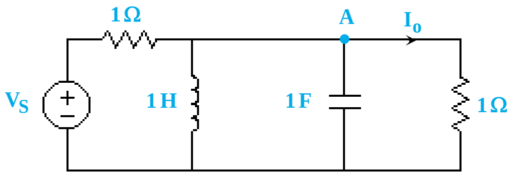
## آزمون فصل سوم

**۱ـ گزینه «۱»** با اعمال KCL در گره A داریم:



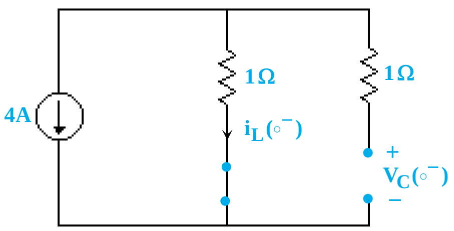

$$V_A = I_o \times ۱ = I_o$$

$$KCL(A): I_o + \frac{dV_A}{dt} + i_L + \frac{V_A - V_S}{۱} = ۰$$

$$\Rightarrow I_o + \frac{dI_o}{dt} + i_L(۰) + \int_۰^t V_A dt + \frac{I_o - V_S}{۱} = ۰ \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \frac{d^۲I_o}{dt^۲} + \frac{۲dI_o}{dt} + I_o = \frac{dV_S}{dt}$$

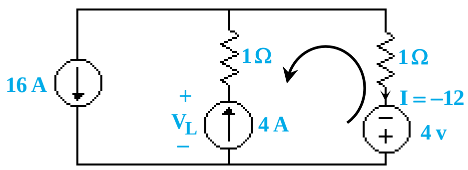
**۲ـ گزینه «۱»** ابتدا شرایط اولیه‌ی سلف و خازن را به‌دست می‌آوریم:

$t = ۰^-$ :




$$\Rightarrow \begin{cases} i_L(۰^-) = -۴A \\ V_C(۰^-) = -۴v \end{cases}$$

برای زمان $t = ۰^+$ داریم:




با اعمال KVL در حلقه‌ی سمت راست داریم:

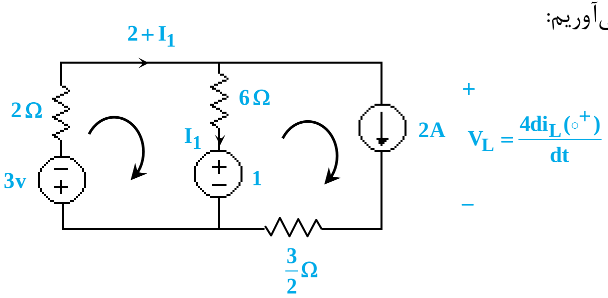
$$KVL: -۱\times۴ + v_L(۰^+) + ۴ + ۱۲ = ۰ \Rightarrow V_L(۰^+) = -۱۲$$

$$\xrightarrow{v_L = K\frac{di_L}{dt}} v_L(۰^+) = ۱۲\frac{d}{dt}(-۱۶ - I) = -۱۲\frac{d}{dt}I(۰^+) = -۱۲ \rightarrow \frac{dI(۰^+)}{dt} = ۱\frac{A}{sec}$$

**۳ـ گزینه «۴»** با تحلیل مدار برای زمان $t = ۰^+$ داریم (ولتاژ خازن و جریان سلف در $t = ۰$ پیوسته هستند):

$t = ۰^+$ :

با اعمال KVL در حلقه‌ی سمت چپ ولتاژ دو سر سلف را در لحظه‌ی $t = ۰^+$ به‌دست می‌آوریم:

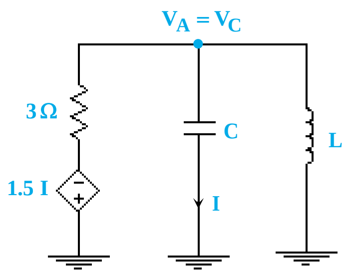



$$KVL: +۳ + ۲\times(۲ + I_۱) + ۶I_۱ + ۱ = ۰ \Rightarrow I_۱ = -۱A$$

$$KVL\ (\text{سمت راست}): -۱ - ۶I_۱ + V_L(۰^+) + ۲\times\frac{۳}{۲} = ۰$$

$$\Rightarrow V_L(۰^+) = -۸v \Rightarrow \frac{dI_L(۰^+)}{dt} = \frac{-۸}{۴} = -۲\frac{A}{sec}$$

**۴ـ گزینه «۳»** با اعمال KCL در گره A، معادله‌ی دیفرانسیل مربوط به مدار را می‌نویسیم:



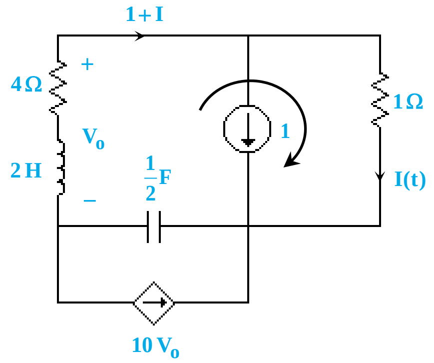

$$KCL(A): i_L + \frac{CdV_C}{dt} + \frac{V_C + ۱/۵I}{۳} = ۰$$

$$\Rightarrow i_L(۰) + \frac{۱}{L}\int_۰^t V_C dt + \frac{CdV_C}{dt} + \frac{V_C + ۱/۵c\frac{dV_C}{dt}}{۳} = ۰$$

$$\xrightarrow{\frac{d}{dt}} ۱/۵C\frac{d^۲V_C}{dt^۲} + \frac{dV_C}{۳dt} + \frac{V_C}{L} = ۰ \Rightarrow \frac{d^۲V_C}{dt^۲} + \frac{dV_C}{۴/۵Cdt} + \frac{۲}{۳LC}V_C = ۰ \Rightarrow \text{فرکانس تشدید}: \omega_n = \sqrt{\frac{۲}{۳LC}}\frac{rad}{sec}$$

**۵ـ گزینه «۴»** ابتدا جریان شاخه‌های مدار را مشخص می‌کنیم. سپس با اعمال KVL در حلقه‌ی مشخص شده داریم:

$$t>۰ \qquad KVL: ۴\times(۱+I)+۲\times\frac{d}{dt}(۱+I)+I+V_C=۰$$




حال به ازای زمان $t=۰^+$ داریم (دقت کنید به علت عدم وجود منبع مستقل در زمان‌های منفی، شرایط اولیه‌ی سلف و خازن صفر است):

$$\begin{cases} V_C(۰^+)=۰ \\ I_L(۰^+)=۱+I(۰^+)=۰ \Rightarrow I(۰^+)=-۱ \end{cases}$$

$$KVL: ۴\times(۱+(-۱))+\frac{۲d}{dt}I(۰^+)+(-۱)+۰=۰ \Rightarrow \frac{dI}{dt}(۰^+)=\frac{۱}{۲}$$

$$V_۰=-۴\times(۱+I)-\frac{۲d}{dt}(۱+I) \Rightarrow V_o(۰^+)=\frac{-۲dI(۰^+)}{dt}=-۱$$

حال از معادله‌ی به‌دست آمده از KVL مشتق گرفته و $\frac{d^۲I(۰^+)}{dt^۲}$ را به‌دست می‌آوریم:

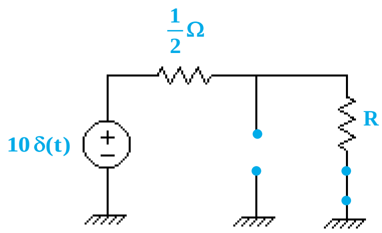
$$\frac{۴dI}{dt}+\frac{۲d^۲I}{dt^۲}+\frac{dI}{dt}+\frac{dV_C}{dt}=۰ \Rightarrow \frac{d^۲I(۰^+)}{dt^۲}=-\frac{۵}{۲}\frac{dI(۰^+)}{dt^۲}-\frac{۱}{۲}\frac{dV_C(۰^+)}{dt} \qquad (۱)$$

از طرفی داریم:

$$i_C=\frac{۱}{۲}\frac{dV_c}{dt}=۱+I+۱۰V_o \Rightarrow \frac{۱}{۲}\frac{dV_C(۰^+)}{dt}=-۱۰v \overset{(۱)}{\Rightarrow} \frac{d^۲I(۰^+)}{dt^۲}=-\frac{۵}{۴}+۱۰=\frac{۳۵}{۴}=۸/۷۵\frac{A^۲}{sec^۲}$$

---

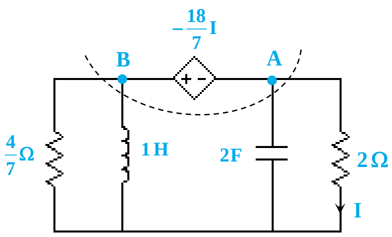
**۶ـ گزینه «۳»** برای تحلیل مدار به ازای ورودی $\delta(t)$، خازن اتصال کوتاه و سلف مدار باز در نظر گرفته می‌شود. بنابراین جریان مقاومت R برابر است با:




$$\rightarrow I_R(t)=\frac{۱۰\delta(t)}{\frac{۱}{۲}+R}=۶\delta(t) \rightarrow R=\frac{۱۰}{۶}-\frac{۱}{۲}=\frac{۷}{۶}\Omega$$

---

**۷ـ گزینه «۴»** ابتدا ولتاژ گره‌های A و B را به‌دست می‌آوریم. سپس با اعمال KCL در کاتست نشان داده شده، معادله‌های دیفرانسیل مربوط به مدار را به‌دست می‌آوریم:




$$v_A=۲I$$

$$v_B=\frac{-۱۸}{۷}I+۲I=\frac{-۴}{۷}I$$

$$KCL: \frac{v_B}{\frac{۴}{۷}}+i_L+\frac{۲d}{dt}(v_A)+I=۰ \Rightarrow \cancel{-I}+i_L+\frac{۴dI}{dt}+\cancel{I}=۰ \Rightarrow \frac{dI}{dt}=\frac{-i_L}{۴} \qquad (۱)$$

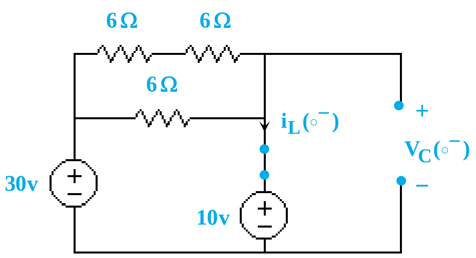
$$v_B=\frac{di_L}{dt}=\frac{-۴}{۷}I \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{d^۲I}{dt^۲}=\frac{I}{۷} \rightarrow$$

از آنجایی که ضریب میرایی معادله صفر می‌باشد، بنابراین عملکرد مدار به صورت بدون اتلاف خواهد بود.

---

**۸ـ گزینه «۳»** با توجه به اینکه مقدار جریان در لحظه‌ی صفر برای گزینه‌ها متفاوت می‌باشد، پس فقط کافی است جریان اولیه‌ی سلف را به‌دست آوریم.

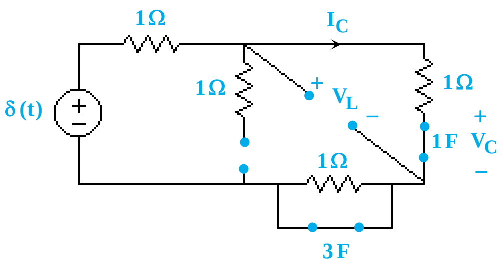



در لحظه‌ی $t=۰^-$ سلف و خازن به حالت دائمی رسیده‌اند. بنابراین خازن مدار باز و سلف اتصال کوتاه می‌شود.

$$t=۰^-:$$

$$i_L(۰^-)=\frac{۳۰-۱۰}{۶\|(۶+۶)}=۵A \rightarrow$$ بنابراین گزینه‌ی ۳ صحیح است.

**۹ـ گزینه «۴»** با توجه به وجود منبع ولتاژ با تابع ضربه، برای محاسبه‌ی $I_0$ در لحظه‌ی صفر مثبت، کافی است سلف‌ها را در مدار باز و خازن‌ها را اتصال کوتاه کنیم. حال با به‌دست آوردن ولتاژ سلف با استفاده از رابطه‌ی زیر جریان سلف در لحظه‌ی $t=\circ^+$ را به‌دست می‌آوریم:



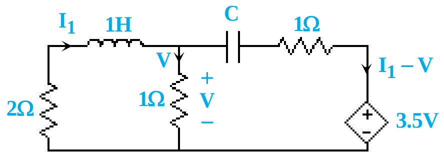

$$I_\circ(\circ^+) = I_\circ(\cancel{\circ}) + \frac{۱}{L}\int_{\circ^-}^{\circ^+} V_L(t)dt = \frac{۱}{۲}\int_{\circ^-}^{\circ^+} V_L(t)dt$$

در زمان $t=\circ^+$ برای متغیرهای شبکه داریم:

$$i_C = \frac{\delta(t)}{۱+۱} = \frac{\delta(t)}{۲} \Rightarrow V_C(t) = V_C(\cancel{\circ}) + \int_{\circ^-}^{t}\frac{\delta(t)}{۲}dt = \frac{u(t)}{۲}$$

$$\Rightarrow V_L(t) = ۱\times i_C + V_C = \frac{\delta(t)}{۲} + \frac{u(t)}{۲} \Rightarrow I_\circ(\circ^+) = \frac{۱}{۲}\int_{\circ^-}^{\circ^+}\left(\frac{\delta(t)}{۲} + \cancel{\frac{u(t)}{۲}}\right)dt = \frac{۱}{۴}A$$

**۱۰ـ گزینه «۱»** با اعمال KVL در حلقه‌های مدار معادله‌ی دیفرانسیل مدار را به‌دست می‌آوریم.




$$\text{KVL (حلقه‌ی چپ)}: ۲I_۱ + \frac{dI_۱}{dt} + V = \circ \qquad (۱)$$

$$\text{KVL (حلقه‌ی راست)}: -V + V_C + I_۱ - V + ۳/۵v = \circ$$

$$\xrightarrow{V_C = \frac{۱}{C}\int_\circ^t (I_۱ - V)dt} -V + \frac{۱}{C}\int_\circ^t (I_۱ - V)dt + I_۱ - V + ۳/۵v = \circ$$

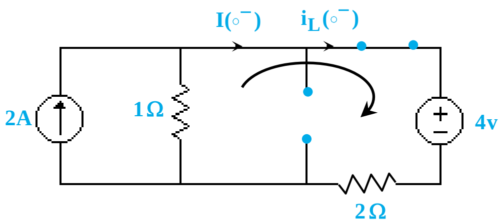
$$\xrightarrow{\frac{d}{dt}} ۱/۵\frac{dv}{dt} + \frac{I_۱ - V}{C} + \frac{dI_۱}{dt} = \circ \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} ۱/۵\frac{d}{dt}\left(-۲I_۱ - \frac{dI_۱}{dt}\right) + \frac{۱}{C}\left(I_۱ + ۲I_۱ + \frac{dI_۱}{dt}\right) + \frac{dI_۱}{dt} = \circ$$

$$\Rightarrow ۱/۵\frac{d^۲I_۱}{dt^۲} + \left(۲ - \frac{۱}{C}\right)\frac{dI_۱}{dt} - \frac{۳}{C}I_۱ = \circ \rightarrow$$ برای نوسانی شدن مدار ضریب $\frac{dI_۱}{dt}$ باید صفر شود

$$\Rightarrow C = \frac{۱}{۲}F$$

**۱۱ـ گزینه «۱» روش تشریحی:** ابتدا شرایط اولیه‌ی مدار را به‌دست می‌آوریم:

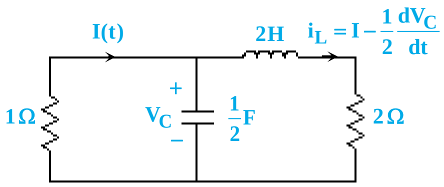



$t = \circ^-$ :

$$\text{KVL}: (i_L(\circ^-) - ۲)\times ۱ + ۴ + ۲\times i_L(\circ^-) = \circ$$

$$i_L(\circ^-) = \frac{-۲}{۳}A \rightarrow V_C(\circ^-) = \frac{۸}{۳}v$$

برای زمان‌های مثبت داریم:




$$\text{KVL (حلقه‌ی چپ)}: V_C = -I \qquad (۱)$$

$$\text{KVL (حلقه‌ی راست)}: V_C = \frac{۲d}{dt}\left(I - \frac{۱}{۲}\frac{dV_C}{dt}\right) + ۲\times\left(I - \frac{۱}{۲}\frac{dV_C}{dt}\right) \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{d^۲V_C}{dt} + ۳\frac{dV_C}{dt} + ۳V_C = \circ$$

برای حل این معادله باید $V_C(\circ^+)$ و $\frac{dV_C(\circ^+)}{dt}$ را محاسبه کنیم:

$$V_C(\circ^+) = V_C(\circ^-) = \frac{۸}{۳}v$$

$$i_C(\circ^+) = I(\circ^+) - i_L(\circ^+) = -V_C(\circ^+) - i_L(\circ^+) = \frac{-۸}{۳} + \frac{۲}{۳} = -۲A \Rightarrow \frac{dV_c(\circ^+)}{dt} = ۲\times(-۲) = -۴$$

بنابراین:

$$\begin{cases} \frac{d^۲V_C}{dt^۲} + ۳\frac{dV_C}{dt} + ۳V_C = \circ \\ V_C(\circ^+) = \frac{۸}{۳} \\ \frac{dV_C(\circ^+)}{dt} = -۴ \end{cases} \xrightarrow{I = -V_C} \begin{cases} \frac{d^۲I}{dt^۲} + ۳\frac{dI}{dt} + ۳I = \circ \\ I(\circ^+) = \frac{-۸}{۳} \\ \frac{dI(\circ^+)}{dt} = ۴ \end{cases}$$

$$I(t) = e^{-۱/۵t}(C_۱\cos\circ/۸۶t + C_۲\sin\circ/۸۶t) \qquad (t > \circ)$$

از طرفی با توجه به اینکه $I(0^-) = i_L(0^-) = -\frac{2}{3}$ بوده و با مقدار $I(0^+)$ برابر نیست، برای صادق بودن معادله‌ی $I(t)$ برای کل زمان‌ها $I(t)$ به صورت زیر می‌شود:

$$I(t) = e^{-1/5t} \times (C_1 \cos 0/86t + C_2 \sin 0/86t)u(t) + C_3 - C_3 u(t)$$

$$I(0^-) = -\frac{2}{3} \Rightarrow C_3 = -\frac{2}{3} \qquad I(0^+) = \frac{-8}{3} \Rightarrow C_1 = \frac{-8}{3} \qquad \frac{dI(0^+)}{dt} = 4 \to C_2 = 0$$

بنابراین داریم:

$$I(t) = \frac{2}{3}u(t) - \frac{2}{3} - e^{-1/5t}[\frac{8}{3}\cos(0/86t)]u(t)$$

**روش تستی:** با بررسی شرط $I(0^+) = \frac{-8}{3}$ یا $I(0^-) = -\frac{2}{3}$ به راحتی می‌توان به گزینه‌ی (۱) رسید.

**۱۲ـ گزینه «۴»** می‌دانیم که معادله‌ی مشخصه‌ی یک مدار RLC سری به صورت زیر است:

$$\begin{cases} x^2 + \frac{R}{L}x + \frac{1}{LC} = 0 \\ x^2 + 2\alpha x + \omega_0^2 = 0 \end{cases} \to \begin{cases} x_1, x_2 = -\alpha \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} \\ \alpha = \frac{R}{2L}, \omega_0 = (\sqrt{LC})^{-1} \end{cases}$$

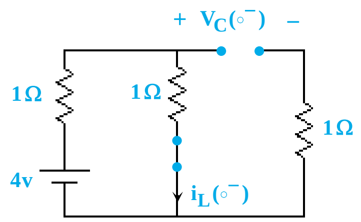
بنابراین پاسخ مدار به صورت مقابل می‌باشد: $y(t) = ke^{-\alpha t}\cos(\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}t + \theta)$

از طرفی داریم: $k = 6/25$ و $\alpha = 3 \Rightarrow \frac{R}{2L} = 3 \Rightarrow R = 6L = 6 \times 1/66 = 10\Omega$

مشاهده می‌شود که داده‌های Td و C برای حل این سؤال اضافی است.

**۱۳ـ گزینه «۱»** ابتدا شرایط اولیه‌ی مدار را به‌دست می‌آوریم:

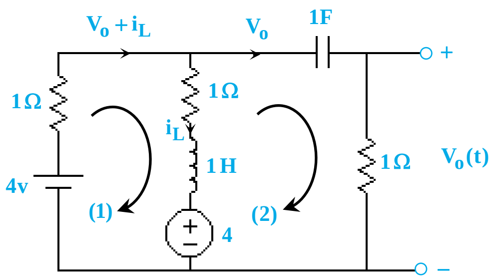
$t = 0^-$ :




$$i_L(0^-) = \frac{4}{1+1} = 2A$$

$$V_C(0^-) = 1 \times i_L(0^-) = 2v$$

برای زمان $t > 0$ داریم:




$$KVL(1): -4 + V_0 + i_L + i_L + \frac{di_L}{dt} + 4 = 0$$

$$V_0 + 2i_L + \frac{di_L}{dt} = 0 \to V_0 + (D+2)i_L = 0 \qquad (1)$$

$$KVL(2): -4 - \frac{di_L}{dt} - i_L + V_C + V_0 = 0 \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \frac{-d^2 i_L}{dt^2} - \frac{di_L}{dt} + \underbrace{\frac{dv_c}{dt}}_{v_0} + \frac{dv_0}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow V_0(D+1) = i_L(D^2 + D) \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} V_0(D+1) = \frac{-V_0}{D+2}(D^2+D) \Rightarrow V_0((D+1)(D+2) + D(D+1)) = 0$$

$$\Rightarrow 2V_0(D+1)^2 = 0 \to V_0(t) = (C_1 + C_2 t)e^{-t}$$

حال برای به‌دست آوردن $C_۱$ و $C_۲$ باید شرایط اولیه‌ی معادله‌ی دیفرانسیل را محاسبه کنیم:

$$V_o(۰^+)=? \rightarrow \text{KVL (حلقه‌ی بیرونی)}: -۴+V_o(۰^+)+i_L(۰^+)+V_C(۰^+)+V_o(۰^+)=۰$$

$$\Rightarrow ۲V_o(۰^+)=۴-۲-۲=۰ \Rightarrow V_o(۰^+)=۰ \Rightarrow C_۱=۰$$

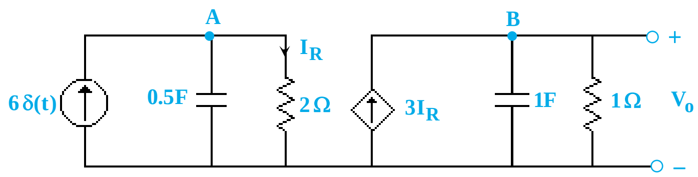
$$\frac{dV_o(۰^+)}{dt}=?$$

$$(۱) \xrightarrow{t=۰^+} \frac{di_L}{dt}(۰^+)=-۴$$

$$(۱) \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \frac{dV_o}{dt}+\frac{۲di_L}{dt}+\frac{d^۲i_L}{dt^۲}=۰ \xrightarrow{(۲)} \frac{dV_o}{dt}+V_o=\frac{-dV_o}{dt}-\frac{۲di_L}{dt}+\frac{di_L}{dt} \Rightarrow \frac{dV_o}{dt}=-\frac{V_o}{۲}\frac{-di_L}{۲dt} \Rightarrow \frac{dV_o}{dt}(۰^+)=۲$$

$$\frac{dV_o}{dt}=(C_۲-C_۲t)e^{-t} \Rightarrow \boxed{C_۲=۲} \Rightarrow V_o(t)=۲te^{-t}$$

**۱۴ـ گزینه «۳»** با توجه به اینکه هر المان سری با منبع جریان بی‌اثر است، مدار به صورت زیر در می‌آید:



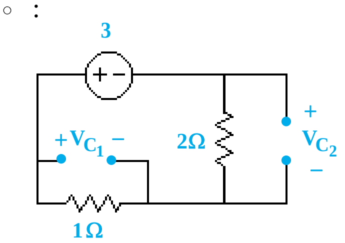

$$\text{مدار سمت چپ}: V_C=۲I_R \Rightarrow KCL(A): I_R+\frac{۱}{۲}\frac{d}{dt}(۲I_R)=۶\delta(t) \Rightarrow \frac{d}{dt}I_R+I_R=۶\delta(t) \quad (۱) \quad , \quad I_R(۰^-)=۰$$

$(۱) \xrightarrow{\int_{۰^-}^{۰^+}} I_R(۰^+)=۶ \rightarrow$ با حذف $\delta$ معادله را با شرط اولیه‌ی جدید محاسبه می‌کنیم $\Rightarrow I_R(t)=۶e^{-t}$

$$\text{مدار سمت راست}: V_C=V_o \Rightarrow KCL(B): V_o+\frac{dV_o}{dt}=۳I_R \Rightarrow \begin{cases}\frac{dV_o}{dt}+V_o=۱۸e^{-t}\\ V_o(۰)=۰\end{cases} \Rightarrow V_o(t)=۱۸te^{-t}u(t)$$

**۱۵ـ گزینه «۴»** ابتدا شرایط اولیه‌ی مدار را با تحلیل مدار در زمان‌های منفی محاسبه می‌کنیم:

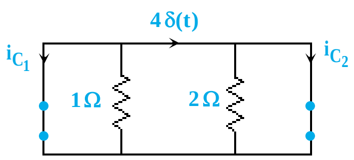
$t=۰^-$ :




$$V_{C_۱}(۰^-)=\frac{۱}{۱+۲}\times ۳=۱v$$

$$V_{C_۲}(۰^-)=\frac{۲}{۱+۲}\times(-۳)=-۲v$$

در زمان‌های مثبت از آنجا که جریان $I(t)$ به‌صورت تابع ضربه داده شده است، بنابراین خازن‌ها را اتصال کوتاه کرده و برای محاسبه‌ی ولتاژ خازن‌ها در لحظه‌ی $t=۰^+$ جریان عبوری از آن‌ها را برحسب تابع ضربه به‌دست می‌آوریم:



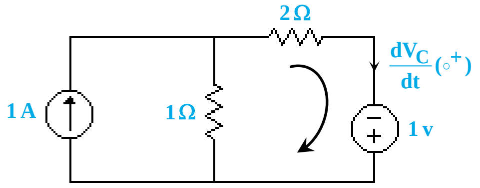

$$i_{C_۱}=-۴\delta(t) \rightarrow V_{C_۱}(۰^+)=۱+\frac{۱}{۴}\int_{۰^-}^{۰^+}-۴\delta(t)dt=۰$$

$$i_{C_۲}=۴\delta(t) \rightarrow V_{C_۲}(۰^+)=-۲+\frac{۱}{C}\int_{۰^-}^{۰^+}۴\delta(t)dt=\frac{۴}{C}-۲$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، خازن‌های $C_۱$ و $C_۲$ در زمان‌های مثبت با هم موازی هستند. بنابراین در لحظه‌ی $t=۰^+$ ولتاژشان باید یکسان باشد:

$$V_{C۱}(۰^+)=V_{C۲}(۰^+)=\frac{۴}{C}-۲=۰ \Rightarrow C=۲F$$

**۱۶ـ گزینه «۲»** برای زمان $t=۰^+$ داریم:

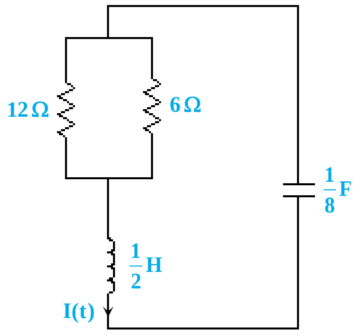



$$KVL: ۱\times\left(-۱+\frac{dV_C(۰^+)}{dt}\right)+\frac{۲dV_C(۰^+)}{dt}-۱=۰$$

$$\Rightarrow \frac{۳dV_C(۰^+)}{dt}=۲ \rightarrow \frac{dV_C(۰^+)}{dt}=\frac{۲}{۳}$$

**۱۷ـ گزینه «۳»** بدون در نظر گرفتن اثر منابع و شرایط اولیه معادله‌ی دیفرانسیل مربوط به $I(t)$ را به‌دست می‌آوریم:

$t>۰$

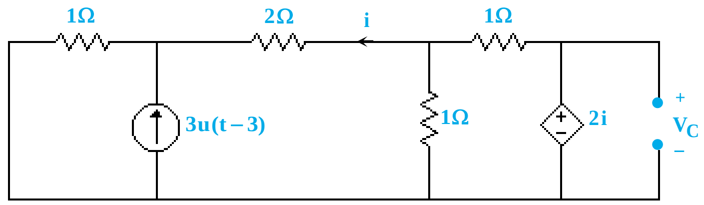



$$KVL: \frac{۶\times۱۲}{۶+۱۲}I+\frac{۱}{۲}\frac{dI}{dt}+۸\int_۰^t Idt=۰ \xrightarrow{\frac{d}{dt}} \frac{۴dI}{dt}+\frac{۱}{۲}\frac{d^۲I}{dt^۲}+۸I=۰$$

$$\Rightarrow \frac{d^۲I}{dt^۲}+\frac{۸dI}{dt}+۱۶I=۰$$

معادله‌ی زمانی $I(t)$ به حالت میرایی بحرانی می‌باشد. $\rightarrow$ $(s+۴)^۲=۰$ $\rightarrow$ $s^۲+۸s+۱۶=۰$ : معادله‌ی مشخصه

**۱۸ـ گزینه «۲»** با توجه به این‌که طراح سؤال، مقدار انرژی ذخیره شده در سلف را در حالت پایدار می‌خواهد، باید مدار را در حالت پایدار رسم کنیم؛ یعنی $t\rightarrow\infty$:



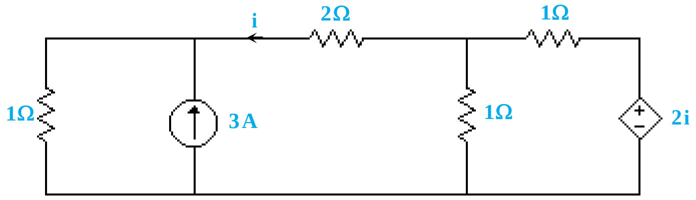

دقت کنید که در حالت دائمی، با توجه به این‌که تمامی منابع DC هستند، سلف اتصال کوتاه و خازن مدار باز می‌شود و داریم:

$V_S=۲u(-t) \quad t\rightarrow\infty \Rightarrow V_S=۰$

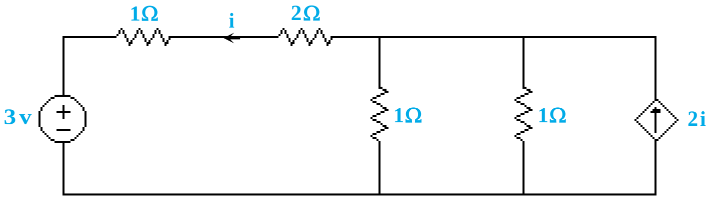
و

$I_S=۳u(t-۳) \quad t\rightarrow\infty \Rightarrow I_S=۳$

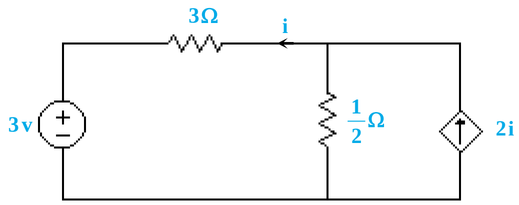
حال به دنبال پیدا کردن مقدار جریان سلف یعنی $i$ خواهیم بود.



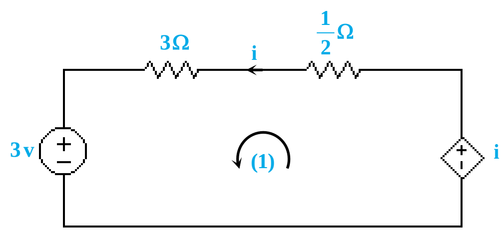

با استفاده از تونن نورتن داریم:




$\Rightarrow$




$\Rightarrow$

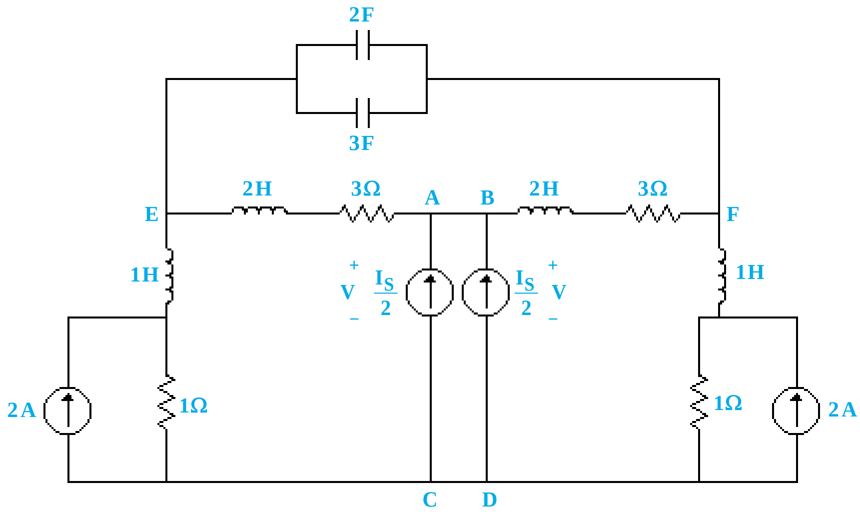


حال در حلقه ۱، KVL می‌زنیم:

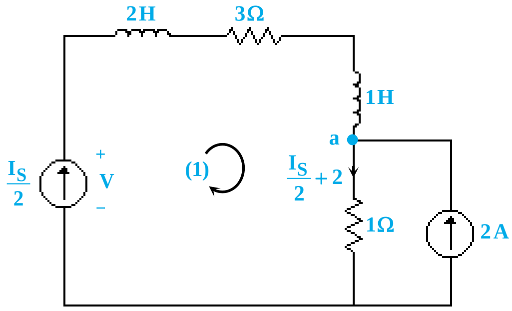
$$KVL_1: ۳+۳i+\frac{۱}{۲}\times i=i \Rightarrow i=-\frac{۶}{۵}A$$

$$\text{انرژی سلف} = E_{\text{سلف}}=\frac{۱}{۲}\times ۳\times i^۲=\frac{۱}{۲}\times ۳\times(-\frac{۶}{۵})^۲ \Rightarrow E_{\text{سلف}}=\frac{۵۴}{۲۵}=\frac{۲۱۶}{۱۰۰}=۲/۱۶\ \text{ژول}$$

**۱۹ـ گزینه «۳»** با کمی دقت بر روی شکل، شبه‌تقارن را می‌توان دید. با تبدیل منبع ولتاژ به منبع جریان و همچنین با توجه به اینکه حاصل سلف‌های موازی ۴ هانری، برابر ۲H می‌شود، مدار به صورت روبه‌رو درخواهد آمد.




با توجه به تقارن مدار، جریان در شاخه‌های AB، CD و EF صفر می‌شود. بنابراین کافی است که مدار روبه‌رو را حل کنیم.




با نوشتن KCL در گره a، جریان مقاومت ۱Ω در جهت نشان داده شده برابر $\frac{I_S}{۲}+۲$ خواهد بود. حال کافی است که در حلقه ۱، KVL بزنیم.

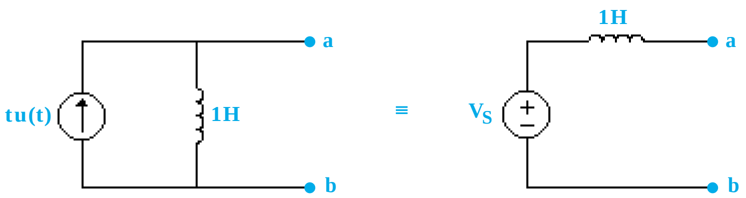
$$V=۲\times\frac{d(\frac{I_S}{۲})}{dt}+۳\times\frac{I_S}{۲}+۱\times\frac{d(\frac{I_S}{۲})}{dt}+۱\times[\frac{I_S}{۲}+۲]$$

$$\Rightarrow V=۳\times\frac{d(\frac{I_S}{۲})}{dt}+۲I_S+۲ \qquad (۱)$$

با جایگذاری معادله $I_S$ در رابطه ۱ داریم:

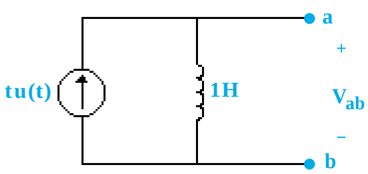
$$V=۳\times[۲\cos ۲t]+۴\sin ۲t+۲ \Rightarrow V=۶\cos ۲t+۴\sin ۲t+۲$$

**۲۰ـ گزینه «۱»** با نگاه اول، تقارن نسبی در مدار دیده می‌شود. ابتدا به دنبال تبدیل منبع جریان موازی با سلف ۱ هانری به منبع ولتاژ سری با همان سلف هستیم.

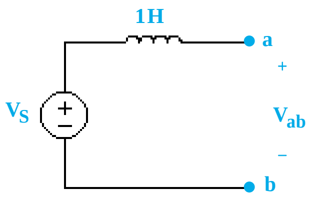



مدار (الف)	مدار (ب)

برای اینکه هر دو مدار الف و ب هم‌ارز باشند، باید ولتاژ دو سر a و b در هر دو یکسان باشد.

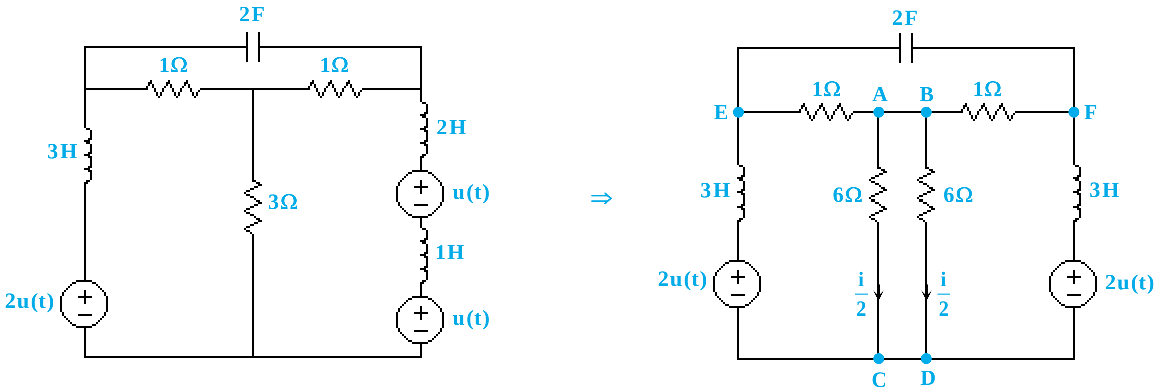


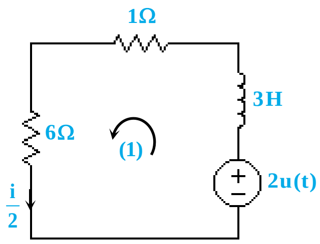

$$V_{ab}=۱\times\frac{d(tu(t))}{dt} \Rightarrow V_{ab}=u(t)+t\delta(t) \xrightarrow[\text{تابع دیریکله}]{\text{خاصیت غربال}} V_{ab}=u(t)+۰ \Rightarrow V_{ab}=u(t)$$




$$V_{ab}=V_S$$

پس باید $V_S = u(t)$ باشد تا دو مدار الف و ب هم‌ارز باشند. پس مدار به صورت زیر درخواهد آمد:



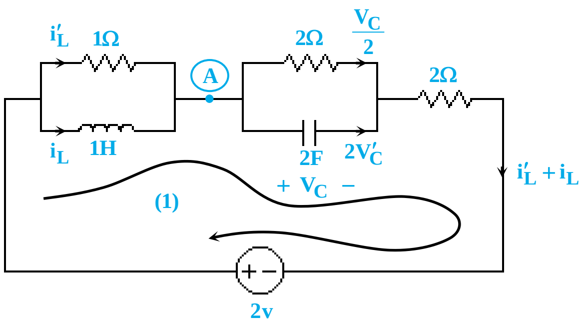




دقت کنید برای اینکه مدار متقارن باشد، مقاومت $۳\Omega$ را به‌صورت ۲ مقاومت $۶\Omega$ قرار دادیم که از هر کدام $\frac{i}{۲}$ می‌گذرد که در مجموع همان جریان i از مقاومت $۳\Omega$ خواهد گذشت. با توجه به تقارن شکل، جریان شاخه‌های AB، CD و EF صفر می‌باشد. بنابراین مدار روبه‌رو را خواهیم داشت:

$$KVL_۱ : ۷\times\frac{i}{۲}+۳\frac{i'}{۲}=۲u(t) \Rightarrow i=ke^{-\frac{۷}{۳}t}+\frac{۴}{۷}$$

بنابراین ثابت زمانی مربوط به جریان i، $\frac{۳}{۷}$ ثانیه است.

**۲۱ـ گزینه «۲»** برای حل سؤال باید رابطه $i_L$ را برحسب $i''_L$ و $V_C$ پیدا کنیم.




با توجه به اینکه ولتاژ سلف ۱H، برابر $i'_L$ است، بنابراین جریان مقاومت $۱\Omega$ موازی با آن در جهت نشان داده شده برابر $i'_L$ خواهد بود.

همچنین به دلیل موازی بودن خازن ۲F با مقاومت $۲\Omega$، جریان مقاومت $۲\Omega$ برابر $\frac{V_C}{۲}$ خواهد شد. ضمناً جریان خازن نیز برابر $۲V'_C$ است.

رابطه KVL را برای حلقه ۱ می‌نویسیم:

$$KVL_۱ : i'_L+V_C+۲\times[i'_L+i_L]=۲ \Rightarrow ۳i'_L+۲i_L+V_C=۲ \Rightarrow \boxed{i'_L=\frac{۲}{۳}-\frac{۲}{۳}i_L-\frac{V_C}{۳} \qquad (۱)}$$

رابطه KCL را برای گره A می‌نویسیم:

$$KCL_A : i'_L+i_L=۲V'_C+\frac{V_C}{۲} \Rightarrow \boxed{V'_C=\frac{i'_L}{۲}+\frac{i_L}{۲}-\frac{V_C}{۴} \qquad (۲)}$$

با قرار دادن رابطه (۱) در رابطه (۲) داریم:

$$V'_C=\frac{۱}{۳}-\frac{۱}{۳}i_L-\frac{V_C}{۶}+\frac{i_L}{۲}-\frac{V_C}{۴} \Rightarrow \boxed{V'_C=\frac{۱}{۳}+\frac{i_L}{۶}-\frac{۵}{۱۲}V_C \qquad (۳)}$$

با مشتق گرفتن از رابطه (۱) داریم:

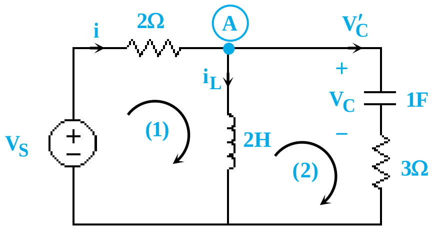
$$\boxed{i''_L=-\frac{۲}{۳}i'_L-\frac{V'_C}{۳} \qquad (۴)}$$

حال با قرار دادن رابطه (۱) و (۳) در رابطه (۴) خواهیم داشت:

$$i''_L=-\frac{۲}{۳}\times[\frac{۲}{۳}-\frac{۲}{۳}i_L-\frac{V_C}{۳}]-\frac{۱}{۳}\times[\frac{۱}{۳}+\frac{i_L}{۶}-\frac{۵}{۱۲}V_C]$$

$$\Rightarrow i''_L=-\frac{۵}{۹}+\frac{۷}{۱۸}i_L+\frac{۱۳}{۳۶}V_C \Rightarrow i''_L(۰^+)=-\frac{۵}{۹}+\frac{۷}{۱۸}i_L(۰^+)+\frac{۱۳}{۳۶}V_C(۰^+) \Rightarrow \frac{۵}{۹}=-\frac{۵}{۹}+\frac{۷}{۱۸}\times i_L(۰^+)+\frac{۱۳}{۳۶}\times ۲ \Rightarrow \boxed{i_L(۰^+)=۱A}$$

**۲۲ـ گزینه «۳»** با توجه به خواسته مسأله باید معادله i برحسب $V_S$ را پیدا کرده و در آن معادله به‌جای i، $\frac{۱}{۳}V_S$ قرار دهیم و به‌دنبال تعیین شرایط اولیه i باشیم به‌طوری که i برابر $\frac{e^{-t}u(t)}{۳}$ شود و در نتیجه مقادیر $V_C(۰^-)$ و $i_L(۰^-)$ را بیابیم.




$$\begin{cases} KVL_۱: ۲i+۲i'_L=V_S & (۱)\\ KVL_۲: ۲i'_L=۳V'_C+V_C & (۲)\\ KCL_A: i=i_L+V'_C & (۳)\end{cases}$$

$$(۱),(۲)\rightarrow ۲i+۳V'_C+V_C=V_S \quad (۴) \qquad \xrightarrow{\text{از رابطه (۳) داریم}} : i_L=V'_C-i \quad (۵)$$

$$(۲),(۵)\rightarrow ۲\times[V'_C-i]'=۳V'_C+V_C \Rightarrow ۳V'_C+V_C=۲V''_C-۲i' \quad (۶)$$

$$(۴),(۶)\rightarrow ۲i+۲V''_C-۲i'=V_S \Rightarrow V''_C=i'-i+\frac{V_S}{۲} \quad (۷)$$

مشتق گرفتن از رابطه (۴) $\rightarrow ۲i'+۳V''_C+V'_C=V'_S \quad (۸)$

$$(۷),(۸)\rightarrow ۲i'+۳\times[i'-i+\frac{V_S}{۲}]+V'_C=V'_S \Rightarrow ۵i'-۳i+V'_C=V'_S-\frac{۳}{۲}V_S \quad (۹)$$

مشتق گرفتن از رابطه (۹) $\rightarrow ۵i''-۳i'+V''_C=V''_S-\frac{۳}{۲}V'_S \quad (۱۰)$

قرار دادن رابطه (۷) در رابطه (۱۰) $\rightarrow ۵i''-۳i'+[i'-i+\frac{V_S}{۲}]=V''_S-\frac{۳}{۲}V'_S \Rightarrow ۵i''-۲i'-i=V''_S-\frac{۳}{۲}V'_S-\frac{V_S}{۲}$

تبدیل لاپلاس: $[۵S^۲-۲S-۱]i(S)-۵Si(۰^-)-۵i'(۰^-)+۲i(۰^-)=(S^۲-\frac{۳}{۲}S-\frac{۱}{۲})\times V_S(S)$

$$\Rightarrow (۵S^۲-۲S-۱)\times\frac{۱}{۳(S+۱)}-۵Si(۰^-)-۵i'(۰^-)+۲i(۰^-)=(S^۲-\frac{۳}{۲}S-\frac{۱}{۲})\times\frac{۱}{S+۱}$$

$$\Rightarrow ۵S^۲i(۰^-)+[۳i(۰^-)+۵i'(۰^-)]S+[۵i'(۰^-)-۲i(۰^-)]=\frac{۲}{۳}S^۲+\frac{۵}{۶}S+\frac{۱}{۶} \Rightarrow \begin{cases}۵i(۰^-)=\frac{۲}{۳}\\ ۳i(۰^-)+۵i'(۰^-)=\frac{۵}{۶}\\ ۵i'(۰^-)-۲i(۰^-)=\frac{۱}{۶}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} i(۰^-)=\frac{۲}{۱۵}\\ i'(۰^-)=\frac{۱۳}{۱۵۰}\end{cases}$$

حال باید رابطه $V_C(۰^-)$ و $i_L(۰^-)$ را برحسب $i(۰^-)$ و $i'(۰^-)$ پیدا کنیم. با استفاده از رابطه ۹ داریم:

$$۵\times i'(۰^-)-۳i(۰^-)+V'_C(۰^-)=V'_S(۰^-)-\frac{۳}{۲}V_S(۰^-) \Rightarrow ۵\times\frac{۱۳}{۱۵۰}-۳\times\frac{۲}{۱۵}+V'_C(۰^-)=[-e^{-t}u(t)+\delta(t)]\Big|_{t=۰^-}-\frac{۳}{۲}[e^{-t}u(t)]\Big|_{t=۰^-}$$

$$\Rightarrow V'_C(۰^-)=-\frac{۱}{۳۰}$$

با استفاده از رابطه ۳ خواهیم داشت:

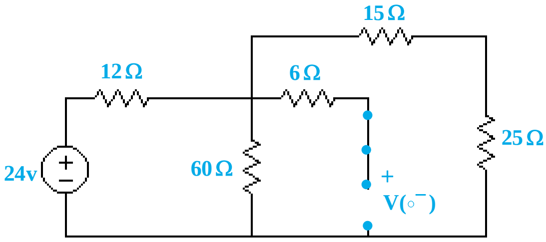
$$i(۰^-)=i_L(۰^-)+V'_C(۰^-) \Rightarrow \frac{۲}{۱۵}=i_L(۰^-)+(-\frac{۱}{۳۰}) \Rightarrow \boxed{i_L(۰^-)=\frac{۱}{۶}A}$$

با استفاده از رابطه ۴ داریم:

$$۲\times i(۰^-)+۳\times V'_C(۰^-)+V_C(۰^-)=V_S(۰^-) \Rightarrow ۲\times\frac{۲}{۱۵}+۳\times(-\frac{۱}{۳۰})+V_C(۰^-)=[e^{-t}u(t)]\Big|_{t=۰^-} \Rightarrow \boxed{V_C(۰^-)=-\frac{۱}{۶}V}$$

**۲۳ـ گزینه «۱»** با توجه به گزینه‌ها مشاهده می‌شود که با به‌دست آوردن $V(\circ)$ به‌راحتی می‌توان به گزینه‌ی مطلوب دست یافت.

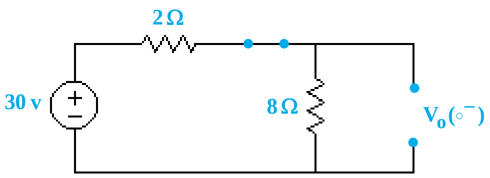
$t=\circ^-$ :




$$V_C(\circ^-)=\frac{۶\circ\,||\,(۱۵+۲۵)}{۱۲+۶\circ\,||\,(۱۵+۲۵)}\times ۲۴ \Rightarrow V_C(\circ^-)=\frac{۲۴}{۲۴+۱۲}\times ۲۴=۱۶v \rightarrow$$ گزینه‌ی (۱) صحیح است

**۲۴ـ گزینه «۴»** با توجه به گزینه‌ها مشاهده می‌شود که با به‌دست آوردن $V_o(\circ)$ به‌راحتی می‌توان به گزینه‌ی مطلوب دست یافت.

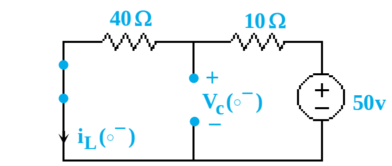
$t=\circ^-$ :




$$V_o(\circ^-)=\frac{۸}{۸+۲}\times ۳\circ=۲۴v \rightarrow$$ گزینه‌ی (۴) صحیح است

**۲۵ـ گزینه «۱»** ابتدا شرایط اولیه‌ی مدار را با تحلیل مدار در لحظه‌ی $t=\circ^-$ به‌دست می‌آوریم:

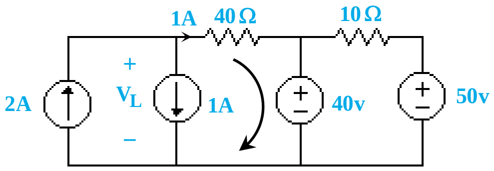
$t=\circ^-$ :




$$\Rightarrow V_C(\circ^-)=\frac{۴\circ}{۴\circ+۱\circ}\times ۵\circ=۴\circ v$$

$$i_L(\circ^-)=\frac{V_C(\circ^-)}{۴\circ}=۱A$$

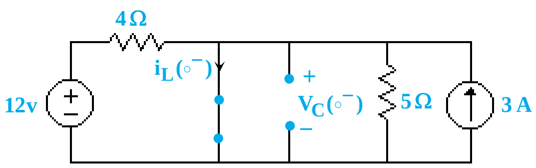
در لحظه‌ی $t=\circ^+$ داریم:




$$\Rightarrow V_L(\circ^+)=۴\circ\times ۱+۱\circ=۸\circ v$$

**۲۶ـ گزینه «۲»** ابتدا شرایط اولیه‌ی مدار را به‌دست می‌آوریم:

$t=\circ^-$ :

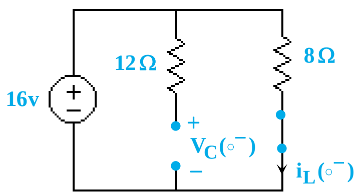



$$\Rightarrow V_C(\circ^-)=\circ$$

$$I(\circ^-)=i_L(\circ^-)=۳+\frac{۱۲}{۴}=۶A \rightarrow$$ گزینه (۲) صحیح است.

**۲۷ـ گزینه «۱»** با تحلیل مدار در لحظه‌ی $t=0^-$ شرایط اولیه‌ی مدار را به‌دست می‌آوریم:

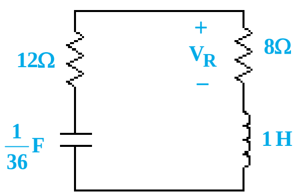
$t=0^-:$




$$i_L(0^-)=\frac{۱۶}{۸}=۲A$$

$$V_C(0^-)=۱۶v$$

برای زمان‌های $t>0$ داریم:

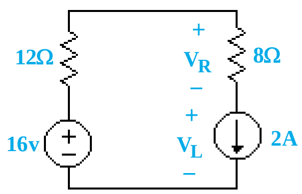



$$\text{سری RLC}: \frac{d^۲V_R}{dt^۲}+\frac{(۸+۱۲)}{۱}\frac{dV_R}{dt}+۳۶V_R=0$$

$$\Rightarrow \frac{d^۲V_R}{dt^۲}+۲۰\frac{dV_R}{dt}+۳۶V_R=0 \Rightarrow V_R(t)=C_۱e^{-۲t}+C_۲e^{-۱۸t}$$

$t=0^+:$

برای به‌دست آوردن $C_۱$ و $C_۲$ باید شرایط اولیه‌ی معادله‌ی دیفرانسیل را به‌دست آوریم:




$$\Rightarrow V_R(0^+)=۲\times۸=۱۶ \rightarrow C_۱+C_۲=۱۶ \quad (۱)$$

$$V_R=۸i_L \Rightarrow \frac{dV_R}{dt}(0^+)=۸\frac{di_L(0^+)}{dt}=۸V_L(0^+)=۸\times(۱۶-۱۲\times۲-۱۶)=-۱۹۲$$

$$\Rightarrow -۲C_۱-۱۸C_۲=-۱۹۲ \Rightarrow C_۱+۹C_۲=۹۶ \quad (۲)$$

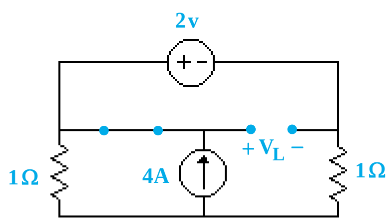
$$\xrightarrow{(۱),(۲)} C_۱=۶\ ,\ C_۲=۱۰ \rightarrow V_R(t)=۶e^{-۲t}+۱۰e^{-۱۸t}V$$

---

**۲۸ـ گزینه «۱»** با توجه به عدم وجود منبع مستقل در $t<0$ شرایط اولیه‌ی مدار صفر می‌باشد. $(i_L(0^-)=V_C(0^-)=0)$

برای $t=0^+$ داریم:

$t=0^+:$

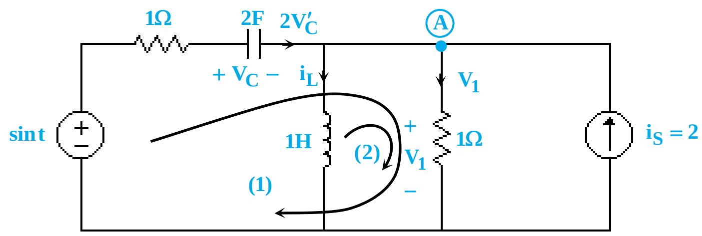



$$V_L(0^+)=\frac{dI_o(0^+)}{dt}=۲$$

$$\begin{cases} I_o(0^+)=0 \Rightarrow I_o(0^+)=0 \quad (۱) & \text{با این شرط گزینه‌های ۱ و ۴ می‌توانند درست باشند} \\ \frac{dI_o(0^+)}{dt}=۲ \xrightarrow{(۱)} & \text{با این شرط تنها گزینه (۱) صحیح است.} \end{cases}$$

---

**۲۹ـ گزینه «۴»** برای حل سؤال، باید $V_۱'$ را برحسب منابع مدار و ولتاژ خازن و جریان سلف بنویسیم.




باتوجه به این‌که ولتاژ مقاومت $۱\Omega$ برابر $V_۱$ است، جریان این مقاومت در جهت مشخص شده برابر $V_۱$ می‌شود.

$$KCL_A: ۲V_C'=i_L+V_۱-i_S \quad (۱)$$

$$KVL_۱: V_S=۲V_C'+V_C+V_۱ \quad (۲)$$

$$KVL_۲: i_L'=V_۱ \quad (۳)$$

$$(۱),(۲)\rightarrow V_S=i_L+V_۱-i_S+V_C+V_۱ \Rightarrow V_۱=\frac{V_S+i_S-i_L-V_C}{۲} \qquad (۴) \Rightarrow V_۱=\frac{\sin t+۲-i_L-V_C}{۲} \Rightarrow \boxed{V_۱(0^+)=\frac{-۱}{۲}v}$$

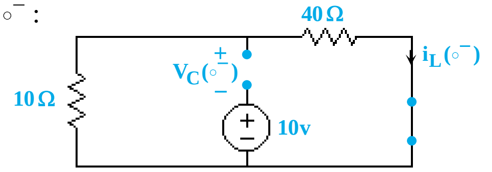
مشتق گرفتن از رابطه (۴) : $V_1' = \frac{V_S' + i_S' - i_L' - V_C'}{۲} \Rightarrow V_1' = \frac{\cos t - i_L' - V_C'}{۲}$ (۵)

$$(۱),(۳),(۵) \to V_1' = \frac{\cos t - V_1 - \frac{۱}{۲}\times[i_L + V_1 - i_S]}{۲} \Rightarrow V_1' = \frac{\cos t - \frac{۳}{۲}V_1 - \frac{۱}{۲}i_L + \frac{i_S}{۲}}{۲}$$

$$\Rightarrow V_1'(۰^+) = \frac{۱ - \frac{۳}{۲}\times(\frac{-۱}{۲}) - \frac{۱}{۲}\times ۲ + ۱}{۲} = \frac{۷}{۸} \Rightarrow \boxed{V_1'(۰^+) = \frac{۷}{۸}(\frac{v}{s})}$$

**۳۰ـ گزینه «۳»** در لحظه‌ی $t = ۰^-$ داریم:

$t = ۰^-$ :

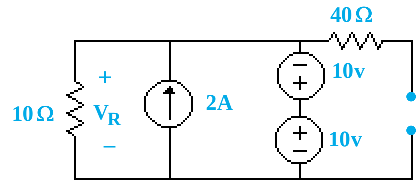



$i_L(۰^-) = ۰$

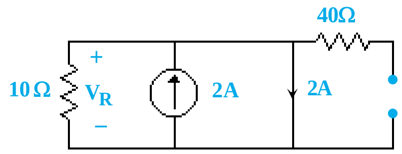
$V_C(۰^-) = -۱۰ v$

همچنین برای $t = ۰^+$ داریم:

$t = ۰^+$ :



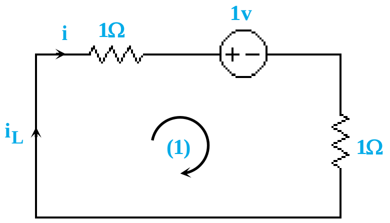

$\Rightarrow$




$\Rightarrow V_R(۰^+) = ۰$

$$\Rightarrow V_C(۰^+) + V_R(۰^+) = -۱۰ v$$

**۳۱ـ گزینه «۳»** ابتدا مدار را برای $t < ۰^-$ که به حالت دائمی خود رسیده است، تحلیل مـی‌کنـیم. در این حالت، هر دو کلید باز هستند و سلف اتصال کوتاه و خازن مدار باز است.

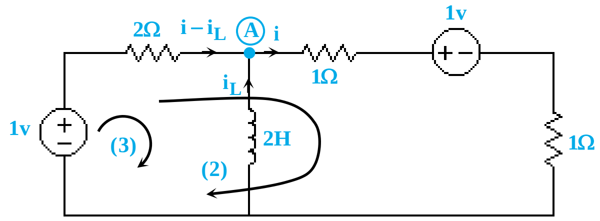



$$KVL_1 : i + ۱ + i = ۰ \Rightarrow i = -\frac{۱}{۲}A$$

$$\Rightarrow i(۰^-) = -\frac{۱}{۲}A \Rightarrow i_L(۰^-) = -\frac{۱}{۲}A$$

مدار برای $۰ < t < ۱$:

بنابراین در $t = ۰$ نه تابع ضربه داریم و نه کاتست سلفی. بنابراین مقدار جریان سلف در هر دو زمان $t = ۰^-$ و $t = ۰^+$ مقداری یکسان دارد.




$$\Rightarrow i_L(۰^+) = i_L(۰^-) = -\frac{۱}{۲}A$$

با نوشتن رابطه KCL برای گره A، جریان مقاومت ۲Ω برابر $i - i_L$ در جهت نشان داده شده، خواهد شد.

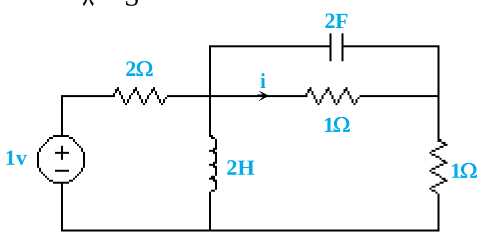
$$KVL_۲ : ۱ = ۲\times(i - i_L) + i + ۱ + i \Rightarrow ۴i = ۲i_L \Rightarrow i = \frac{i_L}{۲} \Rightarrow i(۰^+) = \frac{i_L(۰^+)}{۲} = -\frac{۱}{۴} \Rightarrow i(۰^+) = -\frac{۱}{۴}A$$

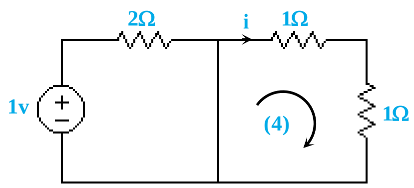
$$KVL_۳ : ۱ = ۲\times(i - i_L) - ۲i_L' \Rightarrow ۲i - ۲i_L' - ۲i_L = ۱ \quad (۱) \quad و \quad i = \frac{i_L}{۲} \Rightarrow i_L = ۲i \quad (۲)$$

$$(۱),(۲) \to ۲i - ۲\times ۲i' - ۲\times ۲i = ۱ \Rightarrow -۴i' - ۲i = ۱ \Rightarrow -۴\times i'(۰^+) - ۲\times i(۰^+) = ۱$$

$$\Rightarrow -۴\times i'(۰^+) - ۲\times(-\frac{۱}{۴}) = ۱ \Rightarrow i'(۰^+) = -\frac{۱}{۸}\ \frac{A}{S}$$

مدار در $t > ۱$:






در $t=\infty$، خازن مدار باز و سلف اتصال کوتاه می‌شود و داریم:

$$KVL_{۴}: i+i=۰ \Rightarrow ۲i=۰$$

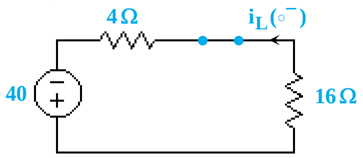
$$\Rightarrow ۲i'=۰ \Rightarrow i'(\infty)=۰A$$

بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

---

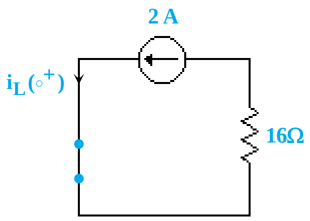
**۳۲ـ گزینه «۲»** ابتدا شرایط اولیه‌ی مدار را در حالتی که کلید در وضعیت a قرار دارد، به‌دست می‌آوریم:

$t=۰^- :$




$$i_L(۰^-)=\frac{۴۰}{۴+۱۶}=۲A$$

$$V_C(۰^-)=۰$$




در لحظه‌ی $t=۰^+$ داریم:

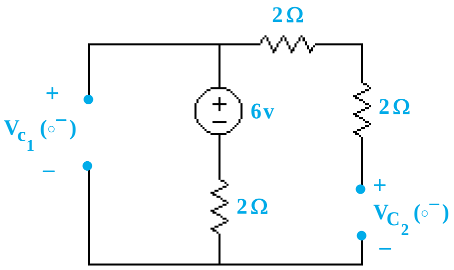
$$i_c(۰^+)=\frac{۱}{۱۶}\frac{dv_c(۰^+)}{dt}=i_L(۰^-)=۲ \Rightarrow \frac{dv_c(۰^+)}{dt}=۳۲$$

با بررسی گزینه‌ها مشاهده می‌شود که گزینه‌ی (۲) پاسخ صحیح می‌باشد.

---

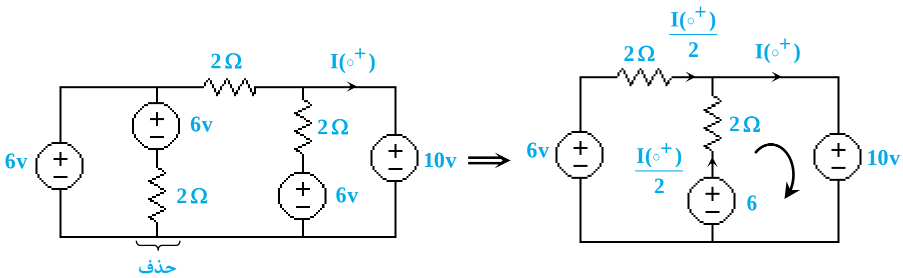
**۳۳ـ گزینه «۲»** ابتدا شرایط اولیه‌ی خازن‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$t=۰^- :$



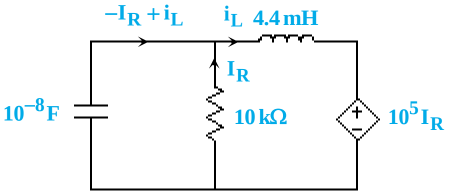

$$\Rightarrow V_{C_۱}(۰^-)=V_{C_۲}(۰^-)=۶v$$

در لحظه‌ی $t=۰^+$ داریم:




$KVL: -۶+I(۰^+)+۱۰=۰ \Rightarrow I(۰^+)=-۴A \rightarrow$ گزینه‌ی (۲) صحیح است.

**۳۴ـ گزینه «۲»** ابتدا معادله‌ی دیفرانسیل مربوط به مدار را به‌دست می‌آوریم:




$$\text{KVL (حلقه‌ی چپ)}: ۱۰^۸ \int_۰^t (i_L - I_R)dt - ۱۰^۴ I_R = ۰ \qquad (۱)$$

$$\text{KVL (حلقه‌ی راست)}: ۱۰^۴ I_R + ۴/۴\times ۱۰^{-۳}\frac{di_L}{dt} + ۱۰^۵ I_R = ۰ \qquad (۲)$$

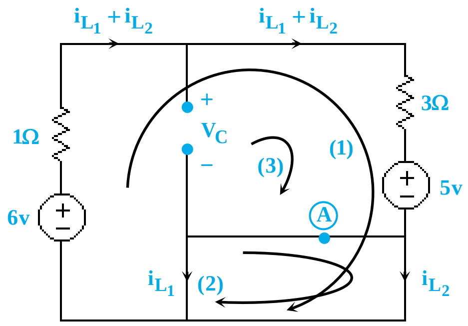
$$(۱) \xrightarrow{\frac{d}{dt}} ۱۰^۸ (i_L - I_R) - ۱۰^۴ \frac{dI_R}{dt} = ۰ \Rightarrow \frac{dI_R}{dt} + ۱۰^۴ I_R - ۱۰^۴ i_L = ۰ \qquad (۳)$$

$$\xrightarrow{(۲),(۳)} \frac{d^۲ I_R}{dt^۲} + ۱۰^۴ \frac{dI_R}{dt} + ۱۰^۴ \left(\frac{۱/۱\times ۱۰^۵ I_R}{۴/۴\times ۱۰^{-۳}}\right) = ۰$$

$$\begin{cases} Q = \dfrac{\omega_۰}{۲\alpha} \\ ۲\alpha = ۱۰^۴ \\ \omega_۰ = \sqrt{\dfrac{۱/۱\times ۱۰^۹}{۴/۴\times ۱۰^{-۳}}} = ۵\times ۱۰^۵ \end{cases} \rightarrow Q = \frac{۵\times ۱۰^۵}{۱۰^۴} = ۵۰$$

---

**۳۵ـ گزینه «۲»** ابتدا مدار را برای $t = ۰^-$ که به حالت دائمی رسیده است تحلیل می‌کنیم. در این زمان، خازن مدار باز و سلف‌ها اتصال کوتاه هستند. با در نظر گرفتن رابطه KCL برای گره A، جریان مقاومت ۳Ω در جهت مشخص شده بر روی شکل برابر $i_{L_۱} + i_{L_۲}$ می‌گردد. با توجه به این‌که خازن مدار باز می‌باشد، جریان مقاومت ۱Ω نیز برابر $i_{L_۱} + i_{L_۲}$ خواهد شد.



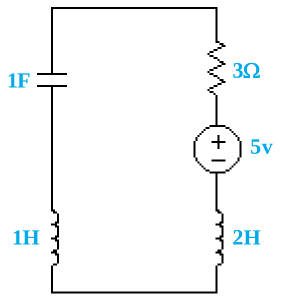

$$\text{KVL}_۱ : ۶ = ۱\times[i_{L_۱} + i_{L_۲}] + ۳\times[i_{L_۱} + i_{L_۲}] + ۵ \Rightarrow i_{L_۱} + i_{L_۲} = \frac{۱}{۴} \qquad (۱)$$

$$\text{KVL}_۲ : V_{L_۱} = V_{L_۲} \Rightarrow i'_{L_۱} = ۲i'_{L_۲} \Rightarrow i_{L_۱} = ۲i_{L_۲} \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲) \rightarrow \begin{cases} i_{L_۱} = \dfrac{۱}{۶} \\ i_{L_۲} = \dfrac{۱}{۱۲} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_{L_۱}(۰^-) = \dfrac{۱}{۶}A \\ i_{L_۲}(۰^-) = \dfrac{۱}{۱۲}A \end{cases}$$

$$\text{KVL}_۳ : V_C = ۳\times[i_{L_۱} + i_{L_۲}] + ۵ = \frac{۳}{۴} + ۵ = \frac{۲۳}{۴} \Rightarrow V_C(۰^-) = \frac{۲۳}{۴}v$$

مدار برای $t > ۰$:




در $t = ۰$، تابع ضربه و همچنین حلقه خازنی نداریم، بنابراین ولتاژ خازن در $t = ۰^+$ همان مقدار مشابه در $t = ۰^-$ را دارد.

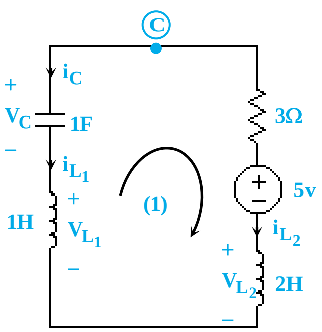
$$V_C(۰^+) = V_C(۰^-) = \frac{۲۳}{۴}v$$

در $t = ۰$، کاتست سلفی داریم، بنابراین جریان سلف‌ها تغییر خواهد کرد.

$$i_{L_۱}(۰^+) = \frac{L_۱ i_{L_۱}(۰^-) - L_۲ i_{L_۲}(۰^-)}{L_۱ + L_۲} = -i_{L_۲}(۰^+)$$

$$i_{L_۱}(۰^+) = \frac{۱\times\frac{۱}{۶} - ۲\times\frac{۱}{۱۲}}{۱+۲} = ۰ = -i_{L_۲}(۰^+) \Rightarrow \begin{cases} i_{L_۱}(۰^+) = ۰A \\ i_{L_۲}(۰^+) = ۰A \end{cases}$$

مدار برای $t > ۰$ :




$$\text{KVL}_۱ : V_C + V_{L_۱} + ۳i_{L_۱} = ۵ + V_{L_۲}$$

$$\Rightarrow V_C + i'_{L_۱} + ۳i_{L_۱} = ۵ + ۲i'_{L_۲} \qquad (۳)$$

$$\text{KCL}_C : i_{L_۱} + i_{L_۲} = ۰ \Rightarrow i_{L_۲} = -i_{L_۱} \qquad (۴)$$

$$(۳),(۴) \rightarrow V_C + ۳i'_{L_۱} + ۳i_{L_۱} = ۵ \quad \text{(۵) رابطه} \Rightarrow V_C(۰^+) + ۳i'_{L_۱}(۰^+) + ۳i_{L_۱}(۰^+) = ۵$$

$$\Rightarrow \frac{۲۳}{۴} + ۳i'_{L_۱}(۰^+) + ۳\times ۰ = ۵ \Rightarrow i'_{L_۱}(۰^+) = -\frac{۱}{۴}$$

$i_C =$ جریان خازن $= V'_C = i_{L_1}$ (۵) مشتق گرفتن از رابطه : $V'_C + 3i''_{L_1} + 3i'_{L_1} = 0$

$$\Rightarrow i_{L_1} + 3i''_{L_1} + 3i'_{L_1} = 0 \Rightarrow i_{L_1}(0^+) + 3i''_{L_1}(0^+) + 3i'_{L_1}(0^+) = 0 \Rightarrow 0 + 3i''_{L_1}(0^+) + 3\times(-\frac{1}{4}) = 0 \Rightarrow i''_{L_1}(0^+) = \frac{1}{4}$$

$$V_{L_1} = i'_{L_1} \Rightarrow V'_{L_1} = i''_{L_1} \Rightarrow V'_{L_1}(0^+) = i''_{L_1}(0^+) = +\frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{V'_{L_1}(0^+) = +\frac{1}{4}\,\frac{V}{S}}$$

برای پیدا کردن $V_{L_1}(\infty)$ مدار را در حالت دائمی در نظر می‌گیریم. در این حالت خازن مدار باز و سلف اتصال کوتاه است. بنابراین خازن مدار باز و سلف‌ها اتصال کوتاه هستند. بنابراین: $\boxed{V_{L_1}(\infty) = 0}$

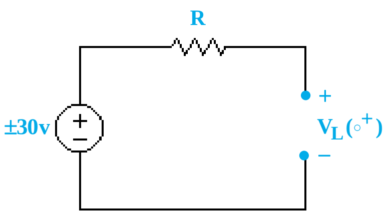
بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

**۳۶ـ گزینه «۳»** انرژی اولیه ذخیره شده در خازن برابر است با:

$$E = \frac{1}{2}CV_C(0)^2 = 45\mu j$$

$$C = 0/1\mu F \rightarrow V_C(0) = \sqrt{900} = \pm 30\,v \quad \text{و} \quad i_L(0^-) = 0$$

برای $t = 0^+$ داریم:

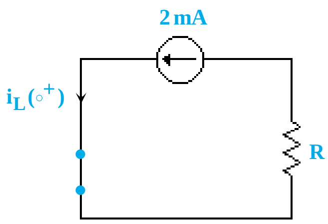



$$\Rightarrow V_L(0^+) = \frac{Ldi_L(0^+)}{dt} = \pm 30\,v \rightarrow \frac{di_L(0^+)}{dt} = \pm\frac{30}{L} \quad (1)$$

از طرفی معادله‌ی مشخصه‌ی مدار به صورت زیر می‌باشد:

معادله‌ی مشخصه: $(s+2000).(s+8000) = 0 \Rightarrow s^2 + 10^4 s + 16\times 10^6 = 0 \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC} = 16\times 10^6 \Rightarrow L = 0/625H \overset{(1)}{\Rightarrow} \frac{di_L(0^+)}{dt} = \pm 48$

**۳۷ـ گزینه «۱»** با توجه به اینکه در لحظه‌ی $t=0$ ولتاژ خازن صفر می‌باشد، بنابراین گزینه‌ی (۴) نادرست است. از طرفی در لحظه $t = 0^+$ داریم:




$$\frac{dV_C(0^+)}{dt} = \frac{2\times 10^{-3}}{C} = \frac{2\times 10^{-3}}{5\times 10^{-9}} = 4\times 10^5$$

برای زمان‌های مثبت مدار به صورت RLC سری می‌باشد. بنابراین معادله‌ی دیفرانسیل ولتاژ خازن به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{d^2V_C}{dt^2} + \frac{R}{8\times 10^{-2}}\frac{dV_C}{dt} + \frac{1}{5\times 10^{-9}\times 8\times 10^{-2}} = 0$$

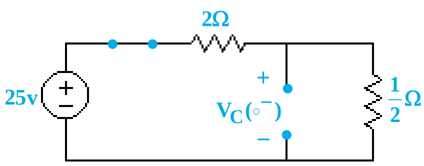
معادله‌ی مشخصه میرای بحرانی: $(s+\alpha)^2 = s^2 + 2\alpha s + \alpha^2 = s^2 + \frac{R}{8\times 10^{-2}}s + 25\times 10^8 \Rightarrow \alpha = 50000$

$$V_C(t) = e^{-50000t}(C_1 + C_2 t) \xrightarrow[\frac{dV_C(0^+)}{dt} = 4\times 10^5]{V_C(0^+)=0} C_1 = 0, C_2 = 4\times 10^5 \Rightarrow V_C(t) = 400000te^{-50000t}v$$

**۳۸ـ گزینه «۴»** برای حل این سؤال کافی است $V(0^+)$ را به‌دست آوریم:

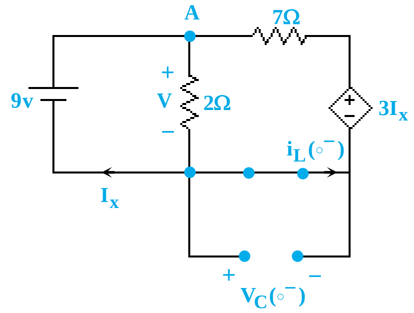
$$V(0^+) = V_C(0^+) = V_C(0^-)$$

در لحظه‌ی $t = 0^-$ داریم:



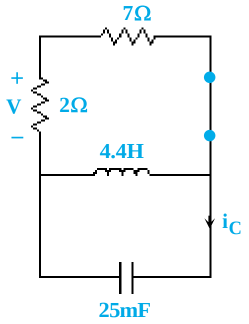

$V_C(0^-) = \dfrac{\frac{1}{2}}{2+\frac{1}{2}}\times 25 = 5v \Rightarrow V(0^+) = 5v \Rightarrow$ گزینه‌ی (۴) صحیح می‌باشد.

**۳۹ـ گزینه «۲»** ابتدا شرایط اولیه‌ی مدار را در زمان $t=0^-$ به دست می‌آوریم: $(V_C(0^-)=0)$




$$KCL(A): -I_x + \frac{V}{2} + \frac{V-3I_x}{7} = 0$$
$$\xrightarrow{V=9} -I_x + \frac{9}{2} + \frac{9-3I_x}{7} = 0$$
$$\Rightarrow I_x = \frac{81}{20}A$$
$$\Rightarrow i_L(0^-) = \frac{9}{2} - \frac{81}{20} = \frac{9}{20}A$$

حال بعد از باز کردن کلید خواهیم داشت: $(I_x=0)$




$$\xrightarrow{\text{موازی RLC}} s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC} = 0 \Rightarrow s^2 + \frac{1}{9\times25\times10^{-3}}s + \frac{1}{4.4\times25\times10^{-3}} = 0 \Rightarrow s^2 + 4.44s + 9.09 = 0$$
$$V(t) = e^{-2.22t}[C_1\cos(2.04t) + C_2\sin(2.04t)]$$
$$\xrightarrow{\text{می‌دانیم}} V = \frac{2}{2+7}V_C \quad (1) \quad \xrightarrow{V_C(0^+)=0} V(0^+) = 0$$

از طرفی داریم:

$$C\frac{dV_C(0^+)}{dt} = i_C(0^+) = i_L(0^+) = \frac{9}{20} \Rightarrow \frac{dV_C(0^+)}{dt} = 18 \Rightarrow \frac{dV_C(0^+)}{dt} = \frac{2}{9}\frac{dV_C(0^+)}{dt} = 4 \Rightarrow C_2 = 1.96$$

---

**۴۰ـ گزینه «۴»** بعد از بسته شدن کلید، مدار به صورت RLC موازی درمی‌آید. بنابراین داریم:

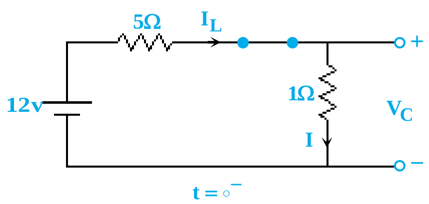
$$\frac{d^2I}{dt^2} + \frac{1}{RC}\frac{dI}{dt} + \frac{1}{LC}I = 0 \Rightarrow \frac{d^2I}{dt^2} + 500\frac{dI}{dt} + \frac{500}{L}I = 0$$

در صورتی‌که مدار در حالت بحرانی قرار داشته باشد، داریم:

$$\alpha = \omega_0 \Rightarrow \frac{500}{2} = \sqrt{\frac{500}{L}} \Rightarrow L = 8mH$$

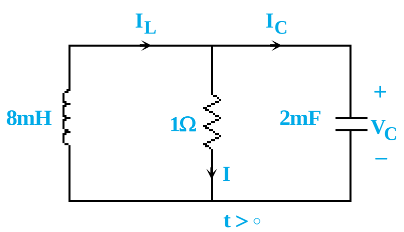
---

**۴۱ـ گزینه «۲»** برای حل این تست باید معادله دقیق $I(t)$ را به دست آوریم. بدین منظور ابتدا با تحلیل مدار در $t=0^-$، شرایط اولیه مدار را محاسبه می‌کنیم:




$$I_L(0^-) = \frac{12}{6} = 2A$$
$$V_C(0^-) = 1\times2 = 2v$$

حال با توجه به معادله مشخصه مدار که به صورت زیر می‌باشد، فرم کلی رابطه $I(t)$ را در نظر می‌گیریم:



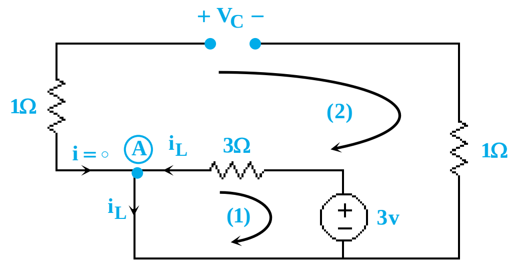

$$S^2 + \frac{1}{RC}S + \frac{1}{LC} = 0 \Rightarrow (S+250)^2 = 0$$
$$I(t) = ae^{-250t} + bte^{-250t}$$
$$I(t=0^+) = \frac{V_C(0^+)}{1} = \frac{V_C(0^-)}{1} = 2A \Rightarrow a = 2$$
$$\dot{I}(t=0^+) = \frac{\dot{V}_C(0^+)}{1} = \frac{I_C(0^+)}{2\times10^{-3}} = \frac{I_L(0^+)-I(0^+)}{2\times10^{-3}} = \frac{2-2}{2\times10^{-3}} = 0$$
$$\Rightarrow -2\times250 + b = 0 \Rightarrow b = 500 \Rightarrow I(t) = 2e^{-250t}(1+250t)$$

اکنون کافی است با تست گزینه‌ها پاسخ صحیح را پیدا کنیم:

$$t = 12ms \Rightarrow I(t=12ms) = 2e^{-250\times12\times10^{-3}}\times(1+250\times12\times10^{-3}) = 2e^{-3}\times(1+3) \cong 0.4 = 0.2I(0^+)$$

بنابراین گزینه (۲) پاسخ صحیح است.

**۴۲ـ گزینه «۴»** ابتدا مدار را برای $t=\circ^-$ که به حالت دائمی رسیده و سلف اتصال کوتاه و خازن مدار باز است، رسم کرده و تحلیل می‌کنیم.

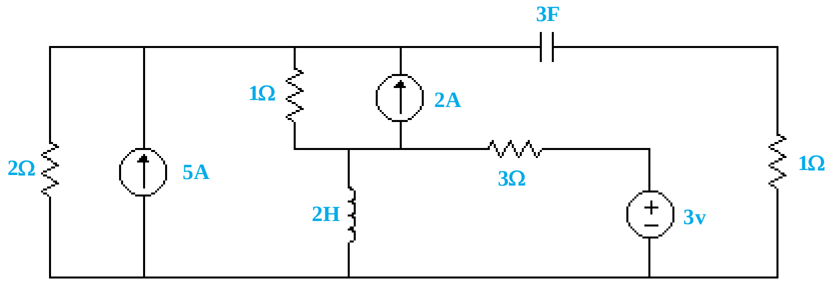



با توجه به این‌که خازن مدار باز است، جریان $i=\circ$ بوده و با در نظر گرفتن KCL برای گره A، جریان مقاومت $۳\Omega$ برابر $i_L$ خواهد بود.

$$KVL_۱: ۳i_L = ۳ \Rightarrow \boxed{i_L(\circ^-) = ۱A}$$

$$KVL_۲: V_C + ۱\times\circ - ۳ + ۳i_L + ۱\times\circ = \circ \Rightarrow \boxed{V_C(\circ^-) = \circ v}$$

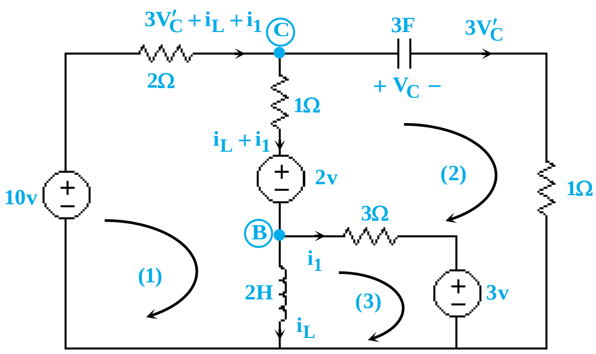
مدار برای $t>\circ$:




با توجه به این‌که حلقه خازنی و کاتست سلفی و تابع ضربه در $t=\circ$ نداریم، بنابراین $V_C$ و $i_L$ در $t=\circ^+$ مقادیر مشابه خود را در $t=\circ^-$ دارند.

$$\begin{cases} i_L(\circ^+) = i_L(\circ^-) = ۱A \\ V_C(\circ^+) = V_C(\circ^-) = \circ v \end{cases}$$

با تبدیل تونن نورتن داریم:




$KCL_B: ۲V$ جریان مقاومت $۱\Omega$ سری با منبع ولتاژ $= i_L + i_۱$ $\qquad$ $KCL_C:$ جریان مقاومت $۲\Omega = ۳V'_C + i_L + i_۱$

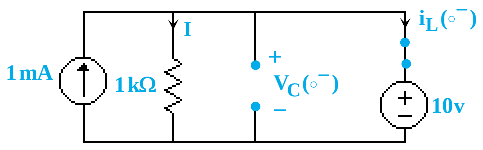
$$\begin{cases} KVL_۱: ۱\circ = ۲\times(۳V'_C + i_L + i_۱) + ۱\times(i_L + i_۱) + ۲ + ۲i'_L \\ KVL_۲: V_C + ۳V'_C\times ۱ = (i_L + i_۱)\times ۱ + ۲ + ۳i_۱ + ۳ \\ KVL_۳: ۲i'_L = ۳i_۱ + ۳ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۶V'_C + ۲i'_L + ۳i_L + ۳i_۱ = ۸ & (۱) \\ ۳V'_C = i_L + ۴i_۱ - V_C + ۵ & (۲) \\ ۲i'_L = ۳i_۱ + ۳ & (۳) \end{cases}$$

$$(۱),(۳) \rightarrow ۶V'_C + ۳i_۱ + ۳ + ۳i_L + ۳i_۱ = ۸ \Rightarrow ۶V'_C + ۶i_۱ + ۳i_L = ۵ \Rightarrow i_۱ = \frac{۵ - ۶V'_C - ۳i_L}{۶} \qquad (۴)$$

$$(۲),(۴) \rightarrow ۳V'_C = i_L + ۴\times\left(\frac{۵-۶V'_C-۳i_L}{۶}\right) - V_C + ۵ \Rightarrow ۹V'_C = ۳i_L + ۱\circ - ۱۲V'_C - ۶i_L - ۳V_C + ۱۵$$

$$\Rightarrow ۲۱V'_C = -۳i_L - ۳V_C + ۲۵ \Rightarrow V'_C = \frac{۲۵ - ۳V_C - ۳i_L}{۲۱} \Rightarrow V'_C(\circ^+) = \frac{۲۵ - ۳V_C(\circ^+) - ۳i_L(\circ^+)}{۲۱} = \frac{۲۵ - \circ - ۳\times ۱}{۲۱} = \frac{۲۲}{۲۱}$$

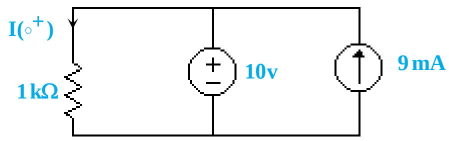
**۴۳ـ گزینه «۳»** ابتدا شرایط اولیه‌ی مدار را به‌دست می‌آوریم:




$$\Rightarrow v_c(۰^-)=۱۰\,\text{v}$$

$$I_{1k\Omega}=\frac{۱۰\,\text{v}}{1k\Omega}=۱۰\,\text{mA}\ \Rightarrow\ i_L(۰^-)=-۹\text{mA}$$

در لحظه‌ی $t=۰^+$ داریم:




$$I(۰^+)=\frac{۱۰\,\text{v}}{۱k\Omega}=۱۰\,\text{mA}$$

با بررسی گزینه‌ها و با توجه به اینکه مدار مرتبه‌ی دوم بوده و فرکانس سینوس و کسینوس باید یکی باشند، مشاهده می‌شود که گزینه‌ی (۳) پاسخ صحیح می‌باشد.

---

**۴۴ـ گزینه «۱»** معادله‌ی مشخصه مدار RLC موازی به صورت مقابل می‌باشد:

$$s^۲+\frac{۱}{RC}s+\frac{۱}{LC}=۰\ \Rightarrow\ s^۲+\frac{۱۰^۶}{۵R}s+۱۲\times۱۰^۶=۰$$

برای کارکرد در حالت فوق میرا $\Delta$ باید بزرگ‌تر از صفر باشد. بنابراین:

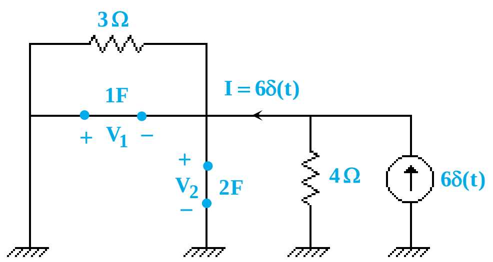
$$\left(\frac{۱۰^۶}{۵R}\right)^۲-۴\times۱۲\times۱۰^۶>۰\ \rightarrow\ R<۲۸/۸۶\Omega$$

---

**۴۵ـ گزینه «۴»** با توجه به اینکه وجود تابع ضربه در ورودی باعث ناپیوستگی ولتاژ خازن در $t=۰$ می‌شود، باید منبع ولتاژ با تابع پله را بی‌اثر کـرده و اثـر منبـع بـا تابع ضربه را بررسی می‌کنیم.

مشاهده می‌شود که همه‌ی جریان $۶\delta(t)$ از مسیر اتصال کوتاه عبور می‌کند (معادل موازی دو خازن):

$$V_{C_۱}(t)=V_{C_۱}(۰^-)-\frac{۱}{C_۱+C_۲}\int_{۰^-}^{t}Idt\ \Rightarrow\ V_{C_۱}(۰^+)=-۳-\frac{۱}{۳}\int_{۰^-}^{۰^+}۶\delta(t)dt=-۵\text{v}$$




---