



مدرسان شریف

فصل اول

« کمی »

بخش اول: حل مسئله

در آزمون‌های دکتری دانشگاه دولتی ۹۰، ۹۲ و ۱۰ سؤال از ۴۰ سؤال و در آزمون دکتری ۹۱، ۱۵ سؤال از ۶۰ سؤال در تمام گروه‌های آزمایشی به این فصل اختصاص داشت که شامل دو قسمت «حل مسأله» و «مقایسه‌های کمی» می‌شوند. سؤالات حل مسئله مهارت‌های اصلی و عمومی ریاضی را که اکثر داوطلبان تا سال سوم دبیرستان یاد گرفته‌اند، می‌سنجد. در واقع دلیل طرح این سؤالات در آزمون دکتری، ارزیابی و سنجش قدرت داوطلب در پیدا کردن بهترین و کوتاه‌ترین روش برای حل مسئله می‌باشد. داوطلب باید اطلاعات داده شده را بسنجد و فکر کند که آن‌ها چه رابطه‌ای با هم دارند و بهترین و کوتاه‌ترین راه‌حل چیست؟

در آزمون‌های بین‌المللی هوش، معمولاً سؤالات حل مسئله طوری طراحی می‌شوند که لازم نباشد داوطلب برای پاسخگویی به آن‌ها، با تمام فرمول‌ها و قضایای پیچیده ریاضی آشنا باشد و درگیر عملیات ذهنی سخت و محاسبات وقت‌گیر شود. از طرفی تست‌ها آن قدر ساده نیستند که داوطلب بدون فکر به راحتی بتواند به آن‌ها پاسخ دهد. البته بعضاً در آزمون‌های داخلی بی‌دقتی و شاید هم عدم آشنایی طراحان باعث می‌شود، مسائلی سخت مطرح شوند. اما اگر با سؤال ساده‌ای روبه‌رو شدید، در جواب دادن به آن دقت کنید. به مثال زیر توجه کنید:

کج مثال: اگر x, y, z عددهای حقیقی و مخالف صفر باشند و $x > y$ ، آنگاه کدام گزینه حتماً صحیح است؟

$$\frac{1}{x} < \frac{1}{y} \quad (۱) \quad \frac{1}{x} > \frac{1}{y} \quad (۲) \quad xz > yz \quad (۳) \quad y - x < z^2 \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه «۴» شاید باور نکنید در برخی کلاس‌ها، حدود ۳۰ درصد داوطلبان سریع گزینه (۱) را انتخاب کردند! آن‌ها خیلی توجه نمی‌کنند که

اگر $x > 0$ و $y < 0$ آن‌گاه گزینه (۱) نادرست است (مثلاً از نامساوی $-2 > 2$ ، نمی‌توان نتیجه گرفت $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{4}$) و اگر $x > 0$ و $y > 0$ آن‌گاه گزینه (۲)

نادرست است. (مثلاً از نامساوی $2 > 3$ ، نمی‌توان نتیجه گرفت $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$) یعنی علامت x و y در تعیین جواب بسیار مهم است.

دقت کنید گزینه (۳) هم به هیچ‌وجه نمی‌تواند صحیح باشد، چون می‌توانید فرض کنید $x = 2$ و $y = 1$ ، یعنی شرط $x > y$ برقرار است. حالا اگر z عددی مثبت مانند $z = 4$ باشد، آن‌گاه $xz > yz$ (چون $2 \times 4 > 1 \times 4$) اما اگر z عددی منفی مانند $z = -4$ باشد، $xz < yz$ (چون $2 \times (-4) < 1 \times (-4)$)

ظاهر گزینه (۴) خیلی جلب توجه نمی‌کند، ولی این گزینه صحیح است:

$$x > y \Rightarrow y - x < 0 \xrightarrow{z^2 > 0} y - x < z^2$$

اگر به سؤالاتی برخورد کردید که به نظر راه‌حل طولانی دارند، دنبال راه‌حل کوتاه باشید. به مثالی که ظاهر خیلی خوشایندی ندارد! و به نظر می‌رسد راه‌حل طولانی و وقت‌گیری داشته باشد، توجه کنید:

کج مثال: حاصل عبارت $A = (1/352)^3 + (1/648)^3 + 9 \times 1/352 \times 1/648$ کدام است؟

$$۱۸ \quad (۱) \quad \text{عددی بزرگتر از ۱۸ و کمتر از ۲۷} \quad (۲) \quad ۲۷ \quad (۳) \quad \text{عددی بزرگتر از ۲۷} \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه «۳» به توان رساندن و ضرب کردن قطعاً راه‌حل عاقلانه‌ای نیست. اگر خوب دقت کنید، مجموع دو عدد $1/352$ و $1/648$ برابر ۳

می‌شود، در واقع عبارت A به صورت $a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$ می‌باشد که می‌دانیم همان $(a+b)^3$ است، پس $A = (1/352 + 1/648)^3 = 3^3 = ۲۷$ شاید اتحادهای سال اول دبیرستان برای خیلی از داوطلبان آزمون کارشناسی ارشد ساده باشد و از آن عبور کنند، ولی روش‌های استفاده از آن در مسائلی نظیر این مثال آن‌ها را جذاب می‌کند.

پس در این فصل از کتاب سعی کنید به تمام مطالب توجه کرده و تست‌های متنوعی که از هر مبحث طرح شده است را در نظر داشته باشید. هر چند به عنوان یک پیشنهاد به داوطلبانی که سطح علمی خوبی دارند، توصیه می‌شود؛ اگر احساس می‌کنند در ریاضی دارای پایه‌ی علمی قوی هستند، بیشتر وقت خود را به بخش‌های نسبت و تناسب، آمار و احتمال، نظریه اعداد، هندسه، سرعت و مسافت، هوش و خلاقیت و همچنین مسائل متفرقه اختصاص دهند.



درصد

از جمله مباحث مورد توجه در سؤالات دکتری در آزمون‌های دانشگاه دولتی «مبحث درصد» می‌باشد. ممکن است فارغ‌التحصیلان کارشناسی ارشد این مبحث را ساده در نظر بگیرند، اما مطالعه‌ی این بخش تا انتها و مشکلاتی که در حل بعضی مسائل خواهند داشت، نظر این دوستان را تغییر خواهد داد! **تعریف درصد:** همان‌طور که از نام آن مشخص است یعنی «در هر صدتا» و علامت آن به شکل % می‌باشد که در سمت چپ عدد و یا بعضاً در سمت راست عدد قرار می‌گیرد. وقتی می‌گوییم از یک کلاس ۱۰۰ نفره، ۳۰ نفر قبول شده‌اند، یعنی ۳۰% کلاس قبول شده‌اند، ۳۰% یعنی $\frac{30}{100}$. به نمونه‌های زیر توجه کنید:

$$0/25 = \%25 \quad , \quad 0/5 = \%50$$

$$0/75 = \%75 \quad , \quad 0/10 = \%10$$

در مثال‌های فوق سمت چپ تساوی علامت ممیز و سمت راست آن علامت درصد قرار داده شده ولی همیشه این طور نیست که اعداد بعد از ممیز و درصد یکی باشند. مثال‌های مقابل:

$$0/375 = \%37/5 \quad \text{یا} \quad 0/125 = \%12/5$$

برای بیان یک کسر برحسب درصد به روش‌های زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3}{4} \times 100 = \frac{300}{4} = 75 \Rightarrow 75\%$$

(۱) کسر را در عدد ۱۰۰ ضرب می‌کنیم و در نهایت علامت درصد را جلوی آن قرار می‌دهیم:

(۲) صورت را بر مخرج تقسیم می‌کنیم و خارج قسمت را به عنوان درصد بیان می‌کنیم:

$$\frac{3}{4} = 3 \div 4 \rightarrow \begin{array}{r|l} 30 & 4 \\ \hline 28 & 0/75 \\ \hline 20 & \\ \hline 20 & \\ \hline 0 & \end{array} \Rightarrow \frac{3}{4} \Rightarrow 75\%$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{25}{25} = \frac{75}{100} \Rightarrow 75\%$$

(۳) صورت و مخرج را در یک عدد، طوری ضرب می‌کنیم که مخرج برابر ۱۰۰ شود:

مثال ۱: ۹ درصد عددی ۷۲۰۰ تومان است، آن عدد چقدر است؟

$$\frac{9}{100} X = 7200 \Rightarrow X = \frac{7200 \times 100}{9} = 80000$$

پاسخ: عدد را X فرض می‌کنیم:

مثال ۲: عدد ۱۲۵، چند درصد عدد ۵۰۰ می‌باشد؟

$$125 = \frac{X}{100} \times 500 \Rightarrow X = \frac{125}{500} \times 100 = 25$$

پاسخ: چند درصد را می‌توان به شکل X درصد و یا به عبارت دیگر $\frac{X}{100}$ نوشت:

افزایش و کاهش a درصدی

متغیری مانند X را در نظر بگیرید. اگر این متغیر a درصد افزایش یابد، آن‌گاه مقدار آن پس از این افزایش به صورت زیر حساب می‌شود:

$$X \xrightarrow{+a\%} X + \frac{a}{100}(X) = X(1 + \frac{a}{100})$$

و اگر متغیر X به اندازه a درصد کاهش یابد، آن‌گاه مقدار آن پس از این کاهش به صورت مقابل حساب می‌شود:

$$X \xrightarrow{-a\%} X - \frac{a}{100}(X) = X(1 - \frac{a}{100})$$

مثال ۳: بازرگانی با سرمایه ۲۰,۰۰۰,۰۰۰ تومان در یک معامله شرکت کرد و در پایان ۱۵% ضرر کرد، سرمایه او در حال حاضر چقدر است؟

$$20,000,000 \xrightarrow{-15\%} 20,000,000 - \frac{15}{100}(20,000,000) = 20,000,000 - 3,000,000 = 17,000,000$$

پاسخ:

تذکره: همان‌طور که می‌دانید «درصد تخفیف» به مفهوم «درصد کاهش» است و این کلمه در حل تست‌ها زیاد کاربرد دارد.

مثال ۴: قیمت یک خودکار پس از ۲۰٪ تخفیف و ۱۴۰ ریال تخفیف مجدد، ۴۲۰ ریال می‌باشد، قیمت اصلی خودکار کدام است؟

- (۱) ۵۶۰ ریال (۲) ۶۷۲ ریال (۳) ۸۴۰ ریال (۴) ۷۰۰ ریال

پاسخ: گزینه «۴» قیمت خودکار را x در نظر می‌گیریم. بنابراین قیمت خودکار بعد از ۲۰٪ تخفیف برابر است با:

$$x \left(1 - \frac{20}{100}\right) = x(1 - 0.2) = 0.8x$$

با توجه به صورت تست از مبلغ $0.8x$ ، باز هم ۱۴۰ ریال کسر شده است و قیمت خودکار بعد از کسر ۱۴۰ ریال برابر ۴۲۰ ریال شده است، بنابراین:

$$0.8x - 140 = 420 \Rightarrow x = 700$$

مثال ۵: ارزش یک آدامس ۷۲۰ ریال است. این آدامس به چه قیمتی فروخته شود تا ۲۰٪ قیمت فروش آن سود باشد؟

- (۱) ۹۰۰ ریال (۲) ۸۶۴ ریال (۳) ۹۲۰ ریال (۴) ۸۶۵ ریال

پاسخ: گزینه «۱» قیمت فروش را x می‌نامیم و داریم:

$$\text{ارزش اولیه} + \text{سود} = \text{درآمد} = \text{قیمت فروش} \Rightarrow x = \frac{20}{100}x + 720 \Rightarrow x - \frac{20}{100}x = x \left(1 - \frac{20}{100}\right) = 720 \Rightarrow x = 900 \text{ (ریال)}$$

مثال ۶: یک فروشنده کالایی را با احتساب ۲۵٪ سود به قیمت ۸۰۰ تومان می‌فروشد، نسبت ارزش کالا به قیمت فروش چقدر است؟

- (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{5}{6}$

$$A + \frac{25}{100}A = 800 \Rightarrow \frac{125}{100}A = 800 \Rightarrow A = 640 \text{ (تومان)}$$

پاسخ: گزینه «۱» اگر ارزش کالا را A فرض کنیم، داریم:

$$\frac{\text{ارزش کالا}}{\text{قیمت فروش}} = \frac{640}{800} = \frac{4}{5}$$

مثال ۷: یک کارمند در سالهای ۱۳۸۸، ۱۳۸۹ و ۱۳۹۰ هر سال ۱۰ درصد نسبت به سال قبل حقوق بیشتر دریافت کرده است. در سال ۱۳۹۰ چند درصد بیشتر از سال ۱۳۸۸ دریافت کرده است؟

- (۱) ۲۰ درصد (۲) ۲۱ درصد (۳) ۱۰ درصد (۴) ۱۹ درصد

پاسخ: گزینه «۲» حقوق کارمند در سال ۱۳۸۸ را x در نظر می‌گیریم.

$$x \left(1 + \frac{10}{100}\right) = x(1 + 0.1) = 1.1x$$

حقوق کارمند در سال ۱۳۸۹:

دقت شود که در سال ۱۳۹۰، ۱۰ درصد به حقوق کارمند در سال ۱۳۸۹ اضافه شده، در نتیجه داریم:

$$y = 1.1x \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 1.1x(1 + 0.1) = 1.21x = x \left(1 + \frac{21}{100}\right) \quad (1)$$

با توجه به تساوی (۱) نتیجه می‌گیریم افزایش حقوق ۲۱ درصد است.

مثال ۸: مهناز با ۳۰٪ از ۲۲٪ پولش ۶ کتاب ۲۲۰ تومانی و یازده مداد ۳۰۰ تومانی خرید. او با باقی‌مانده پولش چند تا خودکار ۲۰ تومانی می‌تواند بخرد؟

- (۱) ۳۷۸۱ (۲) ۳۵۹۲ (۳) ۳۳۶۷ (۴) ۳۲۶۹

پاسخ: گزینه «۴» ابتدا درصد پول خرج شده را به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد پول خرج شده برای خرید کتاب و مداد} = \frac{30}{100} \times \frac{22}{100} = \frac{30}{100} \times \frac{11}{50} = \frac{33}{500}$$

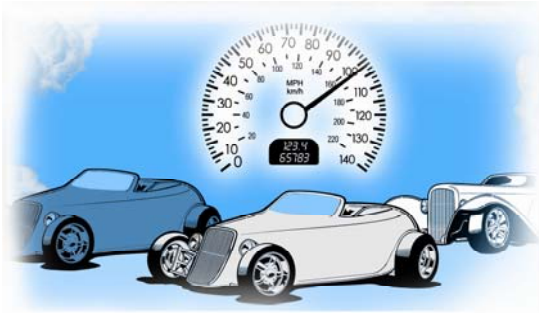
با این پول ۶ کتاب و ۱۱ مداد خریداری شده است مبلغ آنها را حساب می‌کنیم:

$$6 \times 220 + 11 \times 300 = 1320 + 3300 = 4620 \text{ (تومان)}$$

اگر کل پول را x فرض کنیم، داریم:

$$\frac{33}{500}x = 4620 \Rightarrow x = \frac{4620 \times 500}{33} = 70,000$$

از این پول ۴۶۲۰ تومان خرج شده، پس $70,000 - 4620 = 65,380$ تومان داریم که با آن می‌تواند $\frac{65380}{20} = 3269$ خودکار ۲۰ تومانی بخرد.



مثال ۹: اتومبیلی در ساعت ۷ صبح با سرعت ۵۰ کیلومتر در ساعت حرکت می‌کند، راننده به سرعت اتومبیل چنان می‌افزاید که هر ساعت ده درصد به سرعت اتومبیل اضافه شده باشد. در چه ساعتی سرعت اتومبیل ۶۰/۵ کیلومتر در ساعت است؟

- (۱) ساعت ۹
(۲) ساعت ۱۰
(۳) ساعت ۱۱
(۴) ساعت $9\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه «۱» با توجه به صورت تست، سرعت اولیه خودرو ۵۰ کیلومتر در ساعت است. بنابراین سرعت ماشین در ساعت ۸ برابر است با:

$$50 \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 50 \left(1 + 0/1\right) = 50 \times 1/1 = 55$$

دقت کنید برای محاسبه سرعت خودرو در ساعت ۹، سرعت اولیه باید ۵۵ کیلومتر در ساعت، در نظر گرفته شود:

$$55 \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 55 \times 1/1 = 60/5$$

مثال ۱۰: اگر یک تولیدکننده ۲۰,۰۰۰ قطعه با بهای تمام شده‌ی هر قطعه ۱۵۰ تومان، تولید نماید و ۲۰ درصد قطعات قابل فروش نباشد، برای کسب سودی معادل ۲۰ درصد کل هزینه‌ها، هر قطعه‌ی قابل فروش را باید با چه مبلغی به بازار عرضه نماید؟

- (۱) ۲۲۵ تومان
(۲) ۲۵۰ تومان
(۳) ۳۰۵ تومان
(۴) ۴۵۰ تومان

کل هزینه = $20,000 \times 150 = 3,000,000$

پاسخ: گزینه «۱» ابتدا کل هزینه‌ی انجام شده را حساب می‌کنیم.

برای کسب سود ۲۰٪ باید مبلغ فوق بعلاوه‌ی ۲۰٪ شود. یعنی باید مبلغ $3,600,000 = 3,000,000 + \frac{20}{100}(3,000,000)$

نصیب تولید کننده شود. برای کسب مبلغ فوق، قیمت هر کالا (X) با توجه به اینکه ۲۰٪ آن‌ها قابل فروش نیستند، برابر است با:

$$X \times \frac{80}{100} \times 20,000 = 3,600,000 \Rightarrow X = 225 \text{ (تومان)}$$

مثال ۱۱: مجموع دریافتی ناخالص کارگری ۵۰۰۰۰ تومان است. اگر مالیات بر درآمد او ۲۰۰۰ تومان باشد، چقدر از درآمد او مشمول مالیات نشده است در صورتی که نرخ مالیات ۱۰ درصد در نظر گرفته شود؟

- (۱) ۳۰۰۰۰ تومان
(۲) ۲۰۰۰۰ تومان
(۳) ۴۰۰۰۰ تومان
(۴) ۲۸۰۰۰ تومان

پاسخ: گزینه «۱» چون مالیات بر درآمد ۲۰۰۰ تومان بوده و نرخ مالیات ۱۰ درصد است. درآمد مشمول مالیات برابر $20,000 = \frac{10}{100} X$ تومان

می‌باشد، چون مجموع دریافتی ۵۰۰۰۰ تومان شده است لذا مبلغ $3,000,000 = 5,000,000 - 2,000,000$ ، تومان مشمول مالیات نشده است.

مثال ۱۲: فروشنده‌ای دوره‌گرد کالایی را ۱۰ دلار زیر قیمت برچسب آن می‌فروشد و ۱۰٪ از قیمت فروش را به عنوان حق‌العمل دریافت می‌کند. فروشنده‌ی دیگری همان کالا را ۲۰ دلار زیر قیمت برچسب آن می‌فروشد و ۲۰٪ از قیمت فروش را به عنوان حق‌العمل دریافت می‌دارد. هرگاه حق‌العمل‌های دریافتی این دو نفر برابر باشند، قیمت روی برچسب کالا (بر حسب دلار) چقدر بوده است؟

- (۱) ۲۰
(۲) ۳۰
(۳) ۵۰
(۴) ۷۰

پاسخ: گزینه «۲» اگر قیمت کالا را با X نشان دهیم، در صورتیکه حق‌العمل دو فروشنده با هم برابر باشد، معادله زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{10}{100}(X - 10) = \frac{20}{100}(X - 20) \Rightarrow 10(X - 10) = 20(X - 20) \Rightarrow X - 10 = 2(X - 20) \Rightarrow X = 30$$

مثال ۱۳: فروشنده‌ای، کالایی به بهای ۲۴۰۰ ریال را با ۱۲/۵٪ تخفیف می‌خرد. بهای فروش این کالا را چند ریال اعلام کند تا پس از تخفیف ۲۰٪

به میزان $33\frac{1}{3}\%$ سود ببرد؟

- (۱) ۲۲۵۰
(۲) ۳۰۰۰
(۳) ۳۳۶۰
(۴) ۳۵۰۰

پاسخ: گزینه «۴» ابتدا قیمت خریداری شده را حساب می‌کنیم:

$$2100 = 2400 - 300 = \text{قیمت خریداری شده} \Rightarrow \text{میزان تخفیف داده شده} = 300 = \frac{12}{5} \times 2400 \times \frac{100}{100}$$

اگر قرار باشد، $\frac{1}{3} \times 33\%$ سود، نصیب فروشنده شود، باید مقدار عددی این درصد حساب شود: $\frac{1}{3} \times 2100 = \frac{3}{100} \times 2100 = 700$

پس کالا باید به بهای $2100 + 700 = 2800$ ، فروخته شود. حالا باید ببینیم، قیمت کالا چقدر اعلام شود تا اگر 20% تخفیف داده شد، قیمت 2800

$$x - \frac{20}{100}x = 2800 \Rightarrow \frac{80}{100}x = 2800 \Rightarrow x = 3500$$

ریال شود، اگر این قیمت را x فرض کنیم، داریم:

نکته ۱: اگر عددی ابتدا a درصد کاهش و سپس عدد حاصل دوباره b درصد کاهش پیدا کند، مقداری که کاهش می‌یابد، کوچکتر از زمانی است که آن عدد از همان اول به اندازه‌ی $(a+b)$ درصد کاهش پیدا کند.

نکته ۲: اگر عددی ابتدا a درصد افزایش و سپس عدد حاصل دوباره b درصد افزایش پیدا کند، مقداری که افزایش می‌یابد، بزرگتر از زمانی است که آن عدد از همان اول به اندازه‌ی $(a+b)$ درصد افزایش پیدا کند.

مثال ۱۴: تخفیف‌های متوالی 10% و 20% با کدام تخفیف برابرند؟

- (۱) 30% (۲) 70% (۳) 72% (۴) 28%

پاسخ: گزینه «۴»

روش اول: اگر فرض کنیم x قیمت اصلی بدون تخفیف در نظر گرفته شود، آن‌گاه دو تخفیف متوالی 10% و 20% قیمت x را به شکل زیر تغییر می‌دهد:

$$x - \frac{10}{100}x = \frac{9}{10}x \xrightarrow{\text{تخفیف } 20\%} \frac{9}{10}x - \frac{20}{100} \left(\frac{9}{10}x \right) = \frac{90 - 18}{100}x = \frac{72}{100}x$$

قیمت برابر $\frac{72}{100}x$ شده و این یعنی 28% تخفیف داده شده است.

روش دوم: البته با توجه به نکته فوق به راحتی معلوم است تخفیف‌های متوالی 10% و 20% ، از تخفیف $(10+20)\%$ یعنی 30% کمتر هستند، لذا گزینه (۴) جواب است. البته گزینه‌ها به منظور استفاده تستی از نکته‌ی فوق طراحی شده بود. اگر یکی از گزینه‌ها مثلاً 25% بود، باید از همان روش اول تست را حل می‌کردیم.

مثال ۱۵: کالایی سه مرتبه متوالی مشمول 10% درصد، 20% درصد و 30% درصد تخفیف شده است، قیمت این کالا چند درصد ارزان شده است؟

- (۱) $50/4$ (۲) 60 (۳) $49/6$ (۴) 40

پاسخ: گزینه «۳» قیمت کالا در سه مرحله شامل تخفیف می‌شود، لذا قیمت نهایی کالا پس از سه تخفیف به صورت زیر می‌شود:

$$\frac{90}{100} \times \frac{80}{100} \times \frac{70}{100} = 50/4\%$$

$$100 - 50/4 = 49/6\%$$

اگر قیمت کالا را از 100 کم کنیم، درصد ارزان شده‌ی کالا به دست می‌آید:

تذکره ۲: در این تست مشاهده می‌شود که از روش تستی مطرح شده در سؤال قبلی نمی‌توان استفاده کرد، که دلیل آن نزدیک بودن گزینه‌ها به هم می‌باشد.

نکته ۳: اگر عددی a درصد افزایش یابد و بعد عدد حاصل، a درصد کاهش یابد، مقدار آن برابر است با زمانی که این عدد ابتدا a درصد کاهش و سپس a درصد افزایش پیدا کند. یعنی تغییر ترتیب کاهش یا افزایش در مقدار نهایی تأثیر ندارد.

$$10000 \rightarrow \begin{cases} +20\% \rightarrow 12000 \xrightarrow{-20\%} 9600 \\ -20\% \rightarrow 8000 \xrightarrow{+20\%} 9600 \end{cases}$$

نکته ۴: اگر عددی مانند x ، a درصد افزایش پیدا کند و عدد حاصله را بلافاصله، a درصد کاهش دهیم، به عدد اولیه (یعنی همان x) خواهیم رسید.

$$100 \xrightarrow{+20\%} 120, \quad 120 \xrightarrow{-20\%} 96$$

نکته ۵: اگر عددی مانند x ، a درصد کاهش پیدا کند و بلافاصله به عددی که به دست آمده a درصد اضافه کنیم، به عدد اولیه خواهیم رسید.

$$100 \xrightarrow{-20\%} 80, \quad 80 \xrightarrow{+20\%} 96$$

نتیجه‌ی اخلاقی: همان‌طور که ملاحظه می‌کنید در هر دو حالت عدد 100 به 96 تبدیل شده و با اینکه درصد افزایش و کاهش با هم یکی است (20%) عدد اصلی کاهش می‌یابد.



کله مثال ۱۶: آقای A مالک خانه‌ای به ارزش ۱۰۰۰۰ دلار است. او خانه را با ۱۰٪ سود به آقای B می‌فروشد. آقای B خانه را با ۱۰٪ زیان به آقای A بازپس می‌دهد. آقای A در این داد و ستد (۱) نه سود می‌کند نه زیان. (۲) ۱۰۰۰ دلار سود می‌کند. (۳) ۱۱۰۰ دلار سود می‌کند. (۴) ۹۰۰ دلار زیان می‌کند.

پاسخ: گزینه «۳» مبلغی که در فروش اول به شخص A می‌رسد با احتساب ۱۰٪ سود: $10000 \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 10000 \times 1/1 = 11000$
وقتی شخص B خانه خریداری شده را با ۱۰٪ زیان به شخص A پس می‌دهد، کل مبلغی که دریافت می‌کند ۹۹۰۰ دلار است.

$11000 \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 11000 \times 0/9 = 9900$
 $11000 - 9900 = 1100$
مبلغی که شخص A در این معامله سود برده است:

کله مثال ۱۷: قیمت کالایی ۱۰٪ تنزل می‌کند. به منظور برگرداندن به ارزش قبلی، قیمت جدید چند درصد باید افزایش یابد؟

(۱) ۱۰٪ (۲) ۹٪ (۳) $11\frac{1}{9}\%$ (۴) ۱۱٪

پاسخ: گزینه «۳» اگر فرض کنیم قیمت کالا X باشد، قیمت بعد از ۱۰٪ تنزل برابر $0/9X$ می‌شود، برای این که قیمت به X برگردد، باید به اندازه $0/1X$ به این عدد اضافه شود، اما باید ببینیم $0/1X$ چند درصد $0/9X$ است، لذا داریم:

$$0/1X = A \times 0/9X \Rightarrow A = \frac{0/1X}{0/9X} = \frac{10}{9} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{9} = \frac{100}{9}\% = 11\frac{1}{9}\%$$

که اگر بخواهیم این عدد را به صورت درصد بیان کنیم، داریم:

کله مثال ۱۸: اگر ۹۹٪ هندوانه آب و ۱٪ آن ماده‌ی هندوانه باشد و ما ۱۰۰ کیلوگرم هندوانه بخریم و آن را برای مدتی در آفتاب قرار دهیم، زمانی که مقدار آب آن‌ها به $0/98$ رسیده باشد، وزن کل هندوانه‌ها چند کیلوگرم است؟

(۱) ۹۸ (۲) ۱۰۰ (۳) ۵۰ (۴) ۴۹

پاسخ: گزینه «۳» یک سؤال ساده اما کمی جالب! احتمال این که دانشجویان بی‌دقت، سریع گزینه (۱) را انتخاب کنند، زیاد است! در صورت سؤال گفته شده: $0/1$ هندوانه، ماده‌ی هندوانه است. بنابراین از ۱۰۰ کیلوگرم هندوانه، ۱ کیلوگرم آن «ماده‌ی هندوانه» است. پس از این که این هندوانه‌ها در آفتاب قرار گیرند، قطعاً به «ماده‌ی هندوانه» اضافه و یا از آن کم نخواهد شد! از طرفی گفته شده: وقتی جلوی آفتاب قرار بگیرند، مقدار آب $0/98$ وزن کل هندوانه‌هاست. این یعنی ۲٪ آن ماده‌ی هندوانه است. پس داریم:

$$\frac{2}{100} = \frac{100 \times 1}{2} = 50 \text{ kg}$$

کله مثال ۱۹: سرشماری سالانه نشان می‌دهد که در شهری تغییر جمعیت طی چهارسال متوالی به این ترتیب بوده است: ۲۵٪ افزایش،

۲۵٪ کاهش، و ۲۵٪ کاهش، درصد تغییر جمعیت این شهر در این چهارسال به کدامین عدد زیر نزدیک‌تر است؟

(۱) ۱۲ درصد کاهش (۲) ۸ درصد کاهش (۳) ۸ درصد افزایش (۴) ۱۲ درصد افزایش

پاسخ: گزینه «۱» اگر جمعیت اولیه X باشد، شرایط زیر را داریم:

سال اول: جمعیت بعد از ۱ سال $1/25X$ می‌شود.

سال دوم: جمعیت بعد از ۲ سال $1/25 \times 1/25X$ می‌شود.

سال سوم: جمعیت بعد از ۳ سال $1/25 \times 1/25 \times 0/75X$ می‌شود. (کاهش $0/25$)

سال چهارم: جمعیت بعد از ۴ سال $1/25 \times 1/25 \times 0/75 \times 0/75X$ می‌شود. (کاهش $0/25$)

لذا درصد کل تغییر جمعیت برابر با مقدار مقابل است:

$$\frac{1/25 \times 1/25 \times 0/75 \times 0/75X - X}{X} \times 100 = \frac{0/88X - X}{X} \times 100 = -12$$

تذکره: علامت منفی نشان دهنده‌ی کاهش جمعیت است.

توضیح: البته با توجه به «نتیجه‌ی اخلاقی»، در این تست می‌توان به راحتی فهمید که قطعاً با کاهش جمعیت روبه‌رو خواهیم بود و اگر در آزمونی طراح کمی تست را خوب طرح نکرده باشد، بدون حل می‌شود به آن تست پاسخ داد. البته در این تست هم قطعاً بلافاصله گزینه‌های ۳ و ۴ حذف می‌شوند و اگر حل سؤال را بلد نبودید و از گروه عاشقان خوش‌شانس شیر یا خط بودید! می‌توانستید گزینه (۱) را بدون حل با خوش‌شانسی انتخاب کنید!!! دقت کنید این موضوع در مثال قبل نیز به کار شما می‌آید و از همان ابتدا گزینه‌های ۱ و ۲ حذف می‌شوند.

سوالات نموداری درصد

برخی از سوالات درصد در آزمون‌های دکتری که تعداد آن‌ها هم معمولاً زیاد است، به صورت جداول و نمودارهای مختلف طرح می‌شود، که با دقت و تمرکز به راحتی می‌توان به آن‌ها پاسخ داد.

کلمه مدیر یک دانشگاه در آمریکا جدول زیر را بر اساس جنسیت و نژاد دانشجویان خود در طول چند سال رسم کرده است. او می‌خواهد بداند که:

	چینی		ایرانی		هندی		آمریکایی	
	زن	مرد	زن	مرد	زن	مرد	زن	مرد
۲۰۰۵	۲۰۴۵	۲۰۶۷	۱۲۴	۵۲۱	۱۰۰۰	۲۱۵۴	۲۱۴۵	۳۲۵۶
۲۰۰۶	۲۱۴۵	۴۱۲۵	۴۲۵	۸۶۵	۱۱۰۲	۱۴۵۲	۱۷۸۹	۹۶۶
۲۰۰۷	۱۲۴۵	۴۸۷۵	۳۵۲	۸۶۵	۱۲۴۵	۳۲۶۵	۱۹۸۷	۳۲۶۸
۲۰۰۸	۳۲۱۴	۴۵۲۱	۴۵۱	۹۹۹	۱۴۵۶	۴۵۶۷	۹۸۷	۲۵۴۴

۲۰- چند درصد دانشجویان آمریکایی در طول سالهای ۲۰۰۵ و ۲۰۰۶ مرد بوده‌اند؟

- (۱) ۵۱/۷% (۲) ۱۹۳/۱% (۳) ۴۸/۱% (۴) ۵۱۷%

۲۱- تقریباً چند درصد دانشجویان زن در سال ۲۰۰۸ نه آمریکایی و نه ایرانی بوده‌اند؟

- (۱) ۱۵/۶% (۲) ۸۷/۲% (۳) ۷۶/۵% (۴) ۲۳/۵%

پاسخ:

پاسخ ۲۰: گزینه «۳» ابتدا مجموع دانشجویان زن و مرد آمریکایی را در این دو سال حساب می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \text{تعداد مردها} &= ۳۲۵۶ + ۹۶۶ = ۴۲۲۲ \\ \text{تعداد زنها} &= ۲۱۴۵ + ۱۷۸۹ = ۳۹۳۴ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{جمع تعداد دانشجویان مرد و زن} = ۴۲۲۲ + ۳۹۳۴ = ۸۱۵۶$$

$$\frac{\text{تعداد مردها}}{\text{جمع تعداد مردها و زنها}} = \frac{۴۲۲۲}{۸۱۵۶} \times ۱۰۰ = ۵۱/۷\%$$

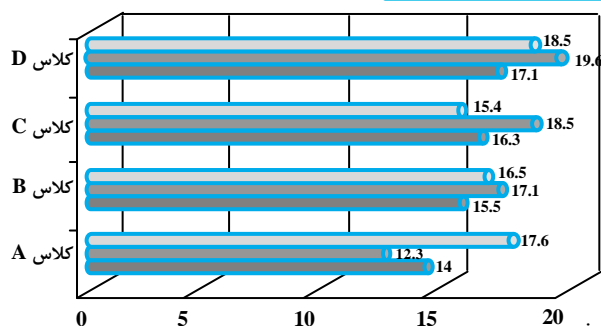
اکنون درصد دانشجویان مرد به راحتی حساب می‌شود:

پاسخ ۲۱: گزینه «۳» دقت به خواسته مسئله در این قسمت بسیار مهم است. ابتدا تعداد کل دانشجویان زن در سال ۲۰۰۸ را حساب می‌کنیم:

$$\text{تعداد کل دانشجویان زن در سال } ۲۰۰۸ : ۳۲۱۴ + ۴۵۱ + ۱۴۵۶ + ۹۸۷ = ۶۱۰۸$$

حال درصد تعداد دانشجویانی که نه آمریکایی هستند و نه ایرانی را حساب می‌کنیم (چینی‌ها و هندی‌ها):

$$\text{درصد دانشجویانی که نه ایرانی و نه آمریکایی هستند} = \frac{۳۲۱۴ + ۱۴۵۶}{۶۱۰۸} \times ۱۰۰ = ۷۶/۵\%$$



کلمه مثال ۲۲: نمودار میانگین نمرات دانش آموزان چهار کلاس برای ۳ درس

رسم شده است. مجموع میانگین سه کلاسی که در درس ریاضی کمترین بوده‌اند، تقریباً چند درصد مجموع میانگین کلاس A و B در درس فیزیک است؟ (فرض کنید هر کلاس ۱۰۰ نفر باشد.)

- (۱) ۴۵/۸% (۲) ۲۹/۴% (۳) ۱۵۵% (۴) ۱۲۰%

پاسخ: گزینه «۳» کافی است دو مقدار خواسته شده را از روی نمودار حساب کنیم:

$$\text{مجموع میانگین ۳ کلاس که در درس ریاضی کمترین بوده‌اند} = ۱۴ + ۱۵/۵ + ۱۶/۳ = ۴۵/۸$$

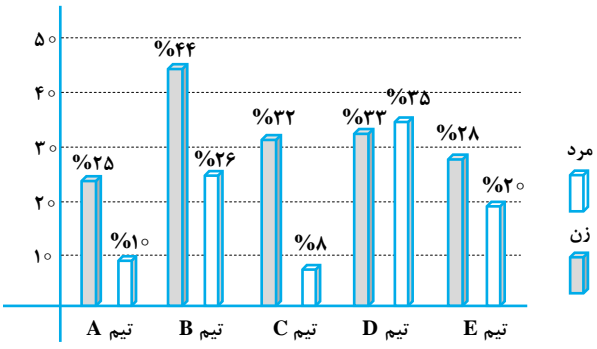
$$\text{مجموع میانگین نمره‌ی فیزیک دو کلاس A و B} = ۱۲/۳ + ۱۷/۱ = ۲۹/۴$$

$$\frac{\text{مجموع میانگین سه کلاس که در درس ریاضی کمترین بوده‌اند}}{\text{مجموع میانگین نمره‌ی فیزیک دو کلاس A و B}} = \frac{۴۵/۸}{۲۹/۴} = ۱/۵۵ = ۱۵۵\%$$

بنابراین پاسخ مسئله برابر با مقدار مقابل است:



جدول زیر، تعداد مدال‌های کسب شده توسط ورزشکاران پنج تیم نخست مسابقات ورزشی را نشان می‌دهد. نمودار زیر، نیز نشان می‌دهد که در هر تیم، چند درصد از ورزشکاران (مرد یا زن) که در مسابقات شرکت کرده‌اند، موفق به کسب مدال شده‌اند. مثلاً در تیم C، ۸ درصد از مردان شرکت کننده و ۳۲ درصد از زنان شرکت کننده، مدال گرفته‌اند و بقیه حذف شده‌اند.



جمع	برنز		نقره		طلا		مدال تیم/جنسیت
	زن	مرد	زن	مرد	زن	مرد	
۲۸	۴	۲	۵	۵	۴	۸	A
۲۴	۴	۶	۵	۱	۲	۶	B
۱۸	۱	۳	۴	۴	۳	۳	C
۱۶	۴	۲	۲	۴	۳	۱	D
۱۴	۵	۳	۱	۳	۱	۱	E
۱۰۰	۱۸	۱۷	۱۷	۱۷	۱۳	۱۹	جمع

۲۳- چند نفر از ورزشکاران زن شرکت کننده از تیم C، موفق به کسب مدال نشده‌اند؟
 ۱۷ (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳)

۲۴- در مسابقات، ورزشکاران مرد شرکت کننده از دو تیم D و E، چند نفر بیشتر از ورزشکاران زن این دو تیم بوده است؟
 صفر (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴)

۲۵- چند درصد از ورزشکاران تیم B، موفق به کسب مدال شده‌اند؟
 ۳۵ (۱) ۳۰ (۲) ۳۲ (۳) ۲۴ (۴)

۲۶- تقریباً چند درصد از ورزشکاران دو تیم C و D، مدال آوران زن بوده‌اند؟
 ۷ (۱) ۸ (۲) ۷/۵ (۳) ۸/۶ (۴)

پاسخ:

پاسخ ۲۳: گزینه «۱» باید ابتدا تعداد زنان شرکت کننده از تیم C را حساب کنیم، با توجه به نمودار سمت چپ می‌دانیم ۳۲٪ از زنان تیم C مدال آورده‌اند و از نمودار سمت راست تعداد زنان تیم C که مدال آورده‌اند، مشخص شده است، لذا داریم:

$$۸ = \frac{۳۲}{۱۰۰} x \Rightarrow x = \frac{۸۰۰}{۳۲} = ۲۵ \text{ (نفر)}$$

تعداد زنان شرکت کننده تیم C برابر با ۲۵ نفر است که ۸ نفر آن‌ها مدال آورده‌اند، بنابراین $۲۵ - ۸ = ۱۷$ نفر آن‌ها مدال نیاورده‌اند.

پاسخ ۲۴: گزینه «۲» در جدول سمت راست تعداد مردان و زنان مدال آور تیم‌های D و E، در جدول سمت چپ درصد مردان و زنان تیم‌های D و E که مدال آورده‌اند، مشخص شده است، بنابراین به راحتی تعداد مردان و زنان تیم‌های D و E حساب می‌شود:

اگر تعداد مردان تیم D را برابر x و تعداد زنان تیم D را برابر y در نظر بگیریم، داریم:

$$\frac{۳۳}{۱۰۰} y = ۹ \Rightarrow \text{تعداد زنان تیم D} = \frac{۹۰۰}{۳۳} \approx ۲۷ \text{ (نفر)}$$

$$\frac{۳۵}{۱۰۰} x = ۷ \Rightarrow \text{تعداد مردان تیم D} = x = \frac{۷۰۰}{۳۵} = ۲۰ \text{ (نفر)}$$

اگر تعداد مردان تیم E را a و تعداد زنان تیم E را b در نظر بگیریم، داریم:

$$\frac{۲۸}{۱۰۰} b = ۷ \Rightarrow b = \frac{۷ \times ۱۰۰}{۲۸} = \frac{۱۰۰}{۴} = ۲۵ \text{ (نفر)}$$

$$\frac{۲۰}{۱۰۰} a = ۷ \Rightarrow a = \frac{۸۰}{۲} = ۴۰ \text{ (نفر)}$$

$۲۰ + ۳۵ = ۵۵$ = تعداد مردان شرکت کننده در مسابقات از دو تیم D و E
 $۲۵ + ۲۷ = ۵۲$ = تعداد زنان شرکت کننده در مسابقات از دو تیم D و E
 بنابراین اختلاف خواسته شده برابر $۵۵ - ۵۲ = ۳$ می‌شود.

پاسخ ۲۵: گزینه «۳» برای پاسخ به این سؤال لازم است تعداد کل ورزشکاران تیم B را حساب کنیم:

$$\text{تعداد مردان مدال آور تیم B} = \frac{۲۶}{۱۰۰} x = ۱۳ \Rightarrow x = \frac{۱۳ \times ۱۰۰}{۲۶} = ۵۰ \text{ (نفر)}$$

$$\text{تعداد زنان مدال آور تیم B} = \frac{۴۴}{۱۰۰} y = ۱۱ \Rightarrow y = \frac{۱۱ \times ۱۰۰}{۴۴} = ۲۵ \text{ (نفر)}$$

$$\text{درصد ورزشکاران تیم B که موفق به کسب مدال شده‌اند} = \frac{۲۴}{۲۵ + ۵۰} \times ۱۰۰ = \frac{۲۴}{۷۵} \times ۱۰۰ = ۳۲\%$$

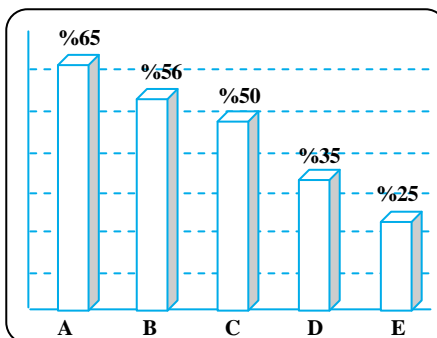
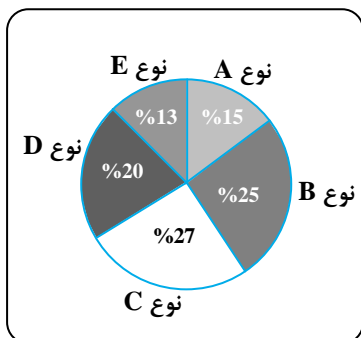
پاسخ ۲۶: گزینه «۴» برای پاسخ به این سؤال لازم است تعداد کل ورزشکاران تیم D و C حساب شود. با توجه به سؤالات قبل، تعداد کل ورزشکاران تیم D برابر با $47 = 27 + 20$ نفر به دست آمد و تعداد زنان تیم C برابر ۲۵ نفر، بنابراین کافی است تعداد مردان تیم C را حساب کنیم:

$$\frac{8}{100} (\text{تعداد مردان تیم C}) = 10 \Rightarrow (\text{تعداد مردان تیم C}) = \frac{1000}{8} = 125$$

$$\frac{8+9}{25+20+27+125} \times 100 = \frac{17}{197} \times 100 \approx 8.6\%$$

بنابراین خواسته‌ی سؤال به صورت مقابل به دست می‌آید:

مثال ۲۷: یک شرکت خودروسازی، محصولات خود را در ۵ نوع مختلف A, B, C, D و E عرضه می‌نماید. این شرکت، از طرف دولت موظف است که درصد خاصی از تولید هر نوع خودرو را دوگانه‌سوز نماید. نمودار سمت چپ، درصد تولید انواع خودرو و نمودار سمت راست، درصد دوگانه‌سوز بودن هر یک از انواع خودروی تولیدی این شرکت را نشان می‌دهد. کل تولید این شرکت در یک سال، ۱۳۲۰۰ دستگاه می‌باشد.



درصد تولید انواع خودرو در یک سال

درصد خودروهای دوگانه‌سوز هر نوع خودرو

تقریباً چند درصد از تولیدات این شرکت در یک سال، خودروهایی هستند که نه دوگانه‌سوزند و نه از نوع B, C و D؟

۲۰ (۴)

۱۳ (۳)

۱۵ (۲)

۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه «۲» در این سؤال، درصد خودروهایی خواسته شده که A هستند و دوگانه‌سوز نیستند و E هستند و دوگانه‌سوز نیستند با توجه به جدول داریم:

$$\text{نسبت خودروهای نوع A که دوگانه‌سوز نیستند (از کل خودروها)} = \frac{35}{100} \times \frac{15}{100} \Rightarrow 35\% \text{ دو گانه سوز نیستند} \Rightarrow 65\% \text{ خودروهای نوع A دوگانه‌سوز هستند}$$

$$\text{نسبت خودروهای نوع B که دوگانه‌سوز نیستند (از کل خودروها)} = \frac{75}{100} \times \frac{25}{100} \Rightarrow 75\% \text{ دو گانه سوز نیستند} \Rightarrow 25\% \text{ خودروهای نوع B دوگانه‌سوز هستند}$$

$$\frac{35}{100} \times \frac{15}{100} + \frac{75}{100} \times \frac{25}{100} = \frac{15}{100} = 15\%$$

حسابداری در پایان سال می‌خواهد به حساب‌های یک فروشگاه فرش که محصولات خود را در چهار درجه (یک تا چهار) و دو نوع (دستباف و ماشینی) عرضه می‌نماید، رسیدگی کند. سود حاصل از فروش هر نوع فرش در هر فصل (بر حسب هزار تومان)، در جدول زیر آمده است.

فصل	درجه ۱		درجه ۲		درجه ۳		درجه ۴	
	ماشینی	دستباف	ماشینی	دستباف	ماشینی	دستباف	ماشینی	دستباف
بهار	۶۱۵	۴۹۵	۵۴۶	۴۲۳	۴۳۵	۳۳۶	۳۳۰	۲۵۵
تابستان	۵۴۰	۳۹۰	۳۴۸	۲۷۰	۲۸۲	۲۴۶	۱۸۰	۱۲۰
پاییز	۶۳۰	۵۱۰	۵۱۰	۴۵۰	۳۱۵	۲۷۰	۲۸۵	۲۲۵
زمستان	۴۹۵	۴۲۰	۳۹۰	۳۰۰	۲۸۸	۱۳۵	۱۹۸	۱۰۲

۲۸- در بهار و تابستان، تقریباً چند درصد از سود حاصل از فروش فرش‌های درجه سه، مربوط به فرش دستباف بوده است؟

۵۳/۸ (۴)

۵۵/۲ (۳)

۴۶/۲ (۲)

۴۴/۸ (۱)

۲۹- چند درصد از سود حاصل از فروش فرش‌های درجه چهار، مربوط به فرش‌های ماشینی بوده که در فصلی غیر از تابستان فروخته شده‌اند؟

۴۷/۹ (۴)

۵۲/۱ (۳)

۳۴/۹ (۲)

۳۹/۶ (۱)



پاسخ:

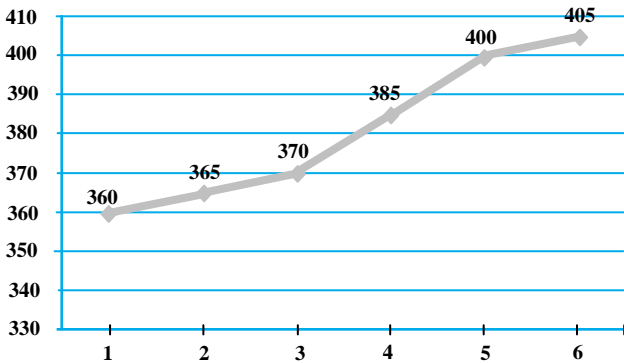
$$\left. \begin{array}{l} 1299 = \text{مجموع فروش درجه ۳ در بهار و تابستان} \\ 582 = \text{مجموع فروش درجه ۳ مربوط به فرش دستباف} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{درصد سود حاصل} = \frac{582}{1299} = 44.8\%$$

پاسخ ۲۸: گزینه «۱»

$$\left. \begin{array}{l} 1695 = \text{مجموع فروش درجه ۴} \\ 813 = \text{مجموع فروش فرش ماشینی به غیر از تابستان} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{درصد فروش} = \frac{813}{1695} = 47.9\%$$

پاسخ ۲۹: گزینه «۴»

■ نمودار زیر جمع نمرات یک دانشجو را در طول ۶ ترم (۳ سال) نشان می‌دهد. بیشترین نمره‌ی ممکن در هر ترم ۵۰۰ است.



۳۰- کل نمره‌ی به دست آمده در آخرین ترم چند درصد کل ترم اول است؟

(۱) ۱۰۲/۵ (۲) ۱۱۲/۵

(۳) ۸۸ (۴) ۸/۸

۳۱- درصد اختلاف نمره‌ی ترم اول از بیشترین نمره‌ی ممکن، تقریباً

چقدر از درصد اختلاف نمره‌ی ترم دوم از نمره‌ی ترم ششم، بیشتر است؟

(۱) ۳۶/۸ (۲) ۱۸

(۳) ۹/۸ (۴) ۲۴

پاسخ:

$$\frac{405}{360} = 1/125 \rightarrow 112.5\%$$

پاسخ ۳۰: گزینه «۲» به راحتی با استفاده از نمودار و با یک تقسیم ساده داریم:

پاسخ ۳۱: گزینه «۲» با توجه به صورت سؤال بیشترین نمره ممکن ۵۰۰ است، لذا داریم:

$$\left[\frac{(500 - 360)}{500} \times 100 \right] - \left[\frac{405 - 365}{405} \times 100 \right] = 28\% - 9.87\% \approx 18\%$$

■ به شکل مقابل توجه کنید و به دو سؤال زیر پاسخ دهید. (مجموع مساحت همه واحدها ۱۴۰,۰۰۰ متر مربع است)

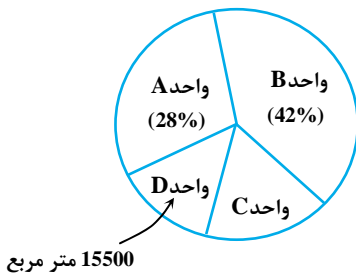
۳۲- مثال: اندازه‌ی بخش A تقریباً چند متر مربع بیشتر از بخش C است؟

(۱) ۹۰۰۰

(۲) ۱۱۰۰۰

(۳) ۱۲,۶۰۰

(۴) ۱۵,۵۰۰



۳۳- پاسخ: گزینه «۳» برای مشخص کردن اندازه بخش (C) ابتدا اندازه بخش (D) را به عنوان درصدی از اندازه کلی شکل معین می‌کنیم. از

کل ۱۴۰,۰۰۰ متر مربع، بخش D، ۱۵۵۰۰ متر مربع (یا تقریباً ۱۱٪) شکل را اشغال می‌کند. بنابراین بخش C، ۱۹٪ از کل شکل را اشغال کرده است.

(۱۹٪ = ۱۱٪ - ۴۲٪ - ۲۸٪ - ۱۰۰٪) سؤال تفاوت بین اندازه بخش A (۲۸٪) و بخش C (۱۹٪) را از شما می‌خواهد. تفاوت آن، ۹٪ از

کل ۱۴۰,۰۰۰ متر مربع یا به عبارتی ۱۲,۶۰۰ متر مربع می‌شود.

۳۳- مثال: مجموع مساحت بخش‌های B و D تقریباً چقدر است؟

(۴) ۷۴,۵۰۰ متر مربع

(۳) ۷۰,۰۰۰ متر مربع

(۲) ۵۷,۵۰۰ متر مربع

(۱) ۵۱,۰۰۰ متر مربع

پاسخ: گزینه «۴» اندازه‌ی بخش B، ۴۲٪ یا حدود ۵۹۰۰۰ متر مربع از ۱۴۰,۰۰۰ متر مربع است. بنابراین اندازه ترکیبی بخش B و D

تقریباً ۷۴,۵۰۰ متر مربع است.