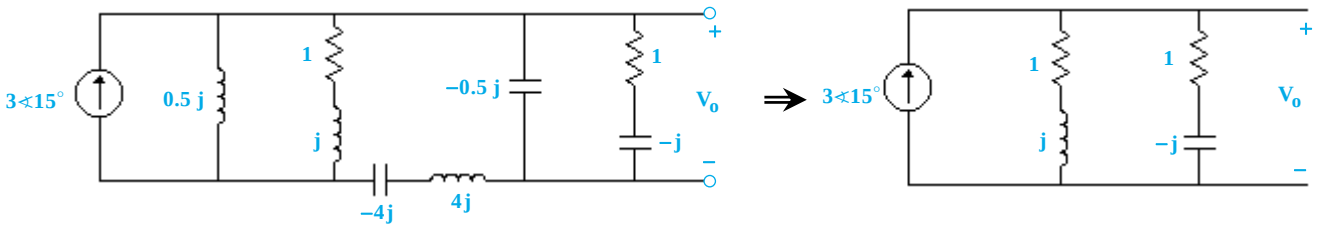
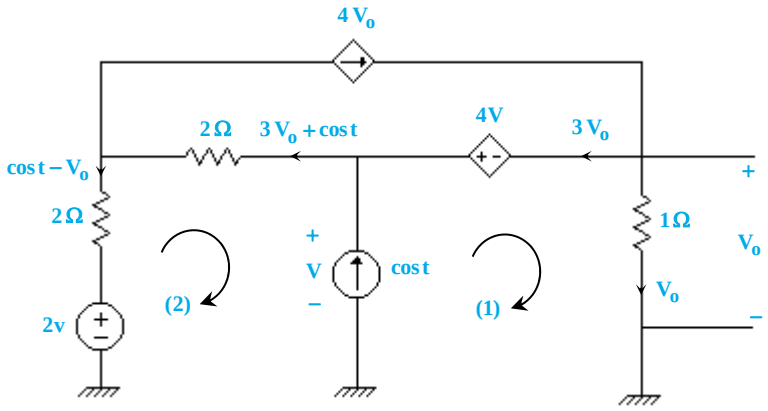
آزمون فصل چهارم

۱ـ گزینه «۱» ابتدا مدار را به حالت دائمی سینوسی برده و با ساده‌سازی مدار فازور ولتاژ V_o را محاسبه می‌کنیم:



$$\Rightarrow \quad V_o = (1+j)\,||\,(1-j)\times 3\angle 15^\circ = \frac{(1+j)\times(1-j)}{1+j+1-j}\times 3\angle 15^\circ = 3\angle 15^\circ$$

۲ـ گزینه «۴» با اعمال KVL در حلقه‌های مشخص شده داریم:

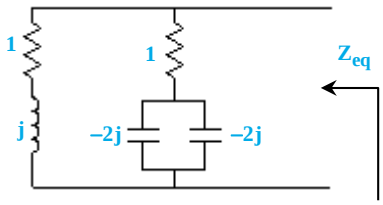


$$\text{KVL }(1): -V + 4V + V_o = 0 \;\Rightarrow\; 3V + V_o = 0 \qquad (1)$$

$$\text{KVL }(2): -2 + 2\times(V_o - \cos t) - 2\times(3V_o + \cos t) + V = 0 \;\Rightarrow\; -2 - 4V_o - 4\cos t + V = 0 \qquad (2)$$

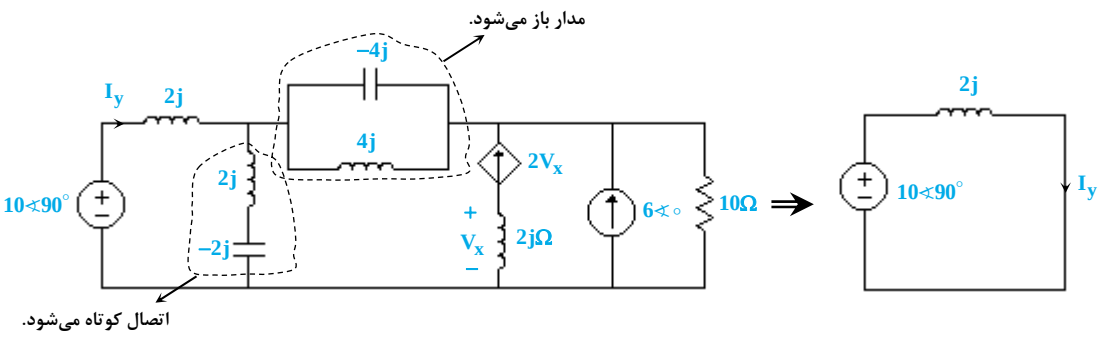
$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{13}{3}V_o = -2 - 4\cos t \;\Rightarrow\; V_o = \frac{-12}{13}\cos t - \frac{6}{13}$$

۳ـ گزینه «۱» برای حل این سؤال کافی است امپدانس معادل دیده شده از دو سر Z_L را به‌دست آوریم. برای این‌کار منابع را بی‌اثر می‌کنیم.



$$Z_{eq} = (1-\frac{2j}{2})\,||\,(1+j) = 1\Omega \;\Rightarrow\; Z_L = Z_{eq}^* = 1\Omega$$

۴ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حالت دائمی سینوسی برده و با ساده‌سازی مدار مقدار فاز در I_y را به‌دست می‌آوریم.



$$I_y = \frac{10\angle 90^\circ}{2j} = 5\angle 0^\circ\,A$$

۵ـ گزینه «۳» امپدانس دیده شده که برابر با Z_{eq} است، برابر با اتصال موازی خازن CF و معادل سری سلف LH و $R_L\Omega$ است.

$$Z_{eq}=(Lj\omega+R_L)\|\frac{1}{Cj\omega}=\frac{(R_L+Lj\omega)\times\frac{1}{j\omega C}}{R_L+Lj\omega+\frac{1}{j\omega C}}=\frac{R_L+Lj\omega}{1-LC\omega^2+j\omega R_LC}\qquad(1)$$

از طرفی داریم $Z_{eq}=R_S$. پس داریم:

$$\frac{R_L+Lj\omega}{1-LC\omega^2+j\omega R_LC}=R_S\Rightarrow R_L+Lj\omega=R_S-LC\omega^2R_S+j\omega R_LCR_S$$

از برابر قرار دادن قسمت‌های حقیقی با هم و قسمت‌های موهومی با هم داریم:

$$\begin{cases}R_L=R_S-LC\omega^2R_S\Rightarrow\boxed{LC=(\frac{R_S-R_L}{R_S\omega^2})} & (2)\\ L\omega=\omega R_LCR_S\Rightarrow\boxed{L=R_LCR_S} & (3)\end{cases}$$

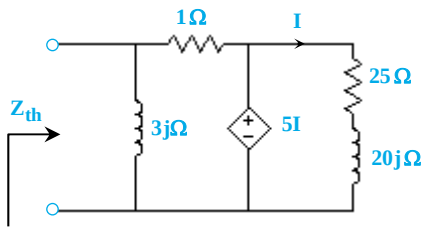
با جایگذاری رابطه (۳) در رابطه (۲) داریم:

$$R_LCR_SC=R_LR_SC^2=\frac{R_S-R_L}{R_S\omega^2}\Rightarrow C=\sqrt{\frac{R_S-R_L}{\omega^2R_S^2R_L}}$$

حال طبق رابطه (۳) داریم:

$$L=R_LR_S\sqrt{\frac{R_S-R_L}{\omega^2R_S^2R_L}}=\sqrt{(R_L^2R_S^2)\frac{R_S-R_L}{\omega^2R_S^2R_L}}=\sqrt{\frac{R_L(R_S-R_L)}{\omega^2}}$$

۶ـ گزینه «۳» برای به‌دست آوردن Z_{th} ابتدا منبع را بی‌اثر کرده و سپس با اعمال KVL در حلقه‌ی سمت راست و ساده‌سازی، Z_{th} را محاسبه می‌کنیم:

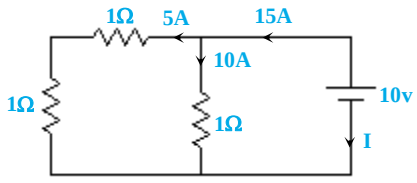


$$\Rightarrow\quad 5I=(25+j20)\times I\Rightarrow I=0$$

$$\Rightarrow\quad Z_{th}=j3\|1=\frac{j3}{1+j3}=j0/3(1-j3)=0/9+j0/3\Omega$$

۷ـ گزینه «۱» با توجه به وجود دو منبع با فرکانس متفاوت، از قضیه‌ی جمع آثار استفاده می‌کنیم.

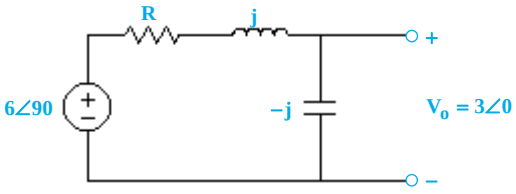
منبع DC: در حالت دائمی سلف اتصال کوتاه می‌شود. بنابراین داریم:



$$\Rightarrow\quad I=-15A$$

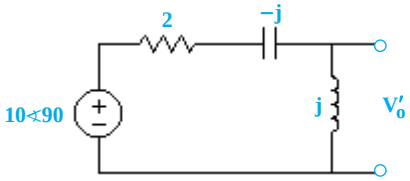
بنابراین مشاهده می‌شود تنها گزینه‌ی ۱ دارای مقدار DC مورد نظر می‌باشد. بنابراین نیاز به محاسبه‌ی مؤلفه‌ی AC جریان I نمی‌باشد.

۸ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه فاز ولتاژ خروجی ۹۰ درجه کاهش یافته است، می‌توان نتیجه گرفت که ولتاژ خروجی، ولتاژ دو سر خازن بوده است و همچنین مدار RLC سری بوده است که خازن و سلف همدیگر را خنثی کرده‌اند:



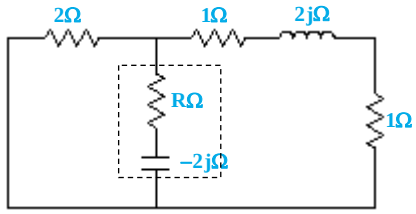
$$V_o=3\angle0=\frac{-j}{R+(j-j)}\times6\angle90\Rightarrow R=2\Omega$$

حال با تعویض سلف و خازن با هم داریم:



$$\Rightarrow\quad V_o'=\frac{j}{2}\times10\angle90=5\angle180\quad\Rightarrow\quad V_o'(t)=5\cos(t+180)v$$

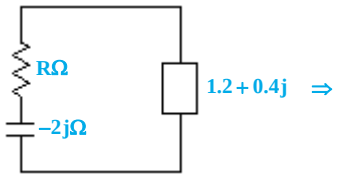
۹ـ گزینه «۴» ابتدا شرایط اینکه توان جعبه N بیشینه شود را اعمال می‌کنیم. برای این کار $\omega = ۱\frac{rad}{s}$ بوده و مدار به صورت مقابل تبدیل می‌شود.



امپدانس دیده شده از دو سر N برابر است با:

$$۲\,||\,(۲+۲j) = ۱/۲ + ۰/۴j$$

برای اینکه توان رسیده از منبع ولتاژ به جعبه N بیشینه شود R باید برابر با اندازه امپدانس دیده شده از دو سر خودش باشد.



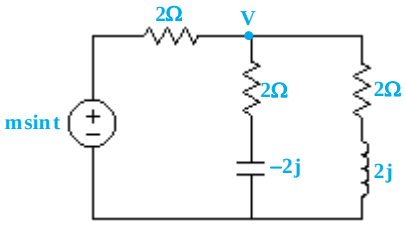
$$R = |۱/۲ + ۰/۴j - ۲j| = |۱/۲ - ۱/۶j|$$

$$R = \sqrt{(۱/۲)^۲ + (۱/۶)^۲} = ۲\Omega$$

برای اعمال توان ماکزیمم به جعبه N از طریق منبع ولتاژ باید اندازه‌ی R برابر باشد با:

حال با $R = ۲\Omega$ حداکثر توان دریافتی آن را که ناشی از منبع ولتاژ است حساب می‌کنیم.

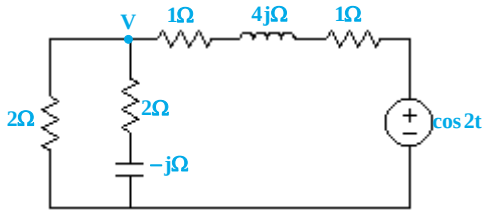
مدار معادل $(۲+۲j)\,||\,(۲-۲j)$ برابر است با ۲Ω.



پس ولتاژ V برابر است با $\frac{۲}{۲+۲}(m\sin t) = \frac{m}{۲}\sin t$. پس توان ماکزیمم R برابر است با:

$$P_۱ = \frac{V_{rms}^۲}{R} = \frac{(\frac{m}{۲\sqrt{۲}})^۲}{۲} = \frac{m^۲}{۱۶}$$

حال به محاسبه توان از طریق منبع جریان می‌پردازیم. با $\omega = ۲\frac{rad}{s}$ مدار به صورت مقابل می‌شود:



ولتاژ V برابر است با:

$$\frac{(۲)\,||\,(۲-j)}{(۲)\,||\,(۲-j)+۲+۴j} \times ۱\angle ۰ = \frac{۲(۲-j)}{۲(۲-j)+(۲+۴j)(۴-j)} = ۰/۱ - ۰/۲j$$

بنابراین ولتاژ V برابر است با:

$$V = ۰/۱\cos ۲t + ۰/۲\sin ۲t$$

مقدار V_{rms} برابر است با:

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{۰/۰۱ + ۰/۰۴}{۲}} = \sqrt{\frac{۰/۰۵}{۲}} = \sqrt{\frac{۵}{۲۰۰}}$$

حال توان ناشی از منبع جریان بر روی مقاومت R برابر است با:

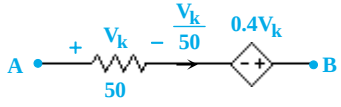
$$P_۲ = \frac{V_{rms}^۲}{R} = \frac{۵}{۲\times ۲۰۰} = \frac{۱}{۸۰}$$

طبق گفته سؤال $P_۱ = ۲۴۵P_۲$. پس داریم:

$$\frac{m^۲}{۱۶} = \frac{۲۴۵\times ۱}{۸۰} = \frac{۴۹}{۱۶} \Rightarrow \frac{m}{۴} = \frac{۷}{۴} \Rightarrow \boxed{m = ۷}$$

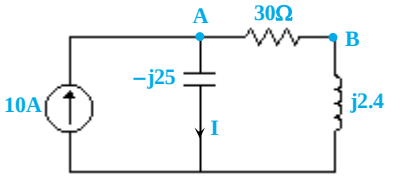
پس $R = ۲\Omega$ و $m = ۷$ می‌باشد، بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

۱۰ـ گزینه «۳» ابتدا معادل منبع وابسته را از روی جریان مقاومت ۵۰Ω به‌دست می‌آوریم:



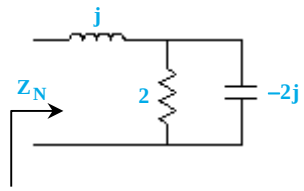
$$\Rightarrow R_{\text{منبع}} = -\frac{۰/۴V_k}{\frac{V_k}{۵۰}} = -۲۰\Omega \Rightarrow R_{AB} = ۵۰ - ۲۰ = ۳۰\Omega$$

حال با رسم ساده‌ی مدار و استفاده از تقسیم جریان، مقدار I را به‌دست می‌آوریم:



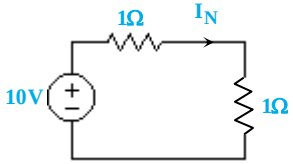
$$\Rightarrow I = \frac{۳۰ + j۲/۴}{۳۰ + j(۲/۴ - ۲۵)} \times ۱۰ \simeq ۶ + j۵/۳۲A$$

۱۱ـ گزینه «۳» ابتدا امپدانس معادل شبکه‌ی N را محاسبه می‌کنیم:



$$Z_N = ۲ \,||\, (j-۲) + j = \frac{-j۴}{۲-j۲} + j = ۱\Omega$$

حال مقدار جریان عبوری از امپدانس Z_n را به‌دست می‌آوریم:

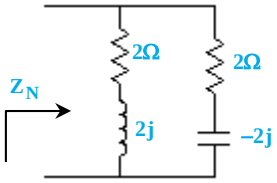


$$\Rightarrow I_N = \frac{۱۰}{۲} = ۵A$$

بنابراین داریم:

$$P = RI_{rms}^{۲} = ۱\times(\frac{۵}{\sqrt{۲}})^{۲} = ۱۲/۵w$$

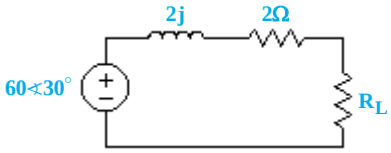
۱۲ـ گزینه «۲» ابتدا امپدانس معادل دیده شده از دو سر شبکه را محاسبه می‌کنیم:



$$Z_N = (۲+۲j) \,||\, (۲-۲j) = ۲\Omega$$

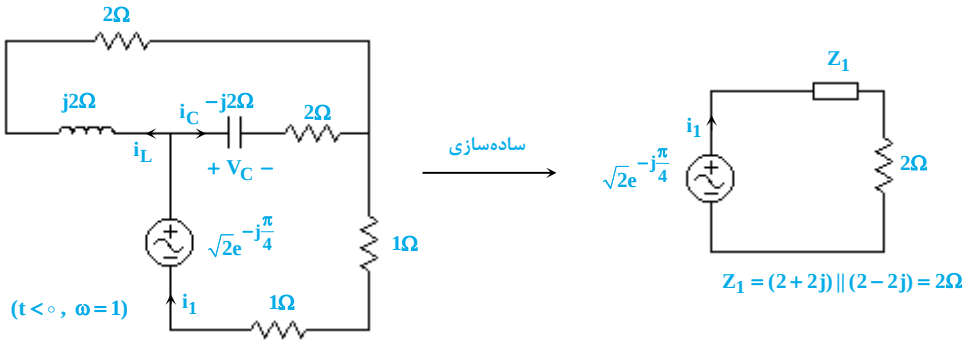
حال داریم:

بنابراین برای جذب حداکثر توان توسط R_L باید مقدارش با اندازه‌ی امپدانس دیده شده از دو سرش برابر باشد. یعنی:



$$R_L = \sqrt{۲^{۲}+۲^{۲}} = ۲\sqrt{۲}\Omega$$

۱۳ـ گزینه «۳» ابتدا باید با تحلیل مدار در زمان $t = ۰^-$ ولتاژ خازن و جریان سلف را محاسبه کنیم. بدین منظور مدار را در دو حالت ماندگار AC و DC و در حالت دائمی تحلیل کرده و با استفاده از قاعده جمع آثار، مقادیر نهایی را به‌دست می‌آوریم. در گام اول با خاموش کردن منبع DC، مدار را در حالت AC تحلیل می‌کنیم:



$$\Rightarrow i_۱ = \frac{۱}{۲+۲}\times\sqrt{۲}e^{-j\frac{\pi}{۴}} = \frac{\sqrt{۲}}{۴}e^{-j\frac{\pi}{۴}}$$

با استفاده از قاعده‌ی تقسیم جریان داریم:

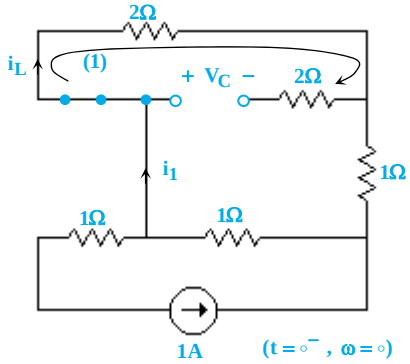
$$i_L = \frac{۲-j۲}{۲-j۲+۲+j۲}\times i_۱ = \frac{۱-j}{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۴}e^{-j\frac{\pi}{۴}} = \frac{۱-j}{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۴}\times(\frac{\sqrt{۲}}{۲}-j\frac{\sqrt{۲}}{۲}) = -\frac{j}{۴}$$

$$i_C = i_۱ - i_L = \frac{\sqrt{۲}}{۴}e^{-j\frac{\pi}{۴}} + \frac{j}{۴} = (\frac{۱}{۴}-\frac{j}{۴})+\frac{j}{۴} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow V_C = -j۲\times\frac{۱}{۴} = -\frac{j}{۲}$$

لذا داریم:

$$i_L(t) = -\frac{۱}{۴}\sin(t+\frac{\pi}{۲}) \Rightarrow i_L(t=۰^-) = -\frac{۱}{۴}A \quad , \quad V_C(t) = -\frac{۱}{۲}\sin(t+\frac{\pi}{۲}) \Rightarrow V_C(t=۰^-) = -\frac{۱}{۲}v$$

حال مدار را در حالت ماندگار DC تحلیل می‌کنیم. با توجه به شکل مقابل و با استفاده از قاعده‌ی تقسیم جریان داریم:



$$i_L=(-1)\times\frac{1}{1+(1+2)}=-\frac{1}{4}A$$

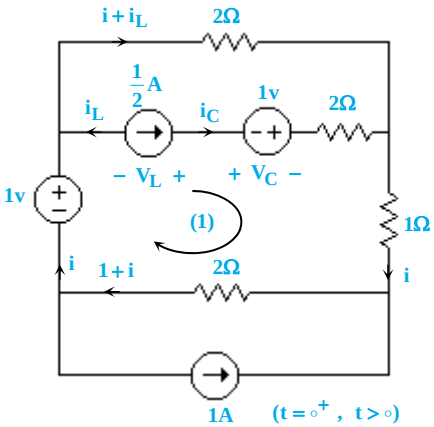
$$KVL\,(1):V_C=2i_L=-\frac{1}{2}v$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$i_L(\circ^-)=i_L(\circ^-)_{AC}+i_L(\circ^-)_{DC}=-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}=-\frac{1}{2}A$$

$$V_C(\circ^-)=V_C(\circ^-)_{AC}+V_C(\circ^-)_{DC}=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=-1v$$

حال با استفاده از شکل زیر، مدار را در $t=\circ^+$ تحلیل می‌کنیم.



مشخص است که مدار فاقد کاتست سلفی، حلقه‌ی خازنی و منبع ضربه‌ای بوده و لذا ولتاژ خازن و جریان سلف مدار، در لحظه‌ی $t=\circ$ تغییر نمی‌کند. با نوشتن رابطه KVL در حلقه بیرونی مدار برای زمان‌های $t>\circ$ داریم:

$$-1+2\times(i+i_L)+1\times i+2\times(1+i)=\circ\ \Rightarrow 5i+1+2i_L=\circ$$

$$\Rightarrow i=-\frac{1+2i_L}{5}\ (1)\ \Rightarrow \frac{di}{dt}=-\frac{2}{5}\frac{di_L}{dt}=-\frac{2}{5}\times\frac{V_L}{2}=-\frac{V_L}{5}\quad (2)$$

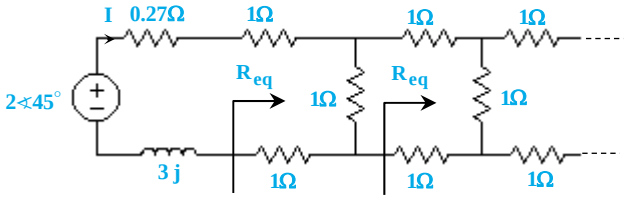
لذا برای محاسبه‌ی $\frac{di(\circ^+)}{dt}$ باید مقدار V_L را در لحظه $t=\circ^+$ محاسبه کنیم:

$$(1)\ \rightarrow i(\circ^+)=-\frac{1+2\times(-\frac{1}{2})}{5}=\circ$$

$$KVL\ (1):-1-V_L-1+2\times\frac{1}{2}+1\times\circ+2\times(1+\circ)=\circ\ \Rightarrow V_L(\circ^+)=1v$$

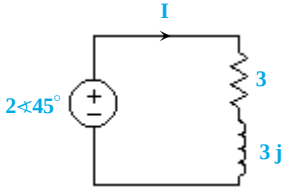
$$(2)\ \Rightarrow \frac{di}{dt}(\circ^+)=-\frac{V_L(\circ^+)}{5}=-\frac{1}{5}\frac{A}{sec}$$

۱۴ـ گزینه «۲» با توجه به شکل زیر ابتدا مقاومت معادل مشخص شده را محاسبه می‌کنیم:



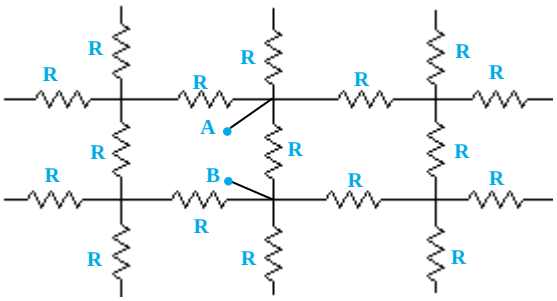
$$\Rightarrow\ R_{eq}=2+1\|R_{eq}=2+\frac{R_{eq}}{1+R_{eq}}\ \Rightarrow\ R_{eq}^2-2R_{eq}-2=\circ\ \Rightarrow\ R_{eq}=2/73\Omega$$

بنابراین مدار به صورت زیر درخواهد آمد:



$$\Rightarrow\ I=\frac{2\angle 45^\circ}{3+3j}=\frac{2\angle 45^\circ}{3\sqrt{2}\angle 45^\circ}=\frac{\sqrt{2}}{3}A$$

۱۵ـ گزینه «۳» ابتدا باید مدار معادل مقاومتی دیده شده از ۲ سر شاخه‌ی سلف و خازن را به‌دست آوریم. برای این منظور، ابتدا جریان ۱A را به نقطه‌ی A تزریق کرده و بار دیگر جریان ۱A را از نقطه‌ی B می‌کشیم. اختلاف ولتاژ حاصله در کوتاه‌ترین مسیر را در هر حالت حساب می‌کنیم:

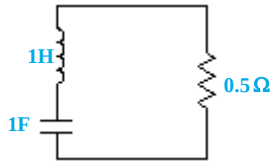


اگر جریان ۱A را به A تزریق کنیم، به دلیل متقارن بودن مدار، جریان ۰/۲۵ A به صورت متقارن بین ۴ شاخه‌ی متصل به A پخش می‌شود.

لذا: $V_{AB_1} = RI = ۰/۲۵R$. از طرفی، برای نقطه B نیز محاسبات مشابهی خواهیم داشت، لذا: $V_{AB_2} = ۰/۲۵R$.

$$V_{AB_{کل}} = V_{AB_1} + V_{AB_2} = ۰/۵R \xrightarrow{R=۱\Omega} V_{AB_{کل}} = ۰/۵V \Rightarrow R_T = ۰/۵\Omega$$

حال با داشتن مقاومت دیده شده از دو سر خازن و سلف و با استفاده از روابط مدار RLC سری خواهیم داشت:

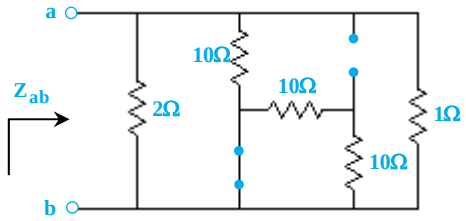


$$\Rightarrow s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC} = ۰ \Rightarrow s^2 + ۰/۵s + ۱ = ۰ \Rightarrow \omega_۰ = ۱,\ ۲\alpha = ۰/۵$$

$$\Rightarrow Q = \frac{\omega_۰}{۲\alpha} = \frac{۱}{۰/۵} = ۲$$

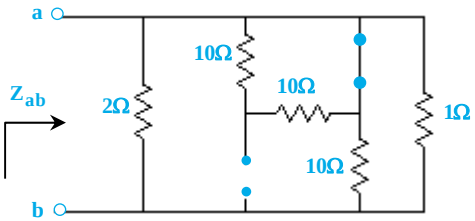
۱۶ـ گزینه «۲» برای بررسی اینکه آیا امپدانس دیده شده از دو سر a و b تابعی از فرکانس می‌باشد، کافی است دو فرکانس $s = ۰$ و $s = \infty$ را امتحان کنیم.

$s = ۰$:



$$Z_{ab} = ۲ \,||\, ۱۰ \,||\, ۱\Omega$$

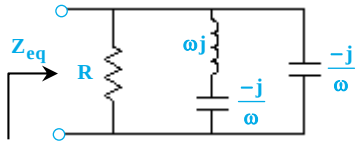
$s = \infty$:



$$Z_{ab} = ۲ \,||\, ۱۰ \,||\, ۱\Omega$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود مقدار امپدانس در دو حالت با هم برابر می‌باشد. بنابراین امپدانس معادل تابعی از فرکانس نمی‌باشد.

۱۷ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را به حالت دائمی سینوسی برده و امپدانس معادل دیده شده را به‌دست می‌آوریم:



$$Z_{eq} = R \,||\, (\omega j - \frac{j}{\omega}) \,||\, (-\frac{j}{\omega})$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود در صورتی‌که موازی شده‌ی دو شاخه‌ی سمت راست مدار باز شود، یعنی رزونانس رخ داده و امپدانس معادل دیده شده برابر R خواهد شد.

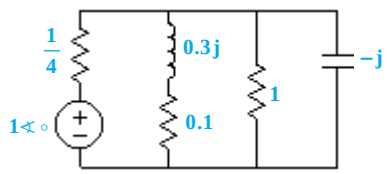
$$(\omega j - \frac{j}{\omega}) \,||\, (-\frac{j}{\omega}) = \frac{۱ - \frac{۱}{\omega^2}}{j(\omega - \frac{۲}{\omega})}$$

برای اینکه عبارت فوق به سمت بی‌نهایت میل کند، کافی است:

$$\omega - \frac{۲}{\omega} = ۰ \Rightarrow \omega = \sqrt{۲}$$

۱۸ـ گزینه «۳» مدار را به حالت دائمی سینوسی می‌بریم. دقت شود با توجه به اینکه می‌خواهیم توان مصرفی را به‌دست آوریم، بهتر است مقدار فازور منبع برحسب مقدار rms آن نوشته شود تا جریان مقاومت‌ها به‌صورت rms به‌دست آید.

ابتدا امپدانس معادل دیده شده از دو سر منبع را محاسبه می‌کنیم:

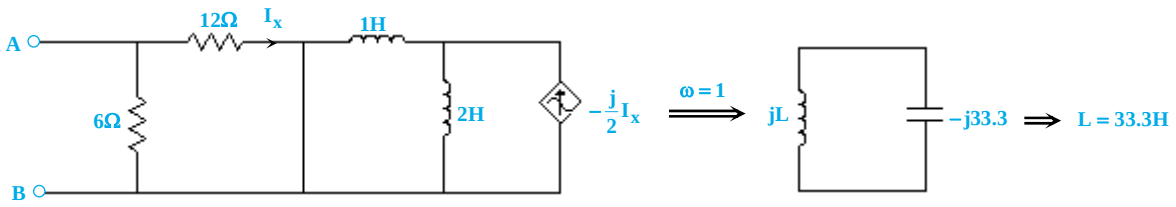


$$Z_{eq} = \frac{۱}{۴} + (۰/۱ + ۰/۳j) \,||\, (-j) \,||\, ۱ = ۰/۵ + ۰/۲۵j$$

$$I_{rms} = \frac{۱\angle ۰}{۰/۵ + ۰/۲۵j} \Rightarrow |I_{rms}| = ۱/۷۸۸A$$

$$\Rightarrow P = RI_{rms}^2 = ۰/۵ \times (۱/۷۸۸)^2 = ۱/۶w$$

۱۹ـ گزینه «۱» با توجه به مدار مشاهده می‌شود که اگر خازن $۳۰\,mF$ و سلف L با هم رزونانس کنند (این ۲ شاخه اتصال کوتاه شوند)، در این صورت مدار دیده شده از ۲ سر A و B به سمت راست آن ربطی نداشته و مقاومتی کامل خواهد بود:

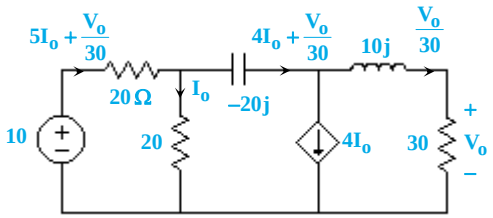


با این کار مدار معادل دیده شده از A و B برابر $۱۲\|۶=۴\Omega$ خواهد بود که مقاومتی است (ضریب توان ۱).

۲۰ـ گزینه «۲» برای محاسبه‌ی توان مصرفی مقاومت کافی است جریان مؤثر آن را محاسبه کنیم:

$$I_{rms}=\sqrt{۶^۲+۱۰^۲}\ A \ \Rightarrow\ P=RI_{rms}^۲=۱۰\times(۶^۲+۱۰^۲)=۱۳۶۰\,w=۱/۳۶\,kw$$

۲۱ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حالت دائمی سینوسی می‌بریم:



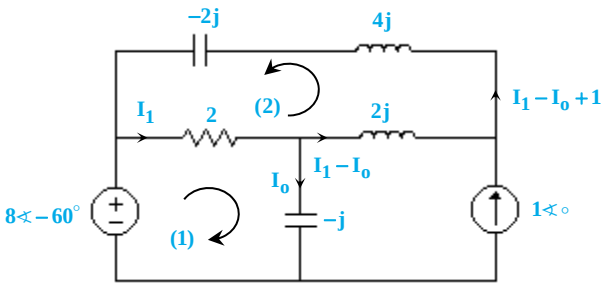
$$\text{KVL (حلقه‌ی بیرونی)}: -۱۰+۲۰\times(۵I_o+\frac{V_o}{۳۰})-۲۰\,j(۴I_o+\frac{V_o}{۳۰})+(۳۰+۱۰\,j)\frac{V_o}{۳۰}=۰ \ \Rightarrow\ (\frac{۵}{۳}-\frac{j}{۳})V_o+(۱۰۰-۸۰\,j)I_o=۱۰ \qquad (۱)$$

$$\text{KVL (حلقه‌ی سمت چپ)}: -۱۰+۲۰\times(۵I_o+\frac{V_o}{۳۰})+۲۰I_o=۰ \ \Rightarrow\ ۱۲۰I_o+\frac{۲}{۳}V_o=۱۰ \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}\ (\frac{۵}{۳}-\frac{j}{۳})V_o+(۱۰۰-۸۰\,j)\frac{(۱۰-\frac{۲}{۳}V_o)}{۱۲۰}=۱۰$$

$$V_o=\frac{۱/۶۶+۶/۶۶\,j}{۱/۱۱+۰/۱۱\,j} \ \Rightarrow\ |V_o|=۶/۱۵v$$

۲۲ـ گزینه «۳» با توجه به اینکه $V_S=۸\sin(۲t+۳۰)=۸\cos(۲t-۶۰)$ می‌باشد مدار را به حالت دائمی سینوسی می‌بریم. با اعمال KVL در حلقه‌های مشخص شده داریم:



$$\text{KVL}(۱): -۸\angle -۶۰^\circ+۲I_۱-jI_o=۰ \qquad (۱)$$

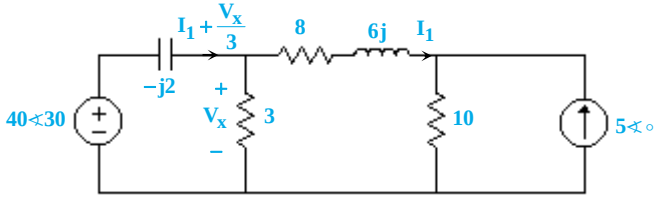
$$\text{KVL}(۲): ۲I_۱+j۲(I_۱-I_o)+j۲(I_۱-I_o+۱)=۰$$

$$\Rightarrow\ -j۴I_o+(۲+j۴)I_۱=-j۲ \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}\ -j۴I_o+(۱+j۲)(۸\angle ۶۰^\circ+jI_o)=-j۲$$

$$\Rightarrow\ I_o(۲+j۳)=۱۸/۱۱\angle ۹/۷۶^\circ \ \Rightarrow\ |I_o|\simeq ۵\,A$$

۲۳ـ گزینه «۳» با اعمال KVL در حلقه‌های سمت چپ و میانی داریم:

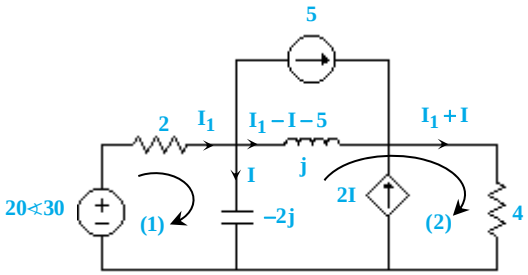


$$\text{KVL (حلقه‌ی چپ)}: -40\angle 30 - 2j(I_1+\frac{V_x}{3}) + V_x = 0 \Rightarrow (1-\frac{2}{3}j)V_x - 2jI_1 = 40\angle 30 \quad (1)$$

$$\text{KVL (حلقه‌ی میانی)}: -V_x + (8+6j)I_1 + 10\times(I_1+5) = 0 \Rightarrow V_x = (18+6j)I_1 + 50 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} V_x = (18+6j)\frac{((1-\frac{2}{3}j)V_n - 40\angle 30)}{2j} + 50 \Rightarrow V_n = \frac{-233/9 + 251/7j}{4+11j} = 29/3\angle 63^\circ \text{ v}$$

۲۴ـ گزینه «۳» با اعمال KVL در حلقه‌های مشخص شده داریم:

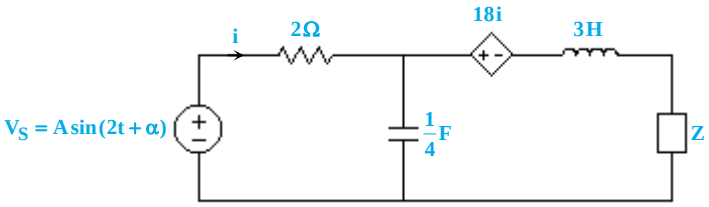


$$\text{KVL}(1): -20\angle 30 + 2I_1 - 2jI = 0 \Rightarrow I_1 = jI + 10\angle 30 \quad (1)$$

$$\text{KVL}(2): j2I + j\times(I_1 - I - 5) + 4\times(I+I_1) = 0 \Rightarrow (4+j)I + (4+j)I_1 = j5 \quad (2)$$

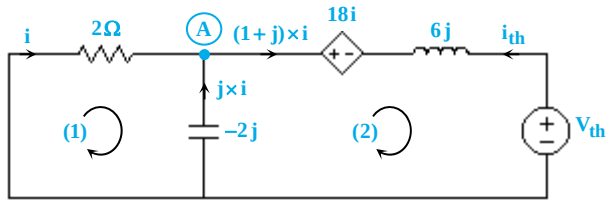
$$\xrightarrow{(1),(2)} (4+j)I + (4+j)(jI + 10\angle 30) = 5j \Rightarrow I = \frac{-29/6 - j23/6}{3+j5} \Rightarrow |I| = 6/5\text{A}$$

۲۵ـ گزینه «۳» برای حل سؤال، ابتدا باید امپدانس Z را پیدا کنیم.



برای این منظور، منبع ولتاژ سینوسی با فرکانس $2\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ را به دو سر a و b بسته و مقدار Z را برای اینکه توان متوسط مصرفی آن حداکثر شود، می‌یابیم.

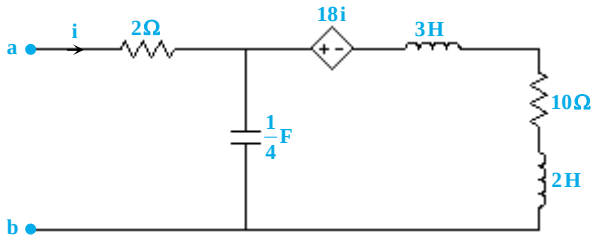
برای اینکه بار Z حداکثر توان متوسط را مصرف کند، بایستی امپدانسی که از دو سر آن دیده می‌شود، مزدوج امپدانس Z باشد. بنابراین به دنبال امپدانس دو سر بار Z هستیم. برای این کار، منبع V_S را صفر (اتصال کوتاه) کرده و مدار را در حالت دائمی حل می‌کنیم.



با درنظر گرفتن رابطه KVL در حلقه ۱، جریان خازن $-2j$ اهمی در جهت نشان داده شده برابر $j\times i$ می‌شود و با توجه به رابطه KCL در گره A، جریان شاخه سمت راست برابر $(1+j)\times i$ خواهد شد. حال با درنظر گرفتن اینکه $(1+j)\times i = -i_{th}$ است، رابطه KVL در حلقه ۲ را می‌نویسیم.

$$\text{KVL in}(2): 2i + 18i + V_{th} = 6ji_{th} \Rightarrow V_{th} = 6ji_{th} - 20i \quad (1) \text{ و } (1+j)\times i = -i_{th} \quad (2)$$

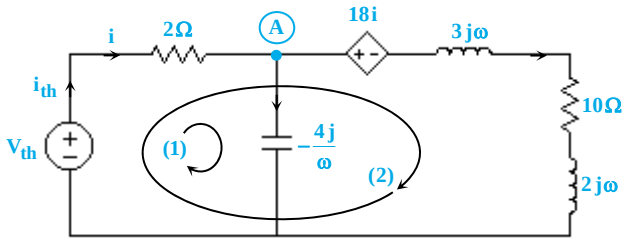
$$\xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} V_{th} = 6ji_{th} + \frac{20i_{th}}{1+j} = (10-4j)i_{th} \Rightarrow V_{th} = (10-4j)i_{th} \Rightarrow Z = (10-4j)^* \Rightarrow Z = (10+4j)\Omega$$



با توجه به اینکه $\omega = ۲\frac{rad}{s}$ است، پس می‌توان گفت Z از یک مقاومت ۱۰Ω سری با یک سلف ۲H تشکیل شده است. پس داریم:

حال می‌خواهیم فرکانس منبع سینوسی را طوری تعیین کنیم که اگر این منبع را به دو سر a و b وصل کنیم، فقط توان اکتیو تولید کند. پس باید امپدانس دو سر a و b اهمی خالص باشد.

پس به دنبال امپدانس دو سر a و b هستیم.



با درنظر گرفتن KVL در حلقه ۱، جریان خازن $\frac{-۴j}{\omega}$ اهمی، در جهت نشان داده شده برابر $(\frac{V_{th}-۲i_{th}}{۴})j\omega$ خواهد بود. با درنظر گرفتن KVL در حلقه ۲، جریان شاخه سمت راست در جهت نشان داده شده برابر $\frac{V_{th}-۲۰i_{th}}{۱۰+۵j\omega}$ می‌شود. دقت شود که در مدار بالا $\underline{i}$ برابر $\underline{\underline{i_{th}}}$ است.

حال کافی است که KCL را در گره A بنویسیم.

$$KCLA: i_{th} = (\frac{V_{th}-۲i_{th}}{۴})j\omega + \frac{V_{th}-۲۰i_{th}}{۱۰+۵j\omega} \Rightarrow V_{th} = \frac{(۱۲۰-۱۰\omega^۲)+۴۰j\omega}{(۴-۵\omega^۲)+۱۰j\omega} i_{th}$$

$$\Rightarrow Z_{ab} = \frac{(۱۲۰-۱۰\omega^۲)+۴۰j\omega}{(۴-۵\omega^۲)+۱۰j\omega} \Rightarrow Z_{ab} = \frac{[(۱۲۰-۱۰\omega^۲)(۴-۱۵\omega^۲)+۴۰۰\omega^۲]+j[۴۰\omega(۴-۵\omega^۲)-۱۰\omega(۱۲۰-۱۰\omega^۲)]}{(۴-۵\omega^۲)^۲+۱۰۰\omega^۲}$$

برای اینکه Z_{ab} اهمی خالص شود، باید عبارت زیر صفر شود:

$$۴۰\omega(۴-۵\omega^۲)-۱۰\omega(۱۲۰-۱۰\omega^۲)=۰ \Rightarrow \omega=۰ \text{ یا } ۴(۴-۵\omega^۲)=۱۲۰-۱۰\omega^۲ \Rightarrow \omega^۲=-۱۰/۴ \Rightarrow \omega=\sqrt{۱۰/۴}j \text{ یا } \omega=-\sqrt{۱۰/۴}j$$

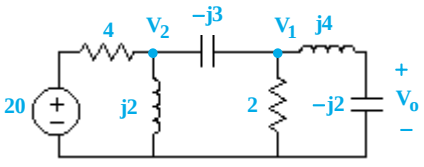
$$\Rightarrow \begin{cases} \omega=۰ \text{ ق ق} \\ \omega=\sqrt{۱۰/۴}j \text{ غ ق ق} \\ \omega=-\sqrt{۱۰/۴}j \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\omega=۰ \Rightarrow Z_{ab}=۳۰\Omega$$

$$\frac{V_{منبع}}{I_{منبع}}=۳۰$$

پس رابطه ولتاژ و جریان منبع در صورتی که $\omega=۰\frac{rad}{s}$ باشد، به صورت روبه‌رو است:

۲۶ـ گزینه «۴» با توجه به مدار داریم:



$$V_o = \frac{-j۲}{j۴-j۲}V_۱ \Rightarrow V_۱ = -V_o$$

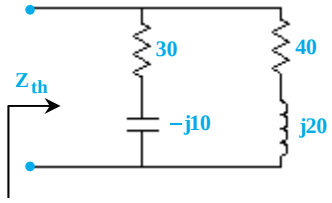
$$V_۱ = \frac{۲\,\|\,(j۴-j۲)}{۲\,\|\,(j۴-j۲)-j۳}V_۲ \Rightarrow V_۱ = \frac{۱+j}{۱-۲j}V_۲ \xrightarrow{V_۱=-V_o} V_۲ = (۰/۵+۱/۵j)V_o \quad (۱)$$

$$V_۲ = \frac{(۱-j۲)\,\|\,j۲}{(۱-j۲)\,\|\,j۲+۴}۲۰ \Rightarrow V_۲ = ۱۰/۵۹+j۲/۳۵ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} V_o = ۳/۵۳-j۵/۸۸v$$

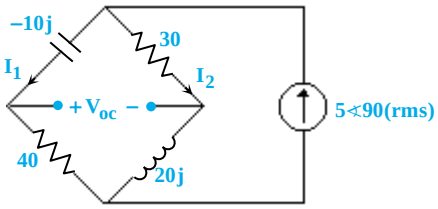
۲۷ـ گزینه «۳» برای به دست آوردن حداکثر توان جذبی Z_L کافی است مدار معادل تونن دیده شده از دو سر آن را به‌دست آوریم:

برای به‌دست آوردن Z_{th}، منبع جریان را بی‌اثر می‌کنیم. بنابراین:



$$\Rightarrow \quad Z_{th} = (40+j20) \,||\, (30-j10) = 20\Omega$$

برای به‌دست آوردن ولتاژ تونن کافی است ولتاژ مدار باز دیده شده از دو سر Z_L را به‌دست آوریم:



$$I_1 = \frac{30+j20}{70+j10} 5\angle 90^\circ = -1/1 + j2/3$$

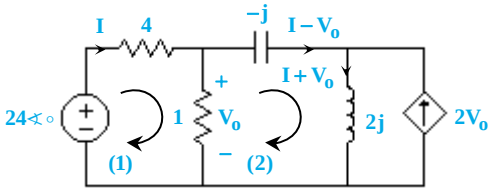
$$I_2 = 5\angle 90^\circ - I_1 = 1/1 + j2/7$$

$$V_{oc} = j10 I_1 + 30 I_2 = 10 + j70 \quad \Rightarrow \quad |V_{th}| = |V_{oc}| = \sqrt{5000} \simeq 70/72V$$

بنابراین حداکثر توان جذبی Z_L برابر است با:

$$P_{Z_L\,max} = \frac{1}{4}\frac{|V_{th}|^2}{R_{th}} = 62/5w$$

۲۸ـ گزینه «۱» برای محاسبه‌ی توان مختلط منبع ولتاژ کافی است جریان ورودی را به‌دست آوریم:



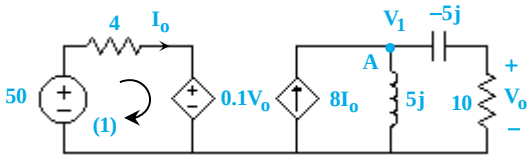
$$KVL(1): -24 + 4I + V_o = 0 \quad \Rightarrow \quad V_o = 24 - 4I \qquad (1)$$

$$KVL(2): -V_o - j(I - V_o) + 2j(I + V_o) = 0 \quad \Rightarrow \quad V_o(1 - 3j) = jI \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \quad (24 - 4I)(1 - j3) = jI \quad \Rightarrow \quad I = \frac{24 \times (1 - j3)}{4 - j11} = 6/48 - 0/175j$$

$$S_{\text{منبع}} = VI^* = 24 \times (6/48 + 0/175j) = 155/6 + j4/2VA$$

۲۹ـ گزینه «۳» با توجه به مدار داریم:



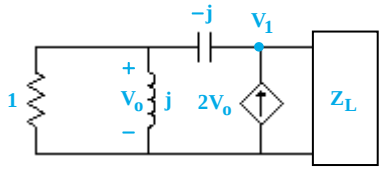
$$KVL(1): -50 + 4I_o + 0/1V_o = 0 \quad \Rightarrow \quad I_o = \frac{50 - 0/1V_o}{4} \quad \Rightarrow \quad 4I_o = 50 - 0/1V_o \qquad (1)$$

از طرفی، با تقسیم جریان در سمت راست مدار داریم:

$$\frac{V_o}{10} = 8I_o \times \frac{5j}{5j - 5j + 10} = 4jI_o \quad \Rightarrow \quad 4I_o = -0/1jV_o \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{(1)} 0/1V_o - 0/1jV_o = 50 \quad \Rightarrow \quad V_o - jV_o = 500 \quad \Rightarrow |V_o| = \frac{500}{\sqrt{1+1}} = \frac{500}{\sqrt{2}} \Rightarrow V_o \text{ مؤثر} = \frac{|V_o|}{\sqrt{2}} = 250v$$

۳۰ـ گزینه «۴» ابتدا منبع جریان مستقل را بی‌اثر کرده و با استفاده از تقسیم ولتاژ، ولتاژ دو سر منبع جریان وابسته را به‌دست می‌آوریم:



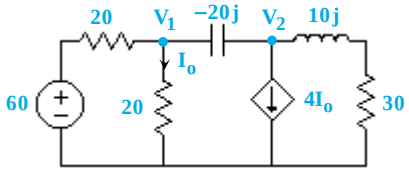
$$V_o = \frac{1 \,||\, j}{1 \,||\, j - j} \times V_1 \quad \Rightarrow \quad V_1 = -jV_o$$

$$Z_{\text{معادل منبع وابسته}} = \frac{-jV_o}{-2V_o} = \frac{j}{2}$$

طبق قضیه‌ی انتقال توان ماکزیمم، وقتی که Z_L برابر مزدوج امپدانس دیده شده از دو سرش باشد، بیشترین توان به آن منتقل می‌شود. پس:

$$Z_L = Z_{eq}^* = [(0/5j) \,||\, (-j + 1 \,||\, j)]^* = [0/5 + 0/5j]^* = (0/5\sqrt{2}\angle 45^\circ)^* = 0/5\sqrt{2}\angle -45^\circ\Omega$$

۳۱ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حالت دائمی سینوسی می‌بریم:



$$V_1 = 20 I_o$$

با اعمال KCL در گره‌های ۱ و ۲ داریم:

$$KCL(1): \frac{20I_o - 60}{20} + I_o + \frac{20I_o - V_2}{-20j} = 0 \Rightarrow 20I_o - 60 + 20I_o + 20jI_o - jV_2 = 0 \Rightarrow (40+20j)I_o - jV_2 = 60 \quad (1)$$

$$KCL(2): 4I_o + \frac{V_2}{30+10j} + \frac{V_2 - 20I_o}{-20j} = 0 \Rightarrow 4000I_o + V_2(30-10j) + 50j(V_2 - 20I_o) = 0$$

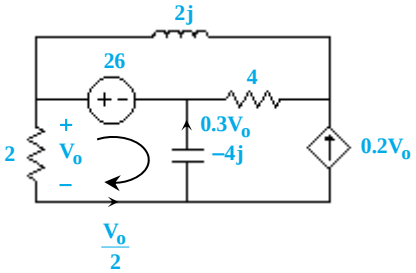
$$\Rightarrow I_o(4000-1000j) + V_2(30+40j) = 0 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{(4000-1000j)(60+jV_2)}{40+20j} + V_2(30+40j) = 0$$

$$\Rightarrow V_2(30+40j)(40+20j) + V_2(1000+4000j) = -60\times(4000-1000j) \Rightarrow V_2 = 0/891 + 38/91j$$

$$|I_{30\Omega}| = \frac{|0/891+38/91j|}{|30+10j|} = 1/23\,A \Rightarrow P_{30\Omega} = \frac{1}{2}RI^2 = \frac{1}{2}\times 30\times(1/23)^2 \simeq 23w$$

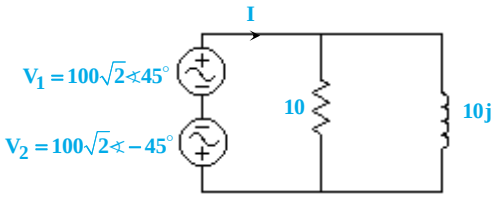
۳۲ـ گزینه «۱» با اعمال KVL در حلقه مشخص شده از مدار داریم:



$$KVL: -V_o + 26 + 4j\times 0/3V_o = 0$$

$$V_o = \frac{26}{1-1/2j} \Rightarrow |V_o| = 16/64\,V$$

۳۳ـ گزینه «۱» برای حل این سؤال کافی است فاز جریان را به‌دست آوریم:

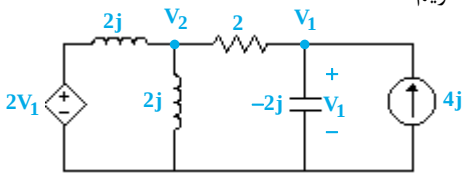


$$I = \frac{100\sqrt{2}(1\angle 45^\circ - 1\angle -45^\circ)}{10} + \frac{100\sqrt{2}(1\angle 45^\circ - 1\angle -45^\circ)}{10j}$$

$$I = 28/28\angle 45^\circ\,A$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، بین I و V_1 اختلاف فازی وجود ندارد.

۳۴ـ گزینه «۴» با اعمال KCL در گره‌های ۱ و ۲ داریم:

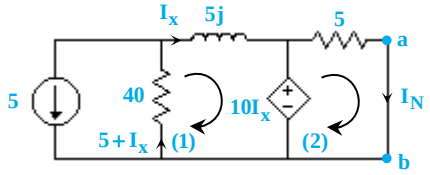


$$KCL(1): \frac{V_1 - V_2}{2} + \frac{V_1}{-2j} - 4j = 0 \Rightarrow V_1(1+j) - V_2 = 8j \quad (1)$$

$$KCL(2): \frac{V_2 - 2V_1}{2j} + \frac{V_2}{2j} + \frac{V_2 - V_1}{2} = 0 \Rightarrow V_1(-2-j) + V_2(2+j) = 0 \Rightarrow V_1 = V_2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} V_1(1+j) - V_1 = 8j \Rightarrow jV_1 = 8j \Rightarrow V_1 = 8v$$

۳۵ـ گزینه «۲» برای محاسبه‌ی جریان نورتن از دید a و b کافی است دو سر a و b را اتصال کوتاه کرده و جریان عبوری از آن را به‌دست آوریم:

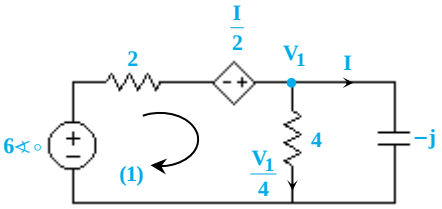


با اعمال KVL در حلقه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$KVL(۱): ۴۰\times(I_x+۵)+۵۰jI_x+۱۰I_x=۰ \Rightarrow I_x(۵۰+۵۰j)=-۲۰۰ \Rightarrow I_x=\frac{-۴}{۱+j}A$$

$$KVL(۲): ۱۰I_x=۵I_N \Rightarrow I_N=۲I_x=\frac{-۸}{۱+j}=-۴+۴jA$$

۳۶ـ گزینه «۴» برای محاسبه‌ی توان مختلط منبع مستقل کافی است جریان آن را به‌دست آوریم:



$$V_۱=-jI$$

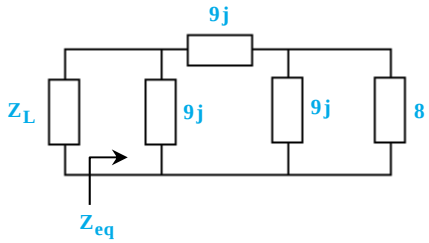
$$KVL(۱): -۶+۲\times(I+\frac{V_۱}{۴})-\frac{I}{۲}+V_۱=۰ \Rightarrow -۶+۲I-۰/۵jI-۰/۵I-jI=۰$$

$$\Rightarrow I(۱/۵-۱/۵j)=۶ \Rightarrow I=۲+۲jA$$

$$I_S=I+\frac{V_۱}{۴}=(۱-۰/۲۵j)I=۲/۵+۱/۵jA$$

$$S=\frac{۱}{۲}VI^*=\frac{۱}{۲}\times۶\times(۲/۵-۱/۵j)=۷/۵-۴/۵jVA$$

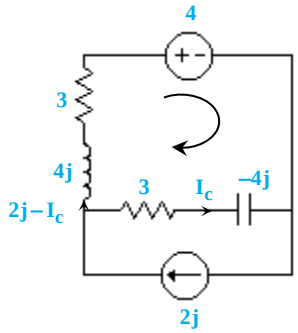
۳۷ـ گزینه «۲» برای اینکه ماکزیمم توان به Z_L برسد، باید Z_L برابر با مزدوج امپدانس دیده شده از دو سرش باشد. بنابراین با بی‌اثر کردن منبع ولتاژ، امپدانس معادل را به‌دست می‌آوریم:



$$Z_{eq}=۹j\,||\,(۹j+(۹j\,||\,۸))=۰/۷۲+۵/۴۶j$$

$$Z_L=Z_{eq}^*=۰/۷۲-۵/۴۶j\Omega$$

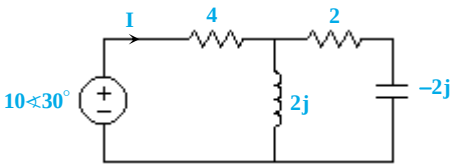
۳۸ـ گزینه «۱» پس از مشخص کردن جریان شاخه‌های مدار با اعمال KVL در حلقه‌های بالایی، جریان خازن را محاسبه می‌کنیم:



$$KVL: (۳+۴j)(۲j-I_c)+۴-(۳-۴j)I_c=۰$$

$$\Rightarrow I_c=\frac{-۴+۶j}{۶}=۱/۲\angle ۱۲۳/۷^\circ A$$

۳۹ـ گزینه «۱» مجموع توان متوسط جذب شده توسط تمام عناصر برابر توان متوسط تولیدی منبع می‌باشد. بنابراین با به‌دست آوردن جریان تولیدی منبع، توان تولیدی را به‌دست می‌آوریم:

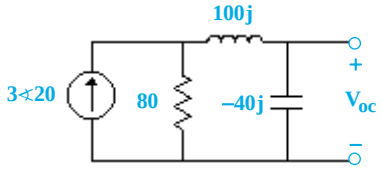


$$I=\frac{۱۰\angle ۳۰}{۴+۲j\,||\,(۲-۲j)}=\frac{۱۰\angle ۳۰}{۶+۲j}=۱/۵۵+۰/۳۱۷jA$$

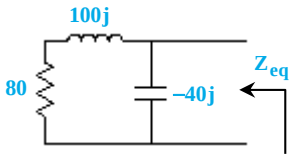
$$S=\frac{۱}{۲}VI^*=\frac{۱}{۲}\times۱۰\angle ۳۰\times(۱/۵۵-۰/۳۱۷j)=۷/۵+۲/۵jVA$$

$$P=۷/۵w$$

۴۰ـ گزینه «۳» برای محاسبه‌ی ماکزیمم توان جذب شده توسط بار مدار معادل تونن دیده شده از دو سر بار را به‌دست می‌آوریم:



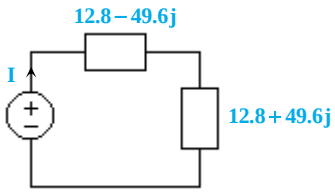
$$V_{th} = V_{oc} = -۴۰j \times \frac{۸۰}{۸۰+۶۰j} \times ۳\angle ۲۰ = ۹۶\angle -۱۰۶/۹^\circ$$



$$Z_{th} = Z_{eq} = (۸۰+۱۰۰j) \parallel (-۴۰j) = ۱۲/۸ - ۴۹/۶j\Omega$$

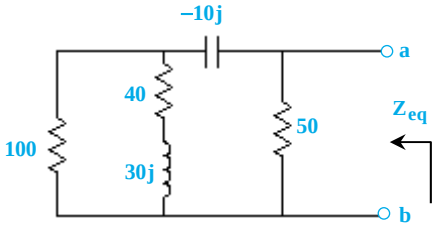
$$Z_L = Z_{th}^* = ۱۲/۸ + ۴۹/۶j\Omega$$

بنابراین داریم:



$$P_{max} = \frac{۱}{۴}\frac{V_{th(rms)}^۲}{Re[Z_{th}]} = \frac{۱}{۴} \times \frac{۹۶^۲}{۱۲/۸} = ۱۸۰\,w$$

۴۱ـ گزینه «۲» زمانی ماکزیمم توان متوسط توسط مقاومت خالص جذب می‌شود که مقدار آن برابر اندازه‌ی امپدانس دیده شده از دو سرش باشد. بنابراین داریم:



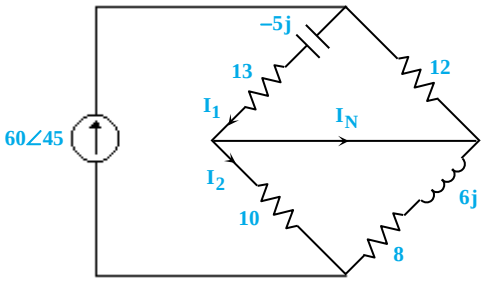
$$Z_{eq} = [۱۰۰ \parallel (۴۰+۳۰j) + (-۱۰j)] \parallel ۵۰ = ۱۹/۵ + ۱/۷۳j$$

$$R = |Z_{eq}| = ۱۹/۵۸ \simeq ۱۹/۶\Omega$$

۴۲ـ گزینه «۲» همان‌طور که مشاهده می‌شود زمانی توان جذب شده توسط بلندگو ماکزیمم می‌شود که اندازه‌ی جریان عبوری از آن ماکزیمم شود. از طرفی زمانی ماکزیمم جریان از بلندگو عبور می‌کند که امپدانس سلف و خازن با یکدیگر خنثی شود. بنابراین داریم:

$$\frac{-j}{۴۰\times۱۰^{-۹}\,\omega} + ۸۰\times۱۰^{-۳}\,\omega j = ۰ \Rightarrow ۸۰\times۴۰\times۱۰^{-۱۲}\,\omega^۲ = ۱ \Rightarrow \omega = ۱۷۶۷۷/۶\,\frac{rad}{s} \Rightarrow f = \frac{\omega}{۲\pi} = ۲۸۱۳/۵ \simeq ۲۸۱۴Hz$$

۴۳ـ گزینه «۳» برای محاسبه‌ی جریان نورتن عبوری از سرهای a و b این دو سر را اتصال کوتاه کرده و جریان عبوری از آن را محاسبه می‌کنیم:

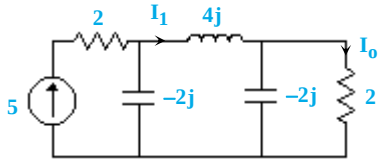


$$I_۱ = \frac{۱۲}{۲۵-۵j} \times ۶۰\angle ۴۵^\circ = ۲۸/۲۴\angle ۵۶/۳^\circ$$

$$I_۲ = \frac{۸+۶j}{۱۸+۶j} \times ۶۰\angle ۴۵^\circ = ۳۱/۶۲\angle ۶۳/۴^\circ$$

$$\Rightarrow I_N = I_۲ - I_۱ \simeq ۵/۰۲\angle ۱۰۸^\circ A$$

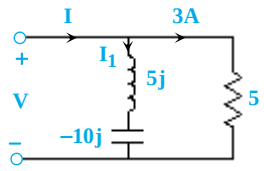
۴۴ـ گزینه «۱» با استفاده از قاعده‌ی تقسیم جریان مرحله به مرحله به جریان I_o می‌رسیم:



$$I_۱ = \frac{-۲j}{(۲ \parallel (-۲j)) + ۴j - ۲j} \times ۵ = -۵ - ۵jA$$

$$I_o = \frac{-۲j}{۲-۲j} \times (-۵-۵j) = -۵A$$

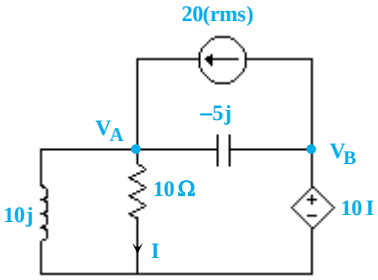
۴۵ـ گزینه «۳» ابتدا با استفاده از جریان ۳A ولتاژ V را به‌دست می‌آوریم و سپس با محاسبه‌ی I_1 جریان I را محاسبه می‌کنیم:



$$V = ۵\times۳ = ۱۵V \Rightarrow I_۱ = \frac{۱۵}{-۵j} = ۳jA$$

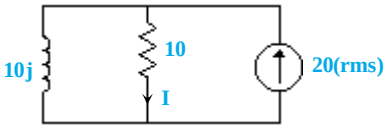
$$I = ۳+۳j \Rightarrow |I| = ۳\sqrt{۲}A$$

۴۶ـ گزینه «۴» با توجه به مدار داریم:



$$V_A = V_B = ۱۰I$$

بنابراین جریانی از خازن عبور نخواهد کرد. در نتیجه منبع جریان ۲۰ آمپری سری با منبع ولتاژ وابسته می‌شود که باعث بی‌اثر شدن منبع ولتاژ وابسته می‌شود. بنابراین:

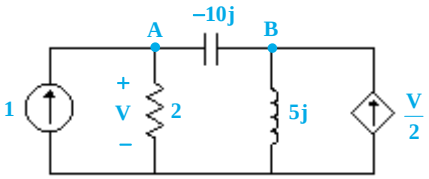


$$I = \frac{۱۰j}{۱۰+۱۰j}\times۲۰ = ۱۰+۱۰jA$$

$$I_{rms} = ۱۰\sqrt{۲}A$$

$$P_R = RI_{rms}^۲ = ۱۰\times(۱۰\sqrt{۲})^۲ = ۲۰۰۰w = ۲kw$$

۴۷ـ گزینه «۳» با اعمال KCL در گره‌های A و B داریم:

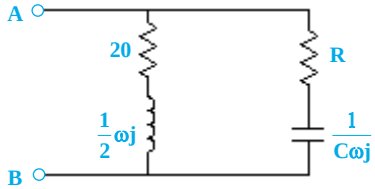


$$KCLA: \frac{V}{۲}+\frac{V-V_B}{-۱۰j} = ۱ \Rightarrow V(۵+j)-V_Bj = ۱۰ \quad (۱)$$

$$KCLB: \frac{-V}{۲}+\frac{V_B}{۵j}+\frac{V_B-V}{-۱۰j} = ۰ \Rightarrow -jV_B-(۵+j)V = ۰ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} -jV_B-jV_B = ۱۰ \Rightarrow V_B = ۵jv$$

۴۸ـ گزینه «۴» مدار را به حالت دائمی سینوسی برده و امپدانس معادل دیده شده از دو سر A و B را به‌دست می‌آوریم. برای این‌که این امپدانس مستقل از فرکانس شود، مقدار این امپدانس را برابر عدد حقیقی a فرض می‌کنیم.



$$\Rightarrow Z_{eq} = (۲۰+\frac{۱}{۲}\omega j)\,||\,(R-\frac{j}{C\omega}) \Rightarrow Z_{eq} = \frac{۲۰R+\frac{۱}{۲C}+j(\frac{R\omega}{۲}-\frac{۲۰}{C\omega})}{۲۰+R+j(\frac{\omega}{۲}-\frac{۱}{C\omega})}$$

$$\Rightarrow Z_{eq} = \frac{۲۰R+\frac{۱}{۲C}+j(R\frac{\omega}{۲}-\frac{۲۰}{C\omega})}{۲۰+R+j(\frac{\omega}{۲}-\frac{۱}{C\omega})} = a$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲R+\frac{۱}{۲C} = a(۲۰+R) \\ (R.\frac{\omega}{۲}-\frac{۲۰}{C\omega}) = a(\frac{\omega}{۲}-\frac{۱}{C\omega}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ۲۰\Omega \\ R = ۲۰\Omega \\ C = \frac{۱}{۸۰۰}F \end{cases}$$

۴۹ـ گزینه «۳» مطابق قانون جمع آثار می‌توان جریان مقاومت R را به شکل زیر نوشت:

$$i_R = A_۱\cos(۲t+\theta_۱) + A_۲\cos(۲t+\theta_۲) + B\cos(t+\theta_۳)$$

حال مقادیر $A_۱$ و $A_۲$ و B را محاسبه می‌کنیم. با توجه به اطلاعات داده‌شده در صورت سؤال، زمانی که منابع مدار به‌صورت تک‌تک روشن هستند، توان مقاومت R ناشی از منابع مختلف برابر است با:

$$P_{R(V_{S_۱})} = ۱/۸\,w\ ,\ P_{R(I_{S_۱})} = ۱/۲۵\,w\ ,\ P_{R(I_{S_۲})} = ۵w$$

حال می‌توان توان مصرفی ناشی از هر منبع در مقاومت R را برحسب مقدار پیک جریان تولیدی آن منبع در مقاومت R، به شکل زیر نوشت و مقدار پیک جریان‌های مربوطه را محاسبه کرد:

$$P_{R(V_{S_۱})} = \frac{۱}{۲}Ri^۲_{R(V_{S_۱})} = \frac{۱}{۲}\times ۲\times A_۱^۲ = A_۱^۲ = ۱/۸ \Rightarrow A_۱ = \sqrt{۱/۸}$$

$$P_{R(I_{S_۱})} = \frac{۱}{۲}Ri^۲_{R(I_{S_۱})} = \frac{۱}{۲}\times ۲\times A_۲^۲ = A_۲^۲ = ۱/۲۵ \Rightarrow A_۲ = \sqrt{۱/۲۵}$$

$$P_{R(I_{S_۲})} = \frac{۱}{۲}Ri^۲_{R(I_{S_۲})} = \frac{۱}{۲}\times ۲\times B^۲ = B^۲ = ۵ \Rightarrow B = \sqrt{۵}$$

اکنون می‌توان مقدار مؤثر i_R را در شرایط جدید یعنی زمانی که همه منابع روشن هستند، محاسبه کرد:

$$i_R = \underbrace{\sqrt{۱/۸}\cos(۲t+\theta_۱) + \sqrt{۱/۲۵}\cos(۲t+\theta_۲)}_{i_۱(t)} + \underbrace{\sqrt{۵}\cos(t+\theta_۳)}_{i_۲(t)}$$

$$i^۲_{۱-rms} = \frac{۱}{۲}\times(۱/۸+۱/۲۵+۲\times\sqrt{۱/۸\times۱/۲۵}\times\cos(\theta_۱-\theta_۲)) = \frac{۱}{۲}(۳/۰۵+۳\cos(\theta_۱-\theta_۲))\ ,\ i^۲_{۲-rms} = \frac{۱}{۲}\times۵ = \frac{۵}{۲}$$

$$i^۲_{rms} = i^۲_{۱-rms} + i^۲_{۲-rms} = \frac{۱}{۲}\times(۸/۰۵+۳\cos(\theta_۱-\theta_۲))$$

(دقت کنید که دامنه سیگنال $u(t) = a\cos(\omega t+\theta_۱) + b\cos(\omega t+\theta_۲)$ به‌صورت $\sqrt{a^۲+b^۲+۲ab\cos(\theta_۱-\theta_۲)}$ می‌باشد.)

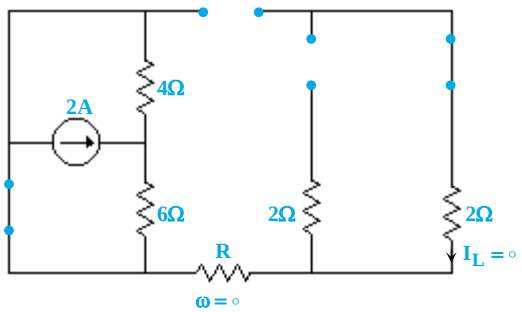
در نهایت می‌توان توان تلفاتی روی R را محاسبه کرد:

$$P_R = Ri^۲_{rms} = ۲\times\frac{۱}{۲}\times(۸/۰۵+۳\cos(\theta_۱-\theta_۲)) = ۸/۰۵+۳\cos(\theta_۱-\theta_۲)$$

$$\Rightarrow ۸/۰۵-۳ \le P_R \le ۸/۰۵+۳ \Rightarrow ۵/۰۵\,w \le P_R \le ۱۱/۰۵\,w$$

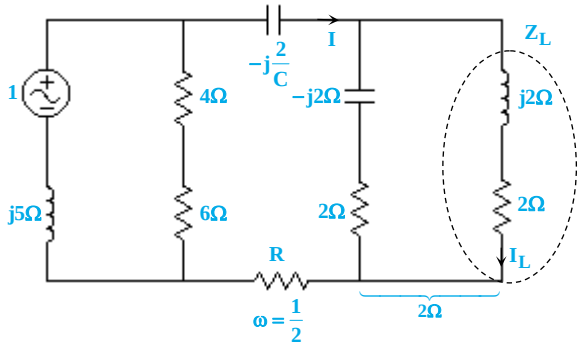
می‌بینیم که تنها گزینه (۳) یعنی $P_R = ۱۱$ وات در محدوده قابل دستیابی است.

۵۰ـ گزینه «۱» ابتدا مدار را در حالت ماندگار DC مدل می‌کنیم تا ببینیم چه توانی در اثر منبع جریان DC به Z_L می‌رسد:



با توجه به شکل روبه‌رو مشخص است که جریان بارِ ناشی از منبع DC در حالت دائمی صفر بوده و لذا مقدار R و C هیچ تأثیری در توان بار Z_L در حالت DC ندارند.

حال مدار را در حالت فازوری و با فرض $\omega = \frac{۱}{۲}\frac{rad}{s}$ مدل می‌کنیم:



با توجه به شکل می‌توان نوشت:

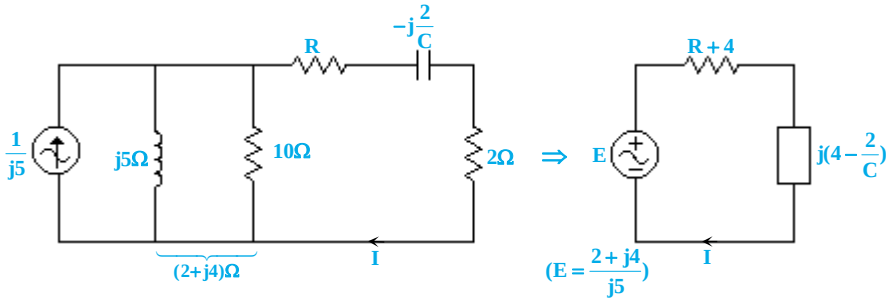
$$I_L = \frac{۲-j۲}{۲-j۲+۲+j۲}\times I = \frac{۱-j}{۲}I$$

$$\Rightarrow |I_L| = \frac{\sqrt{۲}}{۲}|I|\ \ ,\ \ P_{Z_L} = \frac{۱}{۲}R_L|I_L|^۲ = \frac{۱}{۲}\times۲\times\frac{۱}{۲}|I|^۲ = \frac{۱}{۲}|I|^۲$$

لذا برای آن که توان بار Z_L حداکثر شود، کافی است اندازه جریان I بیشینه گردد.

(I_L و I مقدار ماکزیمم جریان‌های سینوسی نشان داده شده هستند.)

حال می‌توان مدار را با تبدیل منبع و ساده‌سازی به شکل زیر درآورد:



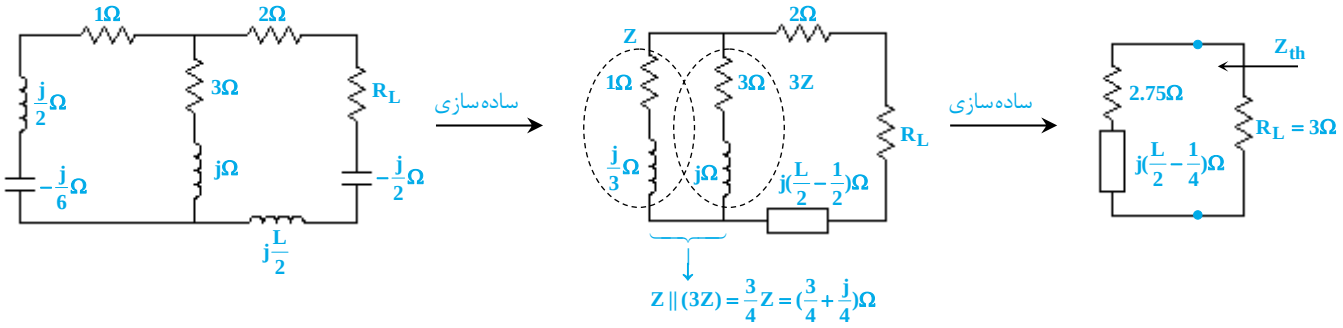
با توجه به شکل داریم:

$$I=\frac{E}{R+۴+j(۴-\frac{۲}{C})}\Rightarrow|I|=\frac{|E|}{\sqrt{(R+۴)^۲+(۴-\frac{۲}{C})^۲}}$$

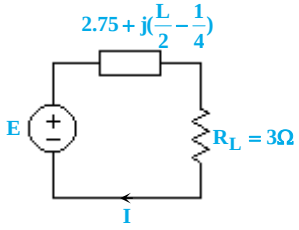
برای آن که $|I|$ بیشینه شود، مخرج رابطه بالا کمینه شود؛ لذا باید داشته باشیم:

$$\begin{cases}R=۰\\ ۴-\frac{۲}{C}=۰\end{cases}\Rightarrow C=\frac{۱}{۲}F$$

۵۱ـ گزینه «۱» در درجه اول باید دقت کرد که در حالت DC و در حالت ماندگار، مقدار L هیچ تأثیری در توان مصرفی R_L ندارد، زیرا در نهایت سلف اتصال کوتاه خواهد شد. همچنین دقت کنید از آنجایی که امپدانس شبکه متغیر و مطلوب است، نمی‌توانیم از قضیه تطبیق امپدانس استفاده کنیم. با توجه به مقدار ثابت و معین بار، در اینجا کافی است مقدار L طوری تنظیم شود که جریان بار R_L بیشینه گردد. حال مدار را در حالت فازوری و با $\omega=\frac{۱}{۲}\frac{rad}{s}$ مدل نموده و سعی می‌کنیم امپدانس شبکه از دید R_L را محاسبه کنیم. بدین منظور تمامی منابع را غیرفعال می‌کنیم:



لذا می‌توان مدار را به شکل مقابل مدل نمود:



دقت کنید که در مدار روبه‌رو مقدار E معین بوده و مستقل از مقدار L است، چرا که E یا ولتاژ تونن مدار از دو سر R_L، باید در حالت مدار باز و زمانی که R_L برابر بی‌نهایت است، به دست آید که در این حالت جریان L نیز صفر بوده و مقدار آن تأثیری در ولتاژ مدار باز خروجی ندارد. حال برای آن که توان R_L ماکزیمم گردد، باید دامنه‌ی جریان I حداکثر باشد و این زمانی رخ می‌دهد که اندازه‌ی امپدانس مدار از دید E حداقل گردد:

$$|Z|\downarrow\Rightarrow|I|\uparrow$$

$$|I|=\frac{|E|}{\underbrace{|R_L+۲/۷۵+j(\frac{L}{۲}-\frac{۱}{۴})|}_{Z}}$$

این مهم زمانی رخ می‌دهد که جزء موهومی Z برابر صفر باشد:

$$\frac{L}{۲}-\frac{۱}{۴}=۰\Rightarrow L=\frac{۱}{۲}H$$

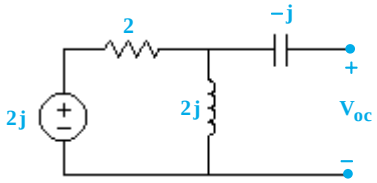
۵۲ـ گزینه «۱» با مساوی قرار دادن امپدانس و ادمیتانس دیده شده از دو سر A و B داریم:

$$Y_{in}=\frac{1}{Z_{in}}=Z_{in}\Rightarrow |Z_{in}|=1\Rightarrow \frac{|(R+\omega j)(R-\frac{j}{C\omega})|}{|2R+j(\omega-\frac{1}{C\omega})|}=1\Rightarrow \frac{|R^2+\frac{1}{C}+jR(\omega-\frac{1}{C\omega})|}{|2R+j(\omega-\frac{1}{C\omega})|}=1$$

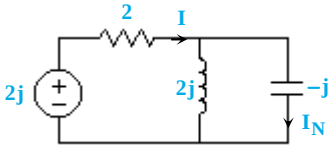
بنابراین مشاهده می‌شود برای برابری اندازه‌ی صورت و مخرج تحت هر فرکانس باید:

$$\begin{cases}R=1\\ R^2+\frac{1}{C}=2R\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}R=1\Omega\\ C=1\,F\end{cases}$$

۵۳ـ گزینه «۲» ابتدا مدار معادل تونن دیده شده از دو سر Z_L را محاسبه می‌کنیم:



$$V_{oc}=V_{th}=\frac{2j}{2+2j}\times 2j=-1+jv$$

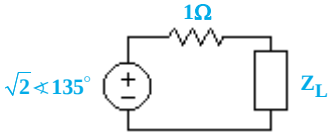


$$I=\frac{2j}{2+2j\,||\,(-j)}=-0/5+0/5jA\Rightarrow I_N=\frac{j2}{j2-j}I=2I=-1+jA$$

$$Z_{th}=\frac{V_{th}}{I_N}=1\Omega$$

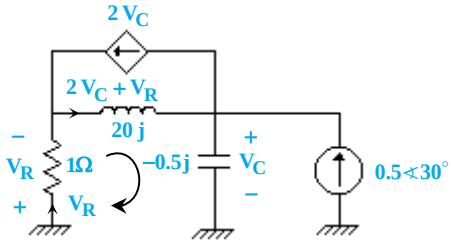
بنابراین داریم:

برای انتقال توان ماکزیمم داریم:



$$Z_L=Z_{th}=1\Omega\Rightarrow P_{L\max}=\frac{1}{8}\frac{|V_{th}|^2}{Re[Z_{th}]}=0/25w$$

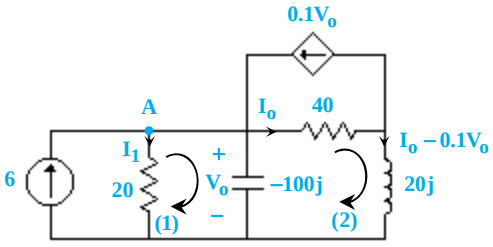
۵۴ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حالت دائمی سینوسی می‌بریم:



با اعمال KVL در حلقه‌ی مشخص شده داریم:

$$+V_R+20j(2V_c+V_R)+V_c=0\Rightarrow(1+20j)V_R=-1(1+40j)V_c\Rightarrow\frac{|V_R|}{|Vc|}=\frac{|-(1+40j)|}{|1+20j|}=1/998\simeq 2$$

۵۵ـ گزینه «۱» ابتدا مدار را به حالت دائمی سینوسی می‌بریم. سپس با مشخص کردن جریان شاخه‌ها و اعمال KVL در حلقه‌های مورد نظر جریان I_o را محاسبه می‌کنیم:



KCL در A: $I_1=6+V_o(0/1-0/01j)-I_o$

$$KVL(1):20I_1=V_o\Rightarrow 120+V_o(2-0/2j)-20I_o=V_o\quad(1)$$

$$KVL(2):-V_o+40I_o+20j(I_o-0/1V_o)=0\Rightarrow 20I_o(2+j)=V_o(1+2j)\quad(2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)}120+\frac{20I_o(2+j)}{1+2j}(1-0/2j)-20I_o=0\Rightarrow I_o(0/32+0/76j)=6\Rightarrow I_o=7/2\angle -67^\circ A$$