{R_L}-\frac{\alpha}{2})V_o=\frac{1+\alpha}{4}V_i \Rightarrow \frac{(1-\alpha)R_L+2}{2R_L}V_o=\frac{1+\alpha}{4}V_i \Rightarrow \frac{V_o}{V_i}=\frac{(1+\alpha)R_L}{4+2(1-\alpha)R_L}$$

حال دقت کنید که با فرض $\alpha<1$، بهره ولتاژ مدار با افزایش R_L افزایش پیدا می‌کند؛ لذا برای آنکه مدار به ازای $R_L>5\Omega$ بهره‌ی بزرگتر از یک داشته باشد تا به عنوان یک تقویت‌کننده ولتاژ عمل کند، کافی است به ازای $R_L=5\Omega$ بهره‌ی ولتاژ یک داشته باشد:

$$\frac{V_o}{V_i}(R_L=5\Omega)=\frac{(1+\alpha)\times 5}{4+2(1-\alpha)\times 5}=\frac{5+5\alpha}{14-10\alpha}=1 \Rightarrow \alpha=\frac{3}{5}<1$$

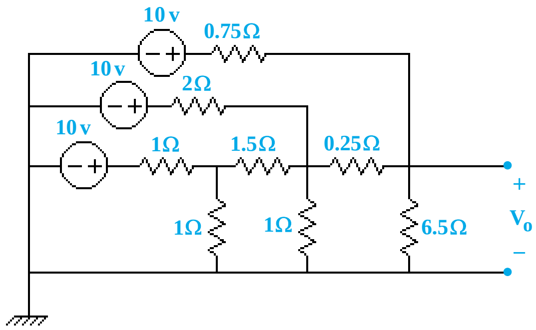
لذا بهره ولتاژ مدار به شکل مقابل است:

$$\frac{V_o}{V_i}=\frac{(1+\frac{3}{5})R_L}{4+2(1-\frac{3}{5})R_L}=\frac{8R_L}{20+4R_L}$$

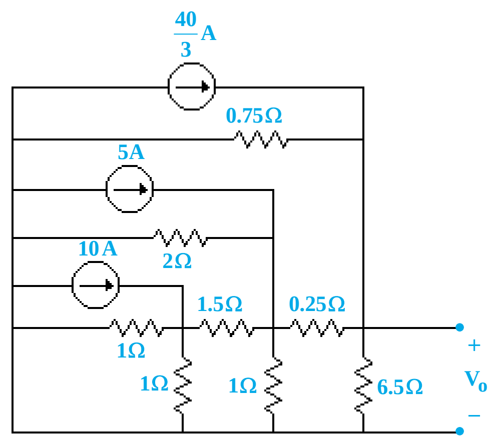
در حالت بی‌باری یا به بیان دیگر در حالت $R_L=\infty$ داریم:

$$\frac{V_o}{V_i}(R_L=\infty)=\frac{8R_L}{4R_L}=2$$

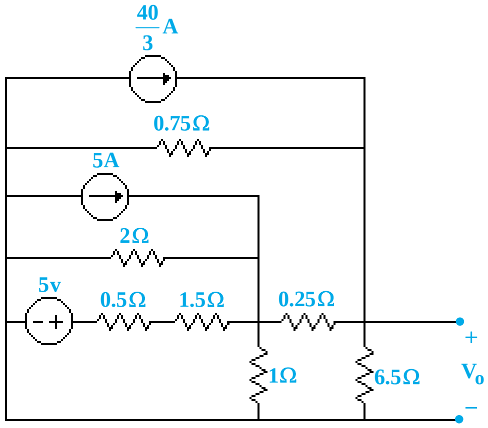
۴۶ـ گزینه «۲» در حالت کلی وقتی به این مدار نگاه می‌کنیم، یافتن V_o دشوار و زمان‌بر است، اما می‌توان مدار بالا را به صورت زیر تبدیل کرد.

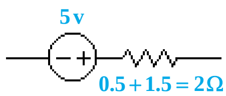


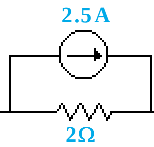
حال با استفاده از قضیه تبدیل منابع، منابع ولتاژ $10\,\text{v}$ را که با مقاومت‌های 1Ω، 2Ω و $\frac{3}{4}\Omega$ سری شده‌اند، به منابع جریان موازی با این مقاومت‌ها تبدیل می‌کنیم.



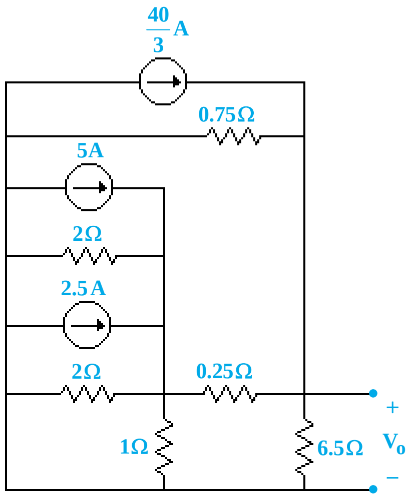
حال از پایین سمت چپ به سمت بالا حرکت کرده و مدار را ساده می‌کنیم. در پایین مدار سمت چپ ۲ مقاومت 1Ω با هم موازی هستند؛ پس معادل آن‌ها $0/5\Omega$ شده که با منبع جریان $10\,A$ موازی است. حال منبع جریان $10\,A$ و مقاومت $0/5\Omega$ موازی با آن را به منبع ولتاژ و مقاومت $0/5\Omega$ سری با آن تبدیل می‌کنیم.

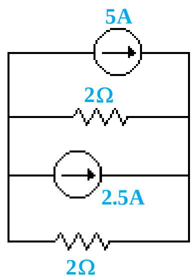


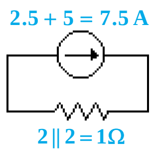
در مرحله بعد قسمت 

به 

تبدیل می‌شود. پس داریم:

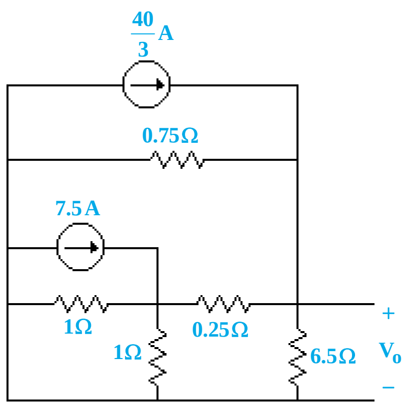


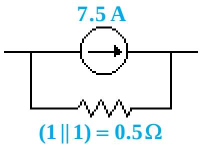
حال قسمت 

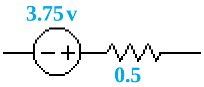
را به صورت 

ساده می‌کنیم.

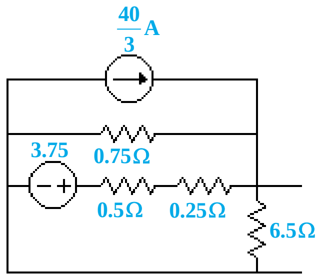
مدار ساده شده به صورت مقابل است:

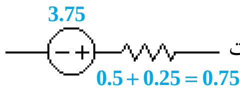


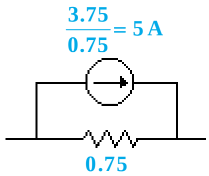
همان‌طور که مشخص است، مقاومت‌های ۱Ω با هم موازی‌اند. پس 

به صورت 

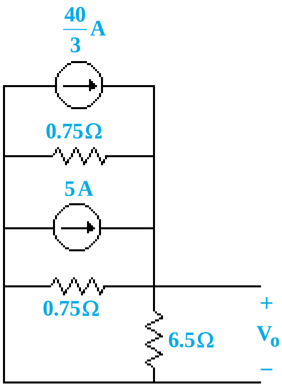
ساده می‌شود و مدار به صورت زیر درمی‌آید:



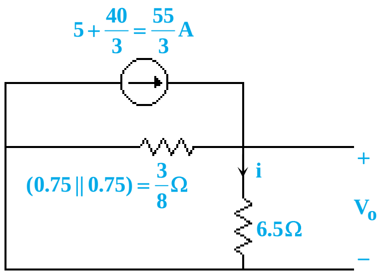
حال قسمت 

به صورت 

تبدیل می‌شود.



معادل است با →

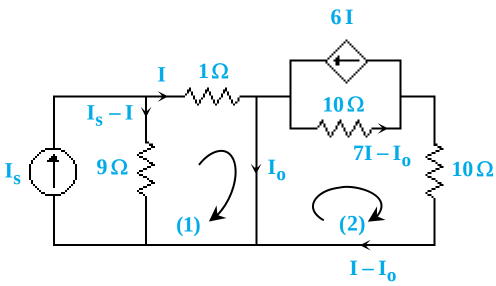


جریان عبوری از ۶/۵Ω برابر است با:

$$i=\frac{\frac{۳}{۸}}{\frac{۳}{۸}+۶/۵}\times\frac{۵۵}{۳}=۱A$$

$$V_o=۶/۵i=۶/۵\ v$$

۴۷ـ گزینه «۱» ابتدا جریان شاخه‌ها را مشخص می‌کنیم، سپس با اعمال KVL در حلقه‌های (۱) و (۲) نسبت $\frac{I_o}{I_S}$ را به‌دست می‌آوریم.

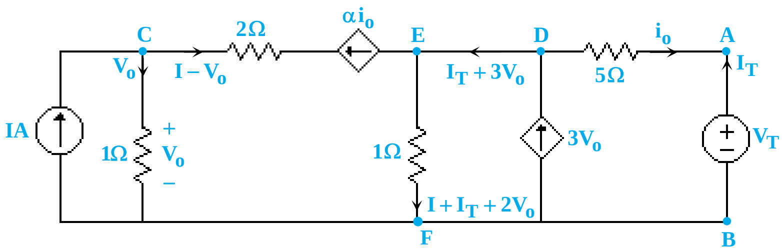


KVL در حلقه (۱):
$$I+۹\times(I-I_S)=۰ \Rightarrow I_S=\frac{۱۰}{۹}I \qquad (۱)$$

KVL در حلقه (۲):
$$۱۰\times(۷I-I_o)+۱۰\times(I-I_o)=۰ \Rightarrow ۸۰I=۲۰I_o \Rightarrow ۴I=I_o \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲)\Rightarrow \frac{I_o}{I_S}=\frac{۴I}{\frac{۱۰}{۹}I}=۳/۶$$

۴۸ـ گزینه «۲» باید مدار تونن دیده شده از دو سر A و B را به دست آوریم و مقدار (α) را چنان تعیین کنیم که مقاومت دیده شده صفر شود. از دو سر A و B منبع V_T که از آن جریان I_T خارج می‌شود را اعمال می‌کنیم.



با اعمال KCL در نقطه A داریم:

$$i_o + I_T = 0 \Rightarrow \boxed{i_o = -I_T} \qquad (1)$$

با اعمال KCL در نقطه C داریم:

$$\boxed{-I + V_o - \alpha i_o = 0} \qquad (2)$$

از رابطه (۱) و (۲) داریم:

$$V_o = I - \alpha I_T \qquad (3)$$

با اعمال KCL در نقطه D جریان از سمت گره D به سمت گره E برابر است با: $\boxed{I_T + 3V_o}$

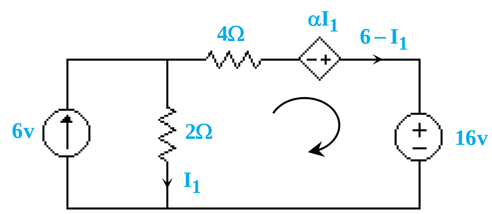
حال با اعمال KCL در نقطه E جریان مقاومت 1Ω برابر است با: $\boxed{I_T + 3V_o + I - V_o = I + I_T + 2V_o}$

حال با اعمال KVL در حلقه ADEFB داریم: $-V_T + 5I_T + I + I_T + 2V_o = 0$

با استفاده از رابطه (۳) و جایگذاری آن در رابطه بالا داریم: $-V_T + 6I_T + I + 2I - 2\alpha I_T = 0 \Rightarrow V_T = (6-2\alpha)I_T + 3I$

اگر $\boxed{\alpha = 3} \Leftarrow 6 - 2\alpha = 0$ و $V_T = 3I$ می‌شود. بنابراین مدار دیده شده از ۲ سر A و B برابر با منبع ۳I ولتی می‌شود.

۴۹ـ گزینه «۱» برای محاسبه‌ی توان مقاومت دو اهمی ابتدا جریان آن یعنی I_1 را به‌دست می‌آوریم:



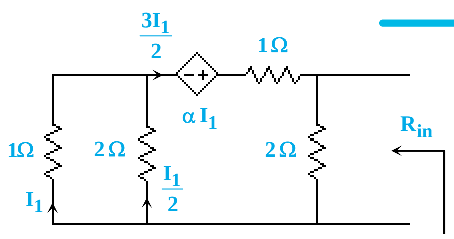
با اعمال KVL در حلقه‌ی مشخص‌شده، داریم:

$$KVL: -2I_1 + 4\times(6 - I_1) - \alpha I_1 + 16 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{40}{\alpha + 6}$$

حال با بررسی شرط توان تلف شده در صورتی که مقاومت بیشتر از ۵۰ باشد، مقدار α را به‌دست می‌آوریم:

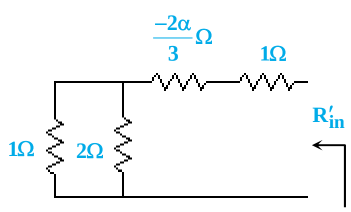
$$P = RI^2 = 2\times I_1^2 = 2\times\left(\frac{40}{\alpha+6}\right)^2 > 50 \Rightarrow \frac{40}{\alpha+6} > 5 \Rightarrow \alpha < 2 \Rightarrow \alpha = 1$$

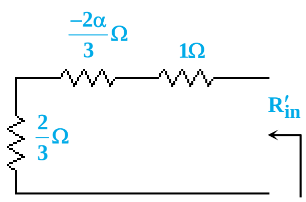
۵۰ـ گزینه «۱» ابتدا با مشخص کردن جریان منبع ولتاژ وابسته، مقاومت معادل آن را به‌دست آورده سپس مقاومت ورودی را برحسب α به‌دست می‌آوریم.



معادل منبع ولتاژ وابسته $R = \dfrac{\alpha I_1}{-\frac{3}{2}I_1} = -\dfrac{2\alpha}{3}$

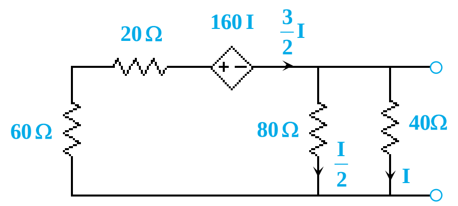
برای صفر شدن مقاومت ورودی کافی است مقاومت معادل دیده شده از پشت مقاومت ۲ اهمی صفر باشد.



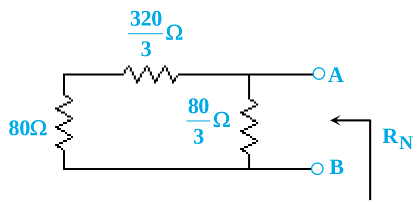


$$\Rightarrow R'_{in} = \frac{5}{3} - \frac{2\alpha}{3} = 0 \Rightarrow \alpha = 2/5$$

۵۱ـ گزینه «۳» ابتدا منابع را بی‌اثر کرده و سپس جریان منبع ولتاژ وابسته را برحسب I به دست می‌آوریم و با جایگزینی مقاومت معادل آن، مقاومت نورتن دیده شده از دو سر A و B را به‌دست می‌آوریم.

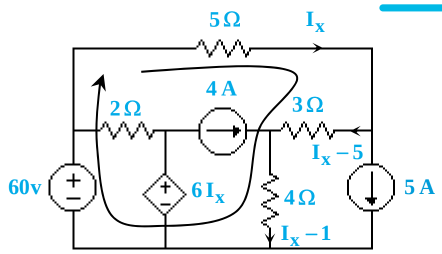


$$\text{معادل منبع ولتاژ وابسته } R=\frac{۱۶۰\,I}{\frac{۳}{۲}I}=\frac{۳۲۰}{۳}\Omega$$



$$\Rightarrow\ R_N=(\overbrace{۸۰+\frac{۳۲۰}{۳}}^{\frac{۵۶۰}{۳}})\,||\,\frac{۸۰}{۳}=\frac{۷۰}{۳}=۲۳/۳۳\Omega$$

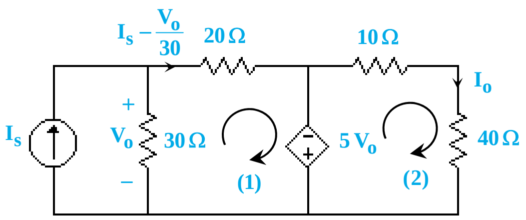
۵۲ـ گزینه «۲» با اعمال KVL در حلقه‌ی مشخص شده داریم:



$$KVL:۵I_x+۳\times(I_x-۵)+۴\times(I_x-۱)-۶۰=۰$$

$$\Rightarrow\ ۱۲I_x=۷۹\ \Rightarrow\ I_x=۶/۵۸\,A$$

۵۳ـ گزینه «۲» با اعمال KVL در حلقه‌های میانی و سمت راست داریم:



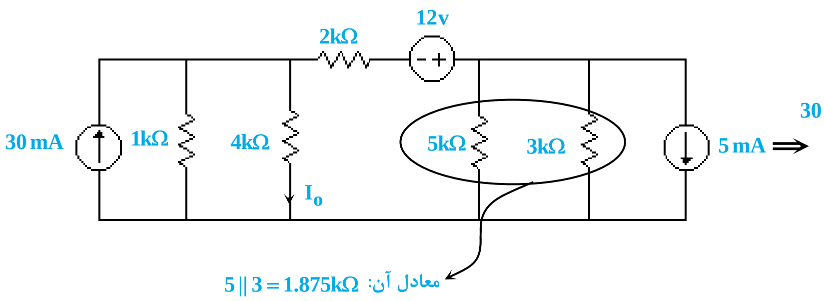
$$KVL\ (۱):-V_o+۲۰\times(I_S-\frac{V_o}{۳۰})-۵V_o=۰$$

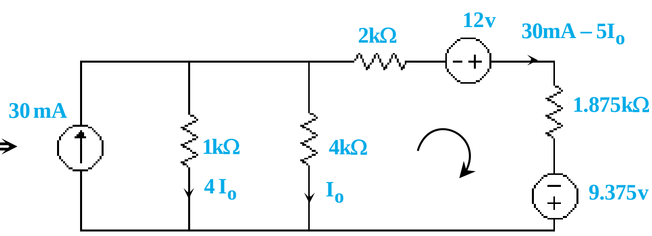
$$\Rightarrow\ \frac{-۲۰}{۳}V_o+۲۰I_S=۰\ \Rightarrow\ V_o=۳I_S\qquad(۱)$$

$$KVL\ (۲):۵V_o+۱۰I_o+۴۰I_o=۰\ \Rightarrow\ V_o=-۱۰I_o\qquad(۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}\ \frac{I_o}{I_S}=-۰/۳$$

۵۴ـ گزینه «۱» با تبدیل معادل نورتن به تونن و برعکس، مدار را ساده می‌کنیم.





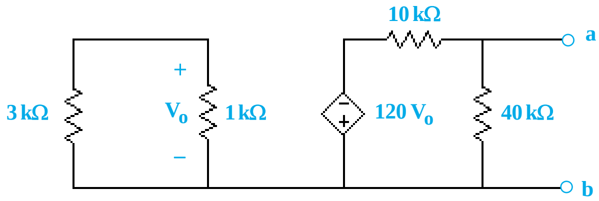
با اعمال KVL در حلقه‌ی مشخص شده داریم:

$$-۴\times۱۰^{۳}\,I_o+۲\times۱۰^{۳}\times(۳۰\times۱۰^{-۳}-۵I_o)-۱۲+۱۸۷۵\times(۳۰\times۱۰^{-۳}-۵I_o)-۹/۳۷۵=۰$$

$$\Rightarrow\ I_o=\frac{۹۴/۸۷۵}{۲۳۳۷۵}=۴/۰۵۸\times۱۰^{-۳}\,A=۴/۰۵۸\,mA$$

۵۵ـ گزینه «۳» زمانی یک مقاومت ماکزیمم توان را از شبکه می‌گیرد که با مقاومت تونن دیده شده از دو سرش مساوی باشد. بنابراین کافی است مقاومت تونن دیده شده از دو سر a و b را به‌دست آوریم.

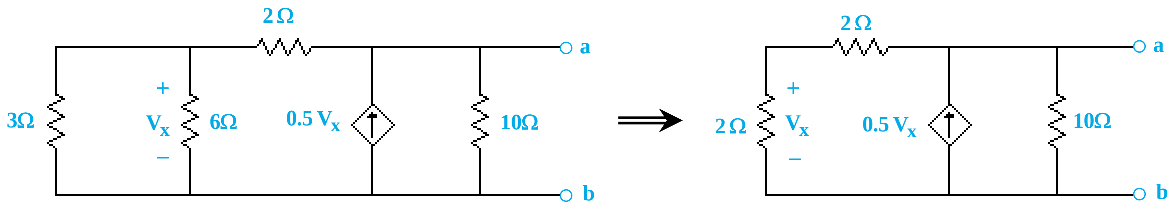
برای این‌کار منبع ولتاژ را بی‌اثر می‌کنیم و مقاومت معادل از دو سر a و b را به‌دست می‌آوریم:



با توجه به صفر شدن منبع ولتاژ، ولتاژ V_o برابر صفر می‌باشد. بنابراین منبع ولتاژ وابسته نیز اتصال کوتاه می‌شود. در این صورت داریم:

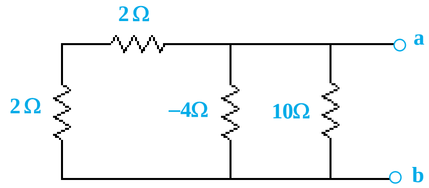
$$R_{ab} = ۴۰ \| ۱۰ = \frac{۴۰\times ۱۰}{۵۰} = ۸\,k\Omega$$

۵۶ـ گزینه «۲» ابتدا منبع ولتاژ را بی‌اثر می‌کنیم. سپس ولتاژ دو سر منبع جریان وابسته را برحسب V_x به‌دست می‌آوریم و با جایگذاری مقاومت معادل آن، مقاومت دیده شده از دو سر a و b را به‌دست می‌آوریم.



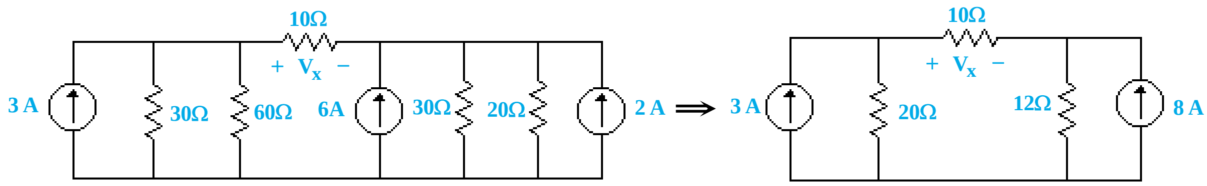
با توجه به سری بودن مقاومت‌های ۲ اهمی ولتاژ دو سرشان با هم برابر است. بنابراین ولتاژ دو سر منبع جریان وابسته $۲V_x$ می‌باشد.

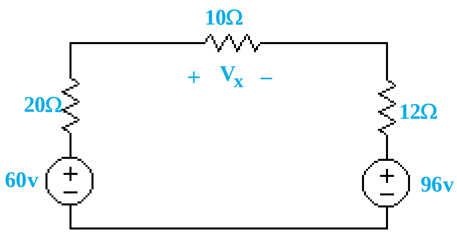
معادل منبع جریان وابسته $R = \dfrac{۲V_x}{-۰/۵V_x} = -۴\Omega \Rightarrow$



$\Rightarrow R_{ab} = ۱۰ \| \overbrace{(۴ \| (-۴))}^{\infty} = ۱۰\Omega$

۵۷ـ گزینه «۲» با تبدیل معادل تونن به نورتن و برعکس، مدار را ساده کرده و سپس با تقسیم ولتاژ مقدار V_x را به‌دست می‌آوریم.





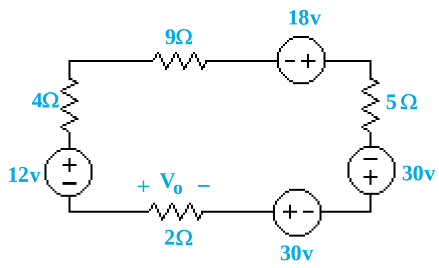
$\Rightarrow V_x = \dfrac{۱۰}{۴۲}\times(۶۰-۹۶) = -۸/۵۷V$

۵۸ـ گزینه «۴» با استفاده از دو مرحله تقسیم ولتاژ به راحتی می‌توان این نسبت را به‌دست آورد.

$$V_۱ = \frac{۰/۵}{۲+۰/۵}V_S = \frac{V_S}{۵}$$

$$V_o = \frac{۴۰۰}{۴۰۰+۲۰۰}(-۶۰V_۱) = -۴۰V_۱ \Rightarrow V_o = -۸V_S \Rightarrow \frac{V_o}{V_S} = -۸$$

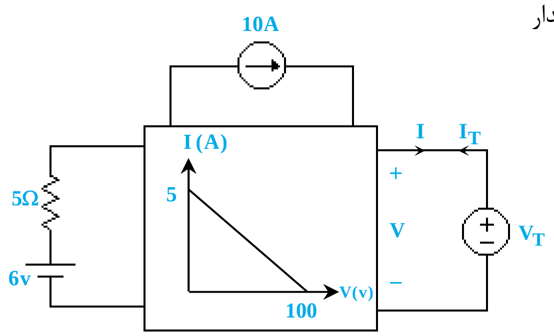
۵۹ـ گزینه «۴» با تبدیل نورتن به تونن داریم:



با استفاده از تقسیم ولتاژ داریم:

$$V_o = \frac{۲}{۲+۴+۹+۵}\times(۱۲+۱۸+۳۰+۳۰) = ۹v \quad \text{اندازه}$$

۶۰ـ گزینه «۲» برای محاسبه‌ی ماکزیمم توان قابل جذب توسط مقاومت R_L کافی است مدار معادل تونن دیده شده از دو سر مقاومت R_L را به‌دست آوریم.



$$\Rightarrow \begin{cases} V_T = V & (۱) \\ I_T = -I & (۲) \end{cases}$$

از طرفی با توجه به مشخصه‌ی شبکه داریم:

$$V = -۲۰I + ۱۰۰ \xrightarrow{(۱),(۲)} V_T = ۲۰I_T + ۱۰۰ \Rightarrow R_{th} = ۲۰\Omega, V_T = ۱۰۰v$$

بنابراین برای انتقال توان ماکزیمم داریم:

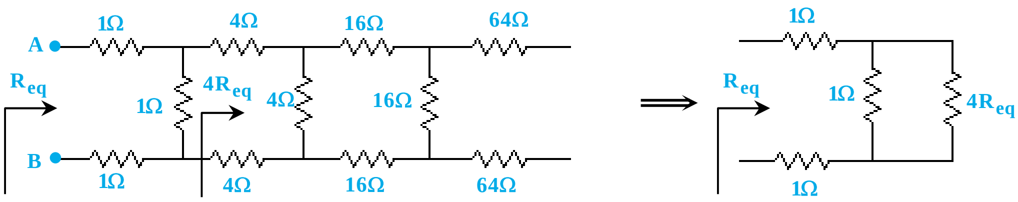
$$R_L = R_T = ۲۰ \Rightarrow P = \frac{۱}{۴}\frac{V_{th}^۲}{R_{th}} = \frac{(۱۰۰)^۲}{۴\times ۲۰} = ۱۲۵\,w$$

۶۱ـ گزینه «۱» با توجه به مقاومتی بودن شبکه، ولتاژ و جریان مقاومت‌ها رابطه‌ی خطی با منبع دارند. بنابراین اگر منبع ولتاژ از ۱۰۰ به ۱۵۰ ولت تغییر کند، یعنی ۱/۵ برابر شود، ولتاژ و جریان همه‌ی مقاومت‌ها ۱/۵ برابر می‌شود. همچنین با توجه به رابطه‌ی $P = RI^۲$، توان مقاومت‌ها $(۱/۵)^۲$ برابر می‌شود.

$$V_o = ۱/۵ \times ۳۰ = ۴۵v$$

$$P_{۶\Omega} = (۱/۵)^۲ \times ۱۰ = ۲۲/۵\,mw$$

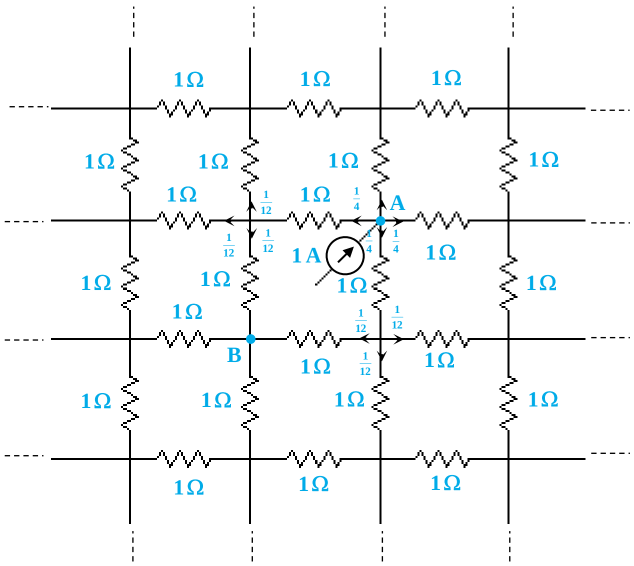
۶۲ـ گزینه «۲» با توجه به شکل داریم:



$$R_{eq} = ۲ + ۱ \| ۴R_{eq} = ۲ + \frac{۴R_{eq}}{۱+۴R_{eq}} \Rightarrow ۴R_{eq}^۲ + R_{eq} = ۱۲R_{eq} + ۲ \Rightarrow ۴R_{eq}^۲ - ۱۱R_{eq} - ۲ = ۰$$

$$\Rightarrow R_{eq_۱} = ۲/۹۲ \;\text{قق} \qquad R_{eq_۲} = -۰/۱۷ \;\text{غقق}$$

۶۳ـ گزینه «۴» برای به‌دست آوردن مقاومت معادل دیده شده از دو سر A و B، ابتدا اختلاف ولتاژ دو سر A و B را بر اثر تزریق جریان ۱ آمپری از سر A و جریان ۱- آمپری از سر B به‌طور جداگانه به‌دست می‌آوریم. حال مقاومت معادل برابر مجموع این دو ولتاژ است. از آنجا که ولتاژ دو سر A و B ناشی از هر دو جریان تزریقی یکسان است، یک حالت را به‌دست آورده و دو برابر می‌کنیم.

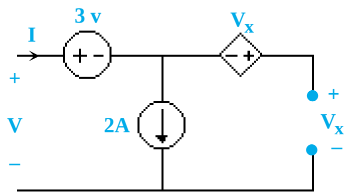


$$V_{AB}=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۱۲}=\frac{۱}{۳}v$$

$$R_{th}=۲V_{AB}=\frac{۲}{۳}=۰/۶۶\Omega$$

۶۴ـ گزینه «۳» با توجه به اینکه حلقه‌ی سمت راست مدار باز است، بنابراین همواره $I=۲A$ می‌باشد.

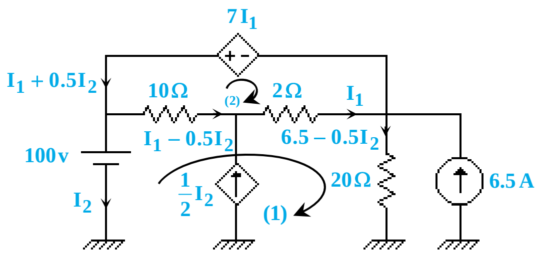
از طرفی با اعمال KVL در حلقه‌ی خارجی داریم:



$$KVL:-V+۳-V_x+V_x=۰\quad\Rightarrow\quad V=۳v$$

بنابراین مشخصه‌ی ولت آمپر مدار تنها یک نقطه به مختصات (۲,۳) می‌باشد.

۶۵ـ گزینه «۴» برای به‌دست آوردن توان منبع جریان ۶/۵ آمپری کافی است ولتاژ دو سرش را به‌دست آوریم.



با اعمال KVL در حلقه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$KVL\ (۱):-۱۰۰+۱۰\times(I_۱-۰/۵I_۲)+۲I_۱+۲۰\times(۶/۵-۰/۵I_۲)=۰\quad\Rightarrow\quad ۱۲I_۱-۱۵I_۲=-۳۰\qquad(۱)$$

$$KVL\ (۲):۷I_۱-۲I_۱-۱۰\times(I_۱-۰/۵I_۲)=۰\quad\Rightarrow\quad ۵I_۱=۵I_۲\quad\Rightarrow\quad I_۱=I_۲\qquad(۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}\quad I_۱=I_۲=۱۰A\quad\Rightarrow\quad V_{\text{منبع جریان}}=۲۰\times(۶/۵-۰/۵I_۲)=۳۰v$$

$$\Rightarrow\quad P_{\text{منبع جریان}}=۶/۵\times۳۰=۱۹۵w$$