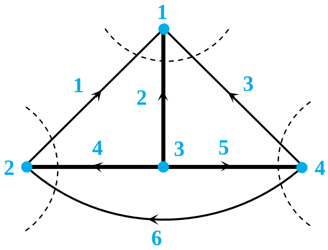
آزمون فصل ششم

۱ـ گزینه «۲» با توجه به اینکه شاخه‌های درخت از همه‌ی گره‌ها تنها یک‌بار عبور کرده و تشکیل حلقه نمی‌دهند، به راحتی می‌توان به گزینه‌ی ۲ رسید.

۲ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه کاتست‌های اساسی تنها از یک شاخه‌ی درخت و چند لینک عبور می‌کنند، بنابراین گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح می‌باشد. کاتست‌های اساسی مربوط به این گراف در شکل روبه‌رو مشخص شده است.



۳ـ گزینه «۱» برای محاسبه‌ی ماتریس F کافی است ماتریس حلقه‌های اساسی را بدست آورده و ماتریس واحد آن را حذف کنیم.

$$B=\begin{bmatrix}\underbrace{\begin{array}{ccc}۱&۰&۰\\۰&۱&۰\\۰&۰&۱\end{array}}_{I}&\vdots&\underbrace{\begin{array}{cccc}-۱&۱&۰&۰\\۰&-۱&۱&-۱\\۰&۱&۰&۱\end{array}}_{F}\end{bmatrix}\qquad\Rightarrow F=\begin{bmatrix}-۱&۱&۰&۰\\۰&-۱&۱&-۱\\۰&۱&۰&۱\end{bmatrix}$$

۴ـ گزینه «۳» با توجه به اینکه حلقه‌های اساسی شامل یک لینک و چند شاخه‌ی درخت می‌باشد پس گزینه‌های ۲و۴ به راحتی حذف می‌شوند. زیرا:

$$Q=\begin{bmatrix}\underbrace{\begin{array}{cccc}۱&۰&۰&۰\\۰&۱&۰&۰\\۰&۰&۱&۰\\۰&۰&۰&۱\end{array}}_{I}&\underbrace{\begin{array}{ccc}۰&۰&-۱\\۰&۱&۰\\۱&-۱&۱\\۰&۱&۱\end{array}}_{E}\end{bmatrix}$$

شاخه‌های درخت $=۱,۲,۳,۴$

گزینه‌های ۲و۴ تنها از شاخه‌های درخت تشکیل شده‌اند، پس نادرست هستند.

برای بدست آوردن معادلات حلقه‌ی اساسی ابتدا باید ماتریس B را محاسبه کنیم.

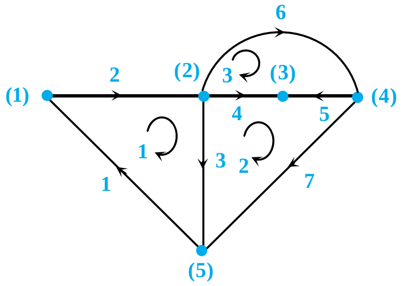
$$E=\begin{bmatrix}۰&۰&-۱\\۰&۱&۰\\۱&-۱&۱\\۰&۱&۱\end{bmatrix}\quad\Rightarrow\quad F=-E^T=\begin{bmatrix}۰&۰&-۱&۰\\۰&-۱&۱&-۱\\۱&۰&-۱&-۱\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}۰&۰&-۱&۰\\۰&-۱&۱&-۱\\۱&۰&-۱&-۱\end{bmatrix}\Rightarrow B=\begin{bmatrix}۰&۰&-۱&۰&۱&۰&۰\\۰&-۱&۱&-۱&۰&۱&۰\\۱&۰&-۱&-۱&۰&۰&۱\end{bmatrix}$$

بنابراین داریم:

$$BV=۰\Rightarrow \text{معادلات حلقه‌های اساسی}:\begin{cases}-V_۳+V_۵=۰\\-V_۲+V_۳-V_۴+V_۶=۰\\V_۱-V_۳-V_۴+V_۷=۰\end{cases}\Rightarrow\ \{۳,۵\},\{۲,۳,۴,۶\},\{۱,۳,۴,۷\}$$

۵ـ گزینه «۴» با توجه به اینکه جهت جریان مش‌ها در شاخه‌های مشترک در خلاف یکدیگر می‌باشند، بنابراین عناصر روی قطر فرعی ماتریس امپدانس مش باید مقدار حقیقی منفی داشته باشند (زیرا R همواره مثبت است اما x بسته به وجود خازن یا سلف در شاخه‌ی مشترک می‌تواند مثبت یا منفی باشد).
بنابراین گزینه‌های ۱ و ۳ نادرست می‌باشند.
هم‌چنین عناصر روی قطر فرعی باید با یکدیگر برابر باشند، بنابراین گزینه ۱ نادرست است.
از طرفی چون عناصر روی قطر اصلی ماتریس برابر مجموع امپدانس‌های موجود در مش می‌باشد، بنابراین همواره قسمت حقیقی عناصر قطر اصلی از قدر مطلق قسمت حقیقی عناصر مربوط به همان سطر بزرگ‌تر هستند پس گزینه‌ی ۲ نیز نادرست است.

۶ـ گزینه «۱» با توجه به گراف، مشاهده می‌شود مدار شامل ۳ مش می‌باشد. لذا ماتریس M_a به صورت زیر قابل محاسبه است.

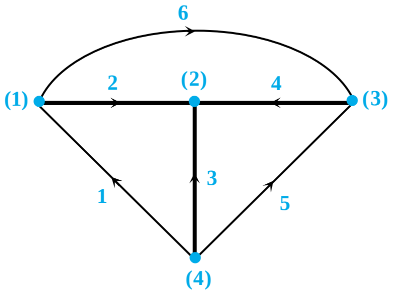


$$M_a=\begin{array}{c|ccccccc|}&۱&۲&۳&۴&۵&۶&۷\\\hline ۱&۱&۱&۱&۰&۰&۰&۰\\۲&۰&۰&-۱&۱&-۱&۰&۱\\۳&۰&۰&۰&-۱&۱&۱&۰\\\text{حلقه‌ی بیرونی}&-۱&-۱&۰&۰&۰&-۱&-۱\end{array}$$

دقت شود که جهت مثبت حلقه‌ی خارجی پادساعتگرد می‌باشد.

۷ـ گزینه «۱» سطر اول ماتریس A_a بیانگر این است که تنها شاخه‌های ۱و۲ به گره‌ی ۱ وصل بوده و همچنین شاخه‌ی ۱ به گره‌ی ۱ وارد شده و شاخه‌ی ۲ از گره‌ی ۱ خارج می‌شود. بنابراین با بررسی گزینه‌ها مشاهده می‌شود تنها گزینه‌ی ۱ این ویژگی‌ها را دارا می‌باشد.

۸ـ گزینه «۴» با توجه به شاخه‌های درخت در نظر گرفته شده داریم:



$$\begin{array}{c|cccccc} & ۱ & ۲ & ۳ & ۴ & ۵ & ۶ \\ \hline ۱ & ۱ & ۱ & -۱ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۵ & ۰ & ۰ & -۱ & ۱ & ۱ & ۰ \\ ۶ & ۰ & -۱ & ۰ & ۱ & ۰ & ۱ \end{array} = B$$

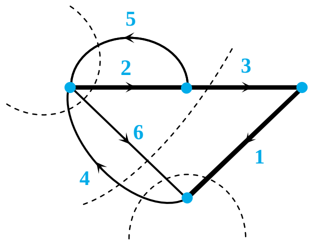
حال ماتریس واحد را تشکیل داده و F را از ماتریس B جدا می‌کنیم:

$$B=\begin{array}{c|cccccc} & ۲ & ۳ & ۴ & ۱ & ۵ & ۶ \\ \hline ۱ & ۱ & -۱ & ۰ & ۱ & ۰ & ۰ \\ ۵ & ۰ & -۱ & ۱ & ۰ & ۱ & ۰ \\ ۶ & -۱ & ۰ & ۱ & ۰ & ۰ & ۱ \\ \hline & \multicolumn{3}{c}{\underbrace{\hspace{2cm}}_{F}} & \multicolumn{3}{c}{\underbrace{\hspace{2cm}}_{I}} \end{array} \Rightarrow F=\begin{bmatrix} ۱ & -۱ & ۰ \\ ۰ & -۱ & ۱ \\ -۱ & ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

۹ـ گزینه «۲» با توجه به رابطه‌ی $E=-F^T$ ماتریس E را بدست می‌آوریم:

$$E=\begin{bmatrix} -۱ & ۰ & ۱ \\ ۱ & ۱ & ۰ \\ ۰ & -۱ & -۱ \end{bmatrix}$$

۱۰ـ گزینه «۳» کاتست‌های اساسی گراف داده شده در شکل مشخص شده‌اند، بنابراین گزینه ۳ صحیح می‌باشد.



۱۱ـ گزینه «۲» با توجه به گراف تست قبل، حلقه‌های اساسی آن به صورت روبه‌رو می‌باشد:

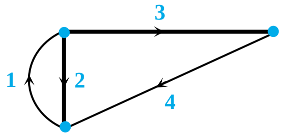
$$\{۱,۲,۳,۴\},\{۱,۲,۳,۶\},\{۲,۵\}$$

۱۲ـ گزینه «۳» سطر اول ماتریس B بیانگر این است که شاخه‌های ۱، ۴و۶ تشکیل یک حلقه اساسی می‌دهند، به طوری که شاخه‌های ۱و۶ هم‌جهت بوده و در خلاف جهت شاخه‌ی ۴ می‌باشند. بنابراین گزینه‌ی ۱ و ۲ نادرست هستند.

از طرفی سطر سوم ماتریس B بیانگر این است که شاخه‌های ۳، ۵ و۶ تشکیل یک حلقه‌ی اساسی می‌دهند، به طوری که شاخه‌های ۳ و ۵ هم‌جهت بوده و در خلاف جهت شاخه‌ی ۶ می‌باشند. از بین گزینه‌های باقیمانده، این شرط تنها در گزینه‌ی ۳ رعایت شده است.

۱۳ـ گزینه «۱» کاتست‌های اساسی از یک شاخه درخت در چند لینک عبور می‌کنند. از طرفی با توجه به ماتریس B داده شده، مشاهده می‌شود درخت در گراف مربوط به این ماتریس شامل شاخه‌های۶، ۵ و ۴ می‌باشد و شاخه‌های ۳، ۲و ۱ لینک‌های گراف را تشکیل می‌دهند. بنابراین با بررسی گزینه‌ها مشاهده می‌شود که در گزینه‌های ۲و۳و۴ از ۲و۳ شاخه‌ی درخت در معادله‌ی کاتست استفاده شده است. در نتیجه گزینه‌ی ۱ می‌تواند پاسخ صحیح باشد.

۱۴ـ گزینه «۲» برای بدست آوردن Z_L طبق رابطه‌ی $Z_L=B\,Z_b\,B^T$ کافی است ماتریس B را محاسبه کنیم:



$$B=\begin{array}{c|cccc} & ۱ & ۲ & ۳ & ۴ \\ \hline ۱ & ۱ & ۱ & ۰ & ۰ \\ ۴ & ۰ & -۱ & ۱ & ۱ \end{array}$$

$$Z_L=B\,Z_b\,B^T=\begin{bmatrix} R+\dfrac{۱}{C_۱ s} & \dfrac{-۱}{C_۱ S} \\ \dfrac{-۱}{C_۱ S} & LS+\dfrac{۱}{C_۱ S}+\dfrac{۱}{C_۲ S} \end{bmatrix}$$

۱۵ـ گزینه «۴» با توجه به ماتریس B داریم:

$$B=\begin{bmatrix} \underbrace{\begin{matrix} -۱ & ۰ & -۱ \\ ۰ & -۱ & ۱ \\ ۱ & -۱ & ۱ \end{matrix}}_{F} & \underbrace{\begin{matrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{matrix}}_{I} \end{bmatrix} \qquad E=-F^T=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ & -۱ \\ ۰ & ۱ & ۱ \\ ۱ & -۱ & -۱ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow Q=[I\,|\,E]=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ & ۱ & ۰ & -۱ \\ ۰ & ۱ & ۰ & ۰ & ۱ & ۱ \\ ۰ & ۰ & ۱ & ۱ & -۱ & -۱ \end{bmatrix}$$

۱۶ـ گزینه «۴» با توجه به گراف داده شده مشاهده می‌شود که شاخه‌های $\{۱,۲,۶\}$و$\{۲,۴,۶\}$ نمی‌توانند تشکیل کاتست بدهند، بنابراین گزینه‌های ۱، ۲و۳ نادرست می‌باشند.

۱۷ـ گزینه «۴» سطر اول ماتریس Q بیانگر این است که شاخه‌های ۱و۴ در یک کاتست قرار داشته و هم‌جهت می‌باشند، لذا گزینه‌های ۱و۳ نمی‌توانند صحیح باشند. با بررسی سطر سوم ماتریس مشاهده می‌شود شاخه‌های ۳، ۴ و ۵ تشکیل یک کاتست می‌دهند، به طوری که شاخه‌های ۳و۴ هم‌جهت و شاخه ۵ در خلاف جهت آن‌ها می‌باشد، لذا گزینه‌ی ۴ نیز حذف می‌شود. پس گزینه‌ی ۲ صحیح می‌باشد.

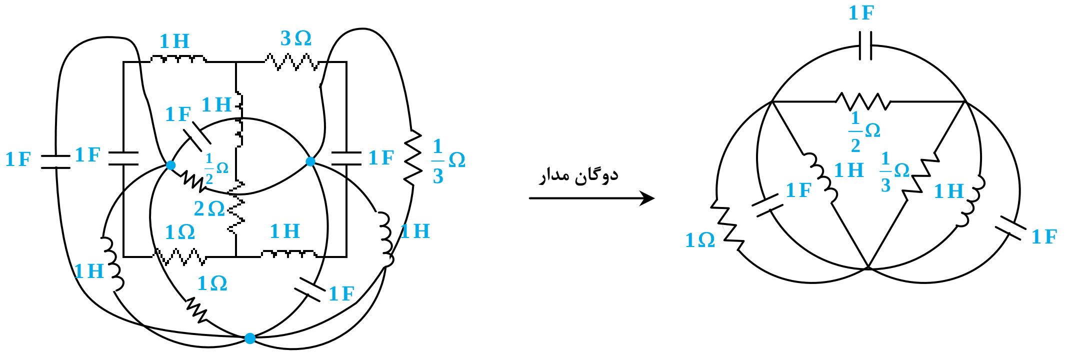
۱۸ـ گزینه «۳» با توجه به گراف داده شده مشاهده می‌شود شاخه‌های $\{۱,۲,۵\}$, $\{۴,۳,۵\}$, $\{۱,۲,۳\}$ نمی‌توانند تشکیل حلقه دهند، بنابراین گزینه‌های ۱، ۲و۴ نادرست می‌باشند.

۱۹ـ گزینه «۱» با توجه به ماتریس Q داریم:

$$Q=\begin{bmatrix} \underbrace{\begin{matrix} ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ \end{matrix}}_{I} & \underbrace{\begin{matrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & -۱ \\ ۱ & -۱ \end{matrix}}_{E} \end{bmatrix} \quad , \quad F=-E^T=\begin{bmatrix} -۱ & ۰ & -۱ \\ ۰ & ۱ & ۱ \end{bmatrix}$$

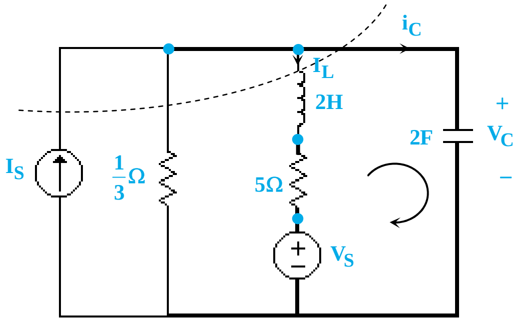
$$\Rightarrow B=[F|I]=\begin{bmatrix} -۱ & ۰ & -۱ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۱ & ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

۲۰ـ گزینه «۳» برای بدست آوردن دوگان مواد داده شده بر طبق مراحل ذکر شده در متن درس، به صورت زیر عمل می‌کنیم:



آزمون فصل هفتم

۱ـ گزینه «۱» ابتدا درختی شامل خازن‌ها و منابع ولتاژ را در مدار مشخص می‌کنیم:



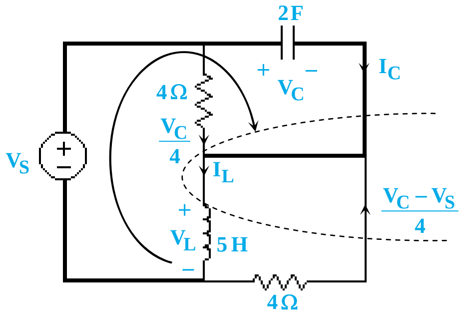
حال معادلات حلقه اساسی و کاتست اساسی مورد نیاز را می‌نویسیم:

کاتست اساسی: $I_C + I_L + \frac{V_C}{\frac{۱}{۳}} - I_S = ۰ \Rightarrow ۲\frac{dV_C}{dt} = -I_L - ۳V_C + I_S \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = -\frac{۱}{۲}I_L - \frac{۳}{۲}V_C + \frac{I_S}{۲}$

حلقه‌ی اساسی: $V_C - V_S - ۵I_L - ۲\frac{dI_L}{dt} = ۰ \Rightarrow \frac{dI_L}{dt} = \frac{۱}{۲}V_C - \frac{۵}{۲}I_L - \frac{V_S}{۲} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -\frac{۳}{۲} & -\frac{۱}{۲} \\ \frac{۱}{۲} & -\frac{۵}{۲} \end{bmatrix}$

۲ـ گزینه «۳» ابتدا درخت مناسب را انتخاب می‌کنیم:

حال معادلات حلقه‌های اساسی و کاتست‌های اساسی را می‌نویسیم:

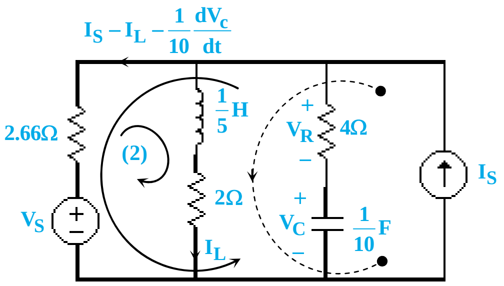


کاتست اساسی: $\frac{۲dV_C}{dt} - I_L + \frac{V_C - V_S}{۴} + \frac{V_C}{۴} = ۰ \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = -\frac{V_C}{۴} + \frac{۱}{۲}I_L + \frac{V_S}{۸}$ (۱)

حلقه اساسی: $-V_S + V_C + ۵\frac{dI_L}{dt} = ۰ \Rightarrow \frac{dI_L}{dt} = -\frac{V_C}{۵} + \frac{V_S}{۵}$ (۲)

$$(۱),(۲) \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{dI_L}{dt} \\ \frac{dVC}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ & -\frac{۱}{۵} \\ \frac{۱}{۲} & -\frac{۱}{۴} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{۱}{۵} \\ \frac{۱}{۸} \end{bmatrix} V_S$$

۳ـ گزینه «۱» ابتدا درخت مناسب برای مدار را مشخص می‌کنیم:



کاتست اساسی: $\frac{۱}{۱۰}\frac{dV_C}{dt} = \frac{V_R}{۴} \Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = \frac{۵}{۲}V_R$

حلقه اساسی (۱):

$$V_R = ۲/۶۶ \times (I_S - I_L - \frac{۱}{۱۰}\frac{dV_C}{dt}) + V_S - V_C$$

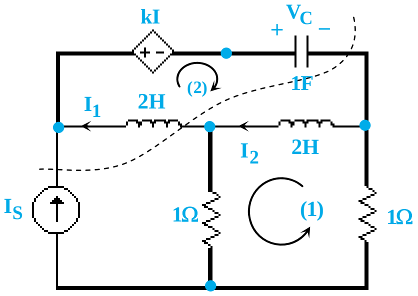
$$\Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = \frac{۵}{۲}(۲/۶۶I_S - ۲/۶۶I_L - ۰/۲۶۶\frac{dV_C}{dt} + V_S - V_C) = ۰$$

$$\Rightarrow \frac{dV_C}{dt} = -۱/۵V_C - ۴I_L + ۱/۵V_S + ۴I_S \quad (۱)$$

حلقه‌ی اساسی (۲): $\frac{۱}{۵}\frac{dI_L}{dt} + ۲I_L - V_S - ۲/۶۶(I_S - I_L - \frac{۱}{۱۰}\frac{dV_C}{dt}) = ۰ \Rightarrow \frac{dI_L}{dt} = ۲V_C - ۱۸I_L + ۱/۶I_S + ۰/۶V_S$ (۲)

$$(۱),(۲) \rightarrow \begin{bmatrix} \dot{I}_L \\ \dot{V}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱۸ & ۲ \\ -۴ & -۱/۵ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۱/۶ & ۰/۶ \\ ۴ & ۱/۵ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_S \\ V_S \end{bmatrix}$$

۴ـ گزینه «۴» با انتخاب درخت مناسب معادلات حالت مدار را بدست می‌آوریم (ولتاژ خازن و جریان سلف‌ها به عنوان متغیرهای حالت انتخاب شده‌اند):



کاتست اساسی: $$\frac{dV_C}{dt}-I_۱-I_S=۰ \Rightarrow \frac{dV_C}{dt}=I_۱+I_S \qquad (۱)$$

حلقه‌ی اساسی (۱): $$\frac{۲dI_۲}{dt}+(I_۲-I_۱)+(I_۲-I_۱-I_S)=۰ \Rightarrow \frac{dI_۲}{dt}=I_۱-I_۲+\frac{۱}{۲}I_S \qquad (۲)$$

حلقه‌ی اساسی (۲): $$\frac{۲dI_۱}{dt}+kI+V_c-(I_۲-I_۱-I_S)-(I_۲-I_۱)=۰ \quad , \quad I=I_S+I_۱-I_۲$$

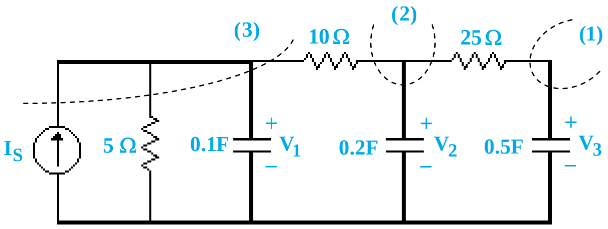
$$\frac{dI_۱}{dt}=-\frac{(k+۲)}{۲}I_۱+\frac{(k+۲)}{۲}I_۲-\frac{(k+۱)}{۲}I_S-\frac{V_C}{۲} \qquad (۳)$$

$$(۱),(۲),(۳) \rightarrow B=\begin{bmatrix} -\frac{(k+۱)}{۲} \\ \frac{۱}{۲} \\ ۱ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -۲ \\ \frac{۱}{۲} \\ ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow k=۳$$

۵ـ گزینه «۲» با توجه به معادلات حالت به دست آمده در تست قبل، با فرض $k=۳$ داریم:

$$A=\begin{bmatrix} -\frac{۵}{۲} & \frac{۵}{۲} & -\frac{۱}{۲} \\ ۱ & -۱ & ۰ \\ ۱ & ۰ & ۰ \end{bmatrix}$$

۶ـ گزینه «۱» با انتخاب درخت مناسب و نوشتن معادلات حلقه اساسی و کاتست اساسی داریم:



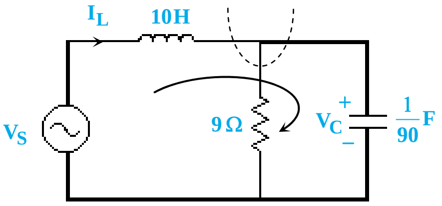
کاتست (۱): $$۰/۵\frac{dV_۳}{dt}=\frac{V_۲-V_۳}{۲۵} \Rightarrow \frac{dV_۳}{dt}=۰/۰۸V_۲-۰/۰۸V_۳ \qquad (۱)$$

کاتست (۲): $$۰/۲\frac{dV_۲}{dt}+\frac{V_۲-V_۱}{۱۰}+\frac{V_۲-V_۳}{۲۵}=۰ \Rightarrow \frac{dV_۲}{dt}=۰/۵V_۱-۰/۷V_۲+۰/۲V_۳ \qquad (۲)$$

کاتست (۲): $$۰/۱\frac{dV_۱}{dt}+\frac{V_۱}{۵}+\frac{V_۱-V_۲}{۱۰}=I_S \Rightarrow \frac{dV_۱}{dt}=-۳V_۱+V_۲+۱۰I_S \qquad (۳)$$

$$(۱),(۲),(۳) \rightarrow A=\begin{bmatrix} -۳ & ۱ & ۰ \\ ۰/۵ & -۰/۷ & ۰/۲ \\ ۰ & ۰/۰۸ & -۰/۰۸ \end{bmatrix}$$

۷ـ گزینه «۱» با انتخاب درخت مناسب و نوشتن معادلات حلقه‌ی اساسی و کاتست اساسی داریم:

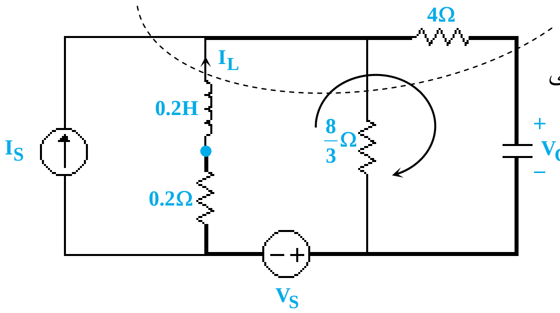


کاتست اساسی: $$\frac{۱}{۹۰}\frac{dV_C}{dt}+\frac{V_C}{۹}=I_L \Rightarrow \frac{dV_C}{dt}=-۱۰V_C+۹۰I_L \qquad (۱)$$

حلقه‌ی اساسی: $$۱۰\frac{dI_L}{dt}+V_C-V_S=۰ \Rightarrow \frac{dI_L}{dt}=-۰/۱V_C+۰/۱V_S \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{dI_L}{dt} \\ \frac{dV_C}{dt} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۰ & -۰/۱ \\ ۹۰ & -۱۰ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_L \\ V_C \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} ۰/۱ \\ ۰ \end{bmatrix}V_S$$

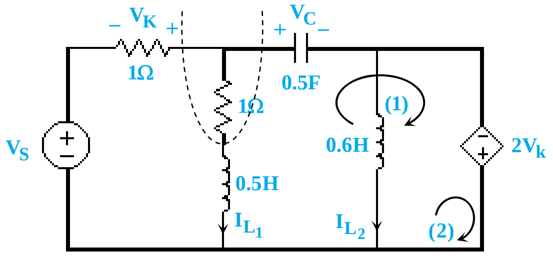
۸ـ گزینه «۱» با انتخاب درخت مناسب معادلات حلقه‌ی اساسی و کاتست اساسی را به دست می‌آوریم:



کاتست اساسی: $C\frac{dV_C}{dt}+\frac{۳}{۸}(V_C+۴c\frac{dV_C}{dt})=I_L+I_S \Rightarrow (C+\frac{۳c}{۲})\frac{dV_C}{dt}=-\frac{۳}{۸}V_C+I_L+I_S$

$$\Rightarrow \frac{dV_C}{dt}=-\frac{۳}{۲۰C}V_C+\frac{۲}{۵C}I_L+\frac{۲}{۵C}I_S \Rightarrow \begin{cases}-\frac{۳}{۲۰C}=-۱/۵\\ \frac{۲}{۵C}=۴\end{cases} \Rightarrow C=۰/۱\ F$$

۹ـ گزینه «۲» با انتخاب درخت مناسب، معادلات حلقه اساسی و کاتست اساسی را بدست می‌آوریم:



کاتست اساسی: $۰/۵\frac{dV_C}{dt}+I_{L۱}+V_k=۰$

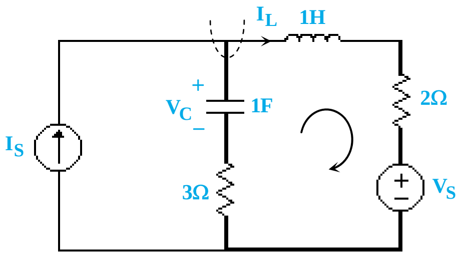
$$V_k=V_C-۲V_k-V_S \Rightarrow V_k=\frac{V_C-V_S}{۳} \Rightarrow \frac{dV_C}{dt}=-\frac{۲}{۳}V_C-۲I_{L۱}+\frac{۲}{۳}V_S \qquad (۱)$$

حلقه‌ی اساسی (۱): $۰/۵\frac{dI_{L۱}}{dt}+۲V_k-V_C+I_{L۱}=۰ \Rightarrow \frac{dI_{L۱}}{dt}=\frac{۲}{۳}V_C-۲I_{L۱}+\frac{۴}{۳}V_S \qquad (۲)$

حلقه‌ی اساسی (۲): $۰/۶\frac{dI_{L۲}}{dt}+۲V_k=۰ \Rightarrow \frac{dI_{L۲}}{dt}=-\frac{۱۰}{۹}V_C+\frac{۱۰}{۹}V_S \qquad (۳)$

$$(۱),(۲),(۳) \Rightarrow \begin{bmatrix}\dot{I}_{L۱}\\ \dot{I}_{L۲}\\ \dot{V}_C\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۲ & ۰ & ۰/۶۶\\ ۰ & ۰ & -\frac{۱۰}{۹}\\ -۲ & ۰ & -۰/۶۶\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_{L۱}\\ I_{L۲}\\ V_C\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۱/۳۳\\ \frac{۱۰}{۹}\\ ۰/۶۶\end{bmatrix}V_S$$

۱۰ـ گزینه «۴» با انتخاب درخت مناسب، معادلات حلقه‌ی اساسی و کاتست اساسی را بدست می‌آوریم:

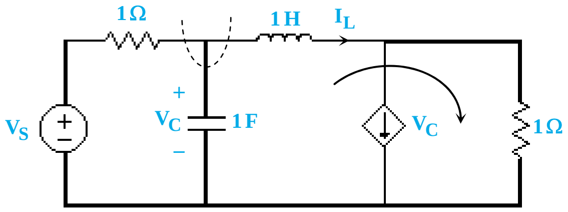


کات‌ست اساسی: $\frac{dV_C}{dt}+I_L=I_s \Rightarrow \frac{dV_C}{dt}=-I_L+I_S \qquad (۱)$

حلقه‌ی اساسی: $\frac{dI_L}{dt}+۲I_L+V_S+۳\times(I_L-I_S)-V_C=۰ \Rightarrow \frac{dI_L}{dt}=V_C-۵I_L+۳I_S-V_S \qquad (۲)$

$$(۱),(۲) \rightarrow \begin{bmatrix}\dot{V}_C\\ \dot{I}_L\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۰ & -۱\\ ۱ & -۵\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_C\\ I_L\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۳ & -۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_S\\ V_S\end{bmatrix}$$

۱۱ـ گزینه «۳» با انتخاب درخت مناسب، معادلات حلقه اساسی و کاتست اساسی را به دست می‌آوریم:

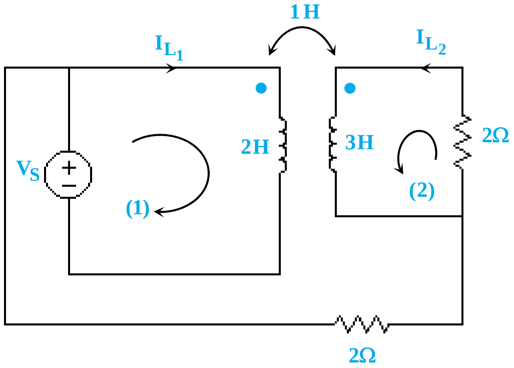


کاتست اساسی: $\frac{dV_C}{dt}=-I_L+\frac{V_S-V_C}{۱} \Rightarrow \frac{dV_C}{dt}=-V_C-I_L+V_S \qquad (۱)$

حلقه‌ی اساسی: $\frac{dI_L}{dt}+(I_L-V_C)-V_C=۰ \Rightarrow \frac{dI_L}{dt}=۲V_C-I_L \qquad (۲)$

$$(۱),(۲) \rightarrow A=\begin{bmatrix}-۱ & -۱\\ ۲ & -۱\end{bmatrix}$$

۱۲ـ گزینه «۳» با اعمال KVL در حلقه‌های مشخص‌شده داریم:



$$\text{kvl }(۱): \frac{۲dI_{L۱}}{dt}+\frac{dI_{L۲}}{dt}=V_S \qquad (۱)$$

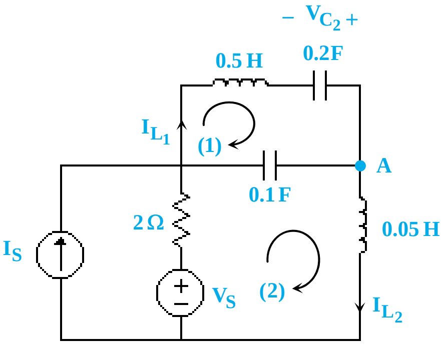
$$\text{kvl }(۲): ۲I_{L۲}+۳\frac{dI_{L۲}}{dt}+\frac{dI_{L۱}}{dt}=۰ \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲) \rightarrow -۴I_{L۲}-۶\frac{dI_{L۲}}{dt}+\frac{dI_{L۲}}{dt}=V_S \Rightarrow \begin{cases}\frac{dI_{L۱}}{dt}=\frac{۲}{۵}I_{L۲}+\frac{۳}{۵}V_S\\ \frac{dI_{L۲}}{dt}=-\frac{۴}{۵}I_{L۲}-\frac{V_S}{۵}\end{cases}$$

۱۳ـ گزینه «۲» با توجه به معادلات بدست آمده در تست قبل داریم:

$$B=\begin{bmatrix}\frac{۳}{۵}\\ -\frac{۱}{۵}\end{bmatrix}$$

۱۴ـ گزینه «۱» با توجه به شکل مدار داریم:



$$I_{L۱}=-I_{C۲}=-۰/۲\,\dot{V}_{C۲} \Rightarrow \dot{V}_{C۲}=-۵I_{L۱}$$

$$\text{KVL}(۱): ۰/۵\,\dot{I}_{L۱}-V_{C۲}+V_{C۱}=۰ \Rightarrow \dot{I}_{L۱}=۲V_{C۲}-۲V_{C۱}$$

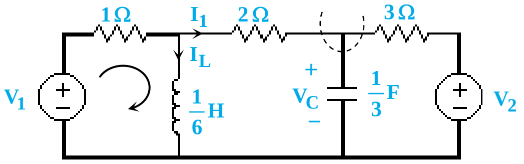
$$\text{KVL}(۲): -V_{C۱}+۰/۰۵\,\dot{I}_{L۲}-V_S-۲\times(I_S-I_{L۱}+۰/۱\dot{V}_{C۱})=۰$$

$$\Rightarrow \dot{I}_{L۲}=۲۰V_{C۱}+۲۰V_S+۴۰I_S-۴۰I_{L۱}+۴\dot{V}_{C۱} \qquad (*)$$

$$\text{KCL}(A): ۰/۲\,\dot{V}_{C۲}+۰/۱\,\dot{V}_{C۱}+I_{L۲} \Rightarrow \dot{V}_{C۱}=۱۰I_{L۱}-۱۰I_{L۲}$$

$\xrightarrow{(*)} \dot{I}_{L۲}=۲۰V_{C۱}-۴۰I_{L۲}+۲۰V_S+۴۰I_S$ بنابراین گزینه‌ی ۱ صحیح است.

۱۵ـ گزینه «۱» با انتخاب درخت مناسب، معادلات حلقه‌ی اساسی و کاتست اساسی را بدست می‌آوریم:



کاتست اساسی: $\frac{۱}{۳}\dot{V}_c+\frac{V_c-V_۲}{۳}=I_۱ \Rightarrow \dot{V}_c=۳I_۱-V_c+V_۲$

حلقه اساسی: $\frac{۱}{۶}\dot{I}_L-V_۱+(I_L+I_۱)=۰ \Rightarrow \dot{I}_L=-۶I_L-۶I_۱+۶V_۱$

از طرفی داریم:

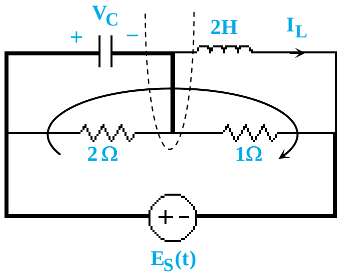
$$-V_۱+(I_۱+I_L)+۲I_۱+V_C=۰ \rightarrow I_۱=\frac{V_۱-I_L-V_C}{۳}$$

بنابراین:

$$\dot{V}_C=-۲V_C-I_L+V_۱+V_۲ \quad \text{و} \quad \dot{I}_L=۲V_C-۴I_L+۴V_۱$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix}\dot{V}_C\\ \dot{I}_L\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۲ & -۱\\ ۲ & -۴\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_c\\ I_L\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۱ & ۱\\ ۴ & ۰\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_۱\\ V_۲\end{bmatrix}$$

۱۶ـ گزینه «۴» با انتخاب درخت مناسب، معادلات حلقه‌ی اساسی و کاتست اساسی را بدست می‌آوریم:



کاتست اساسی: $\frac{dV_C}{dt}+\frac{V_C}{۲}+\frac{V_C-E_S}{۱}-I_L=۰\Rightarrow\frac{dV_C}{dt}=-\frac{۳}{۲}V_C+I_L+E_S$ (۱)

حلقه‌ی اساسی: $\frac{۲dI_L}{dt}-E_S+V_C=۰\Rightarrow\frac{dI_L}{dt}=-\frac{V_C}{۲}+\frac{E_S}{۲}$ (۲)

$$(۱),(۲)\rightarrow\begin{bmatrix}\frac{dV_C}{dt}\\ \frac{dI_L}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{۳}{۲} & ۱\\ -\frac{۱}{۲} & ۰\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_C\\ I_L\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۱\\ \frac{۱}{۲}\end{bmatrix}E_S$$

۱۷ـ گزینه «۲» برای حل این سؤال کافی است معادله‌ی مشخصه‌ی مدار را بدست آوریم:

معادله‌ی مشخصه $=\det(SI-A)=۰$ $\qquad SI-A=\begin{bmatrix}S & ۷\\ -۱ & S+۸\end{bmatrix}$

$$\Rightarrow\det(SI-A)=S^۲+۸S+۷=(S+۱)(S+۷)\Rightarrow S=-۱,-۷$$

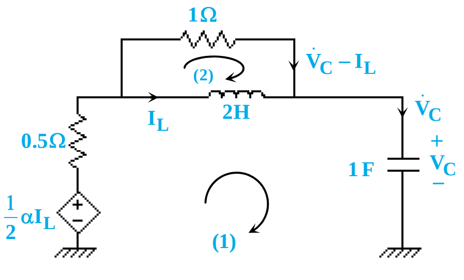
بنابراین فرم پاسخ مدار به شکل روبرو می‌باشد: $I_L(t)=k_۱e^{-t}+k_۲e^{-۷t}$

۱۸ـ گزینه «۳» با توجه به فرکانس‌های طبیعی ظاهر شده در پاسخ داریم:

معادله‌ی مشخصه $=(S+۴)(S+۶)=S^۲+۱۰S+۲۴=\det(SI-A)$

$A=\begin{bmatrix}۰ & -۲۴\\ ۱ & -۱۰\end{bmatrix}\rightarrow SI-A=\begin{bmatrix}S & ۲۴\\ -۱ & S+۱۰\end{bmatrix}\rightarrow\det(SI-A)=S^۲+۱۰S+۲۴$ که این شرط تنها در گزینه‌ی ۳ برقرار می‌باشد.

۱۹ـ گزینه «۲» ابتدا جریان شاخه‌ها را مشخص می‌کنیم. سپس با اعمال KVL در دو حلقه‌ی موجود در مدار، معادلات حالت را بدست می‌آوریم (دقت شود چون می‌خواهیم فقط ماتریس A را بدست آوریم، می‌توانیم منابع مستقل را بی‌اثر کنیم):

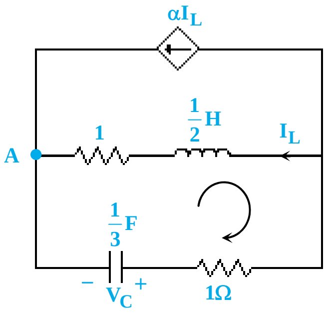


KVL(۱): $-\frac{۱}{۲}\alpha I_L+۰/۵\dot V_c+۲\dot I_L+V_c=۰$ (۱)

KVL(۲): $\dot V_c-I_L=۲\dot I_L$ (۲)

$$(۱),(۲)\rightarrow\begin{cases}\dot V_c=-\frac{۲}{۳}V_c+\frac{(\alpha+۲)}{۳}I_L\\ \dot I_L=-\frac{۱}{۳}V_c+\frac{(\alpha-۱)}{۶}I_L\end{cases}\xrightarrow{X=\begin{bmatrix}I_L\\ V_c\end{bmatrix}}A=\begin{bmatrix}\frac{(\alpha-۱)}{۶} & -\frac{۱}{۳}\\ \frac{(\alpha+۲)}{۳} & -\frac{۲}{۳}\end{bmatrix}$$

۲۰ـ گزینه «۳» با اعمال KCL در گره A داریم:



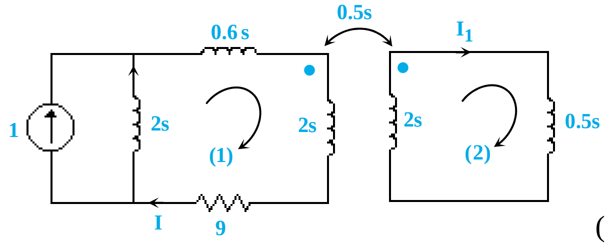
$$\text{KCL (A)}:\ (\alpha+۱)I_L+\frac{۱}{۳}\frac{dV_C}{dt}=۰\Rightarrow\frac{dV_C}{dt}=-۳(\alpha+۱)I_L$$

$$\Rightarrow-۳(\alpha+۱)=-۹\rightarrow\alpha=۲$$

آزمون فصل هشتم

۱ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم (همچنین M را محاسبه می‌کنیم: $M=k\sqrt{L_۱L_۲}=۰/۵$).

حال با اعمال KVL در حلقه‌های ۱و۲ داریم:



$$KVL(۱):۲s(I-۱)+۰/۶sI+۲sI-۰/۵sI_۱+۹I=۰$$

$$\Rightarrow\ (۴/۶s+۹)I-۰/۵sI_۱=۲s\qquad(۱)$$

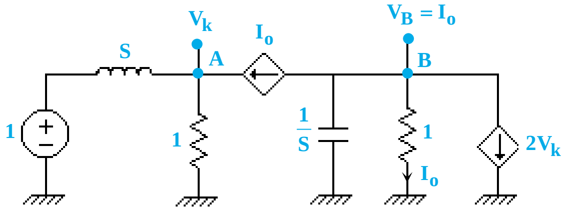
$$KVL(۲):۲sI_۱-۰/۵sI+۰/۵sI_۱=۰\Rightarrow I=۵I_۱\qquad(۲)$$

$$(۱),(۲)\rightarrow(۴/۵s+۹)\times I=۲s\Rightarrow I=\frac{۲s}{۴/۵s+۹}=\frac{\frac{۴}{۹}(s+۲)-\frac{۸}{۹}}{s+۲}=\frac{۴}{۹}-\frac{\frac{۸}{۹}}{s+۲}$$

با اعمال لاپلاس معکوس داریم:

$$i(t)=\frac{۴}{۹}\delta(t)-\frac{۸}{۹}e^{-۲t}u(t)$$

۲ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم سپس با اعمال KCL در گره‌های A و B، تبدیل لاپلاس V_k را بدست می‌آوریم:



$$KCL(A):\frac{V_k-۱}{s}+V_k=I_o\Rightarrow(s+۱)V_k-sI_o=۱\quad(۱)$$

$$KCL(B):۲V_k+I_o+sI_o+I_o=۰\Rightarrow I_۰=-\frac{۲V_k}{s+۲}\qquad(۲)$$

$$(۱),(۲)\rightarrow(s+۱)V_k+\frac{۲s}{s+۲}V_k=۱\Rightarrow V_k=\frac{s+۲}{s^۲+۵s+۲}$$

۳ـ گزینه «۳» روش تشریحی: با توجه به تعریف تابع شبکه داریم:

$$H(s)=\frac{y(s)}{x(s)}=\frac{s+۱}{s^۲+۳s+۲}\rightarrow(s^۲+۳s+۲)y=(s+۱)x\Rightarrow y''+۳y'+۲y=x'+x$$

از آنجا که ورودی برابر صفر است، بنابراین خواهیم داشت:

$$x=۰\Rightarrow y''+۳y'+۲y=۰\ ,\ y(۰)=۲\ ,\ y'(۰)=-۱$$

با حل معادله‌ی دیفرانسیل فوق داریم:

$$y=k_۱e^{-۲t}+k_۲e^{-t}\ \xrightarrow[y'(۰)=-۱]{y(۰)=۲}\ \begin{cases}k_۱=-۱\\k_۲=۳\end{cases}$$

روش تستی: با بررسی گزینه‌ها مشاهده می‌شود که تنها در گزینه‌ی ۳ شرط $y(۰)=۲$ ارضا می‌شود.

۴ـ گزینه «۴» ابتدا تابع تبدیل مدار مورد نظر را بدست می‌آوریم:

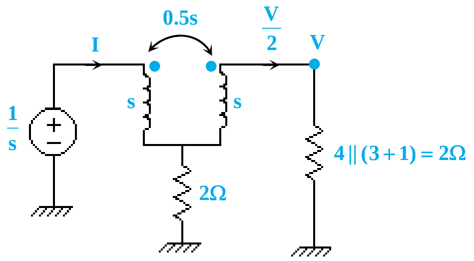
$$s(t)=۱-te^{-t}-e^{-t}\rightarrow h(t)=\frac{ds(t)}{dt}=-e^{-t}+te^{-t}+e^{-t}=te^{-t}\Rightarrow H(s)=L(h(t))=\frac{۱}{(s+۱)^۲}$$

حال با توجه به فاز ورودی و فاز تابع شبکه به ازای فرکانس ورودی داریم:

$$x(t)=۶\cos(t+۳۰^\circ)\rightarrow X=۶\angle۳۰$$

$$H(j\omega)=\frac{۱}{(۱+j\omega)^۲}\rightarrow H(۱j)=\frac{۱}{(۱+j)^۲}=-۰/۵\,j\Rightarrow Y=X\times H(j\omega)=(-۰/۵\,j)\times۶\angle۳۰=۳\angle-۶۰^\circ$$

۵ـ گزینه «۱» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



حال با اعمال kvl در دو حلقه‌ی موجود داریم: (۱) KVL (حلقه‌ی چپ) : $\frac{-۱}{s}+sI-۰/۵s\times(\frac{V}{۲})+۲\times(I-\frac{V}{۲})=۰\Rightarrow(s+۲)I-(\frac{s}{۴}+۱)V=\frac{۱}{s}$

KVL (حلقه‌ی راست) : $۲\times(\frac{V}{۲}-I)+\frac{sV}{۲}-۰/۵sI+V=۰\Rightarrow(\frac{s}{۲}+۲)V-(\frac{s}{۲}+۲)I=۰\Rightarrow I=V\qquad(۲)$

$$(۱),(۲)\rightarrow(\frac{۳}{۴}s+۱)V=\frac{۱}{s}\Rightarrow v=\frac{\frac{۴}{۳}}{s(s+\frac{۴}{۳})}=\frac{۱}{s}-\frac{۱}{s+\frac{۴}{۳}}$$

با اعمال تبدیل لاپلاس معکوس داریم: $V(t)=۱-e^{-\frac{۴}{۳}t}$

از طرفی داریم: $V_o(t)=\frac{۳}{۱+۳}V(t)\Rightarrow V_o(t)=\frac{۳}{۴}-\frac{۳}{۴}e^{-\frac{۴}{۳}t}$

۶ـ گزینه «۱» با توجه به تعریف امپدانس و همچنین با استفاده از قضیه‌ی مقدار اولیه مقدار V_S را به دست می‌آوریم:

$$Z(s)=\frac{V_s(s)}{I(s)}=\frac{s^۲+۳s+۴}{۳s^۲+s+۹}\Rightarrow I(s)=\frac{۳s^۲+s+۹}{s^۲+۳s+۴}V_s(s)$$

$$I(۰^+)=\lim_{s\to\infty}sI(s)=\lim_{s\to\infty}s.V_s(s).\frac{۳s^۲+s+۹}{s^۲+۳s+۴}=۱۰\Rightarrow V_s(s)=\frac{۱۰}{۳s}\xrightarrow{L^{-۱}}V_s(t)=\frac{۱۰}{۳}u(t)$$

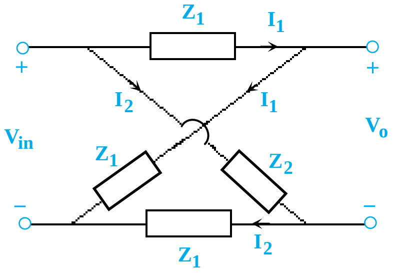
۷ـ گزینه «۳» برای محاسبه‌ی انرژی ذخیره در خازن در $t=\infty$، کافی است ولتاژ نهایی خازن را با استفاده از قضیه‌ی مقدار نهایی بدست آوریم:

$$\begin{cases}H(s)=\frac{V_o(s)}{V_{in}(s)}=\frac{۲(s+۳۰)}{۲s+۱}\\ V_{in}(s)=\frac{۱}{۳s}\end{cases}\Rightarrow V_o(s)=\frac{s+۳۰}{s(۲s+۱)}$$

$$V_c(\infty)=V_o(\infty)=\lim_{s\to ۰}SV_o(s)=\lim_{s\to ۰}\frac{s+۳۰}{۲s+۱}=۳۰$$

$$E_c(\infty)=\frac{۱}{۲}CV_c^۲(\infty)=\frac{۱}{۲}\times۱\times۳۰^۲=۴۵۰j$$

۸ـ گزینه «۱» ابتدا به صورت پارامتری مدار را تحلیل کرده و تابع انتقال مورد نظر را بدست می‌آوریم (خروجی مدار باز است):

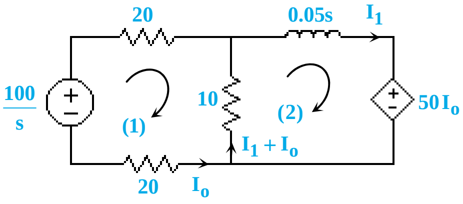


$$\underbrace{V_{in}=۲Z_۱I_۱}_{(۱)}=Z_۲I_۲+Z_۱I_۲\Rightarrow I_۲=\frac{۲Z_۱}{Z_۱+Z_۲}I_۱\qquad(۲)$$

$$V_o=-Z_۱I_۱+Z_۲I_۲\xrightarrow{(۲)}V_o=\frac{Z_۱Z_۲-Z_۱^۲}{Z_۱+Z_۲}I_۱\xrightarrow{(۱)}V_o=\frac{Z_۱Z_۲-Z_۱^۲}{۲Z_۱(Z_۱+Z_۲)}V_{in}$$

$$\frac{V_o}{V_{in}}=\frac{Z_۱Z_۲-Z_۱^۲}{(Z_۱+Z_۲)(۲Z_۱)}\xrightarrow[Z_۲=\frac{۱}{۲s}]{Z_۱=\frac{۱}{۲}}\frac{V_o(s)}{V_{in}(s)}=\frac{\frac{۱}{۴s}-\frac{۱}{۴}}{(\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲s})\times۱}=\frac{۱-s}{۲s+۲}$$

۹ــ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم. سپس با اعمال kvl در حلقه‌ی چپ و راست، I_o را بدست می‌آوریم:



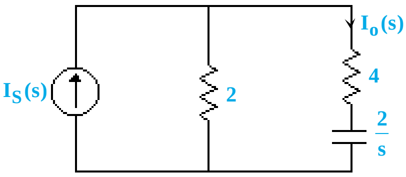
$$\begin{cases} kvl\,(۱): ۵۰I_o+۱۰I_۱=-\dfrac{۱۰۰}{s} & (۱) \\ kvl\,(۲): (۰/۰۵s+۱۰)I_۱+۱۰I_o=-۵۰I_o \Rightarrow I_۱=\dfrac{-۶۰I_o}{۰/۰۵s+۱۰} & (۲) \end{cases}$$

$$(۱),(۲) \rightarrow ۵۰I_o+۱۰\times(\frac{-۶۰I_o}{۰/۰۵s+۱۰})=-\frac{۱۰۰}{s} \Rightarrow I_o=\frac{۵s-۱۰۰۰}{s(۲/۵s-۱۰۰)}=\frac{-۲s-۴۰۰}{s(s-۴۰)} \Rightarrow I_o=\frac{۱۰}{s}-\frac{۱۲}{s-۴۰}$$

بنابراین در حوزه‌ی زمان خواهیم داشت:

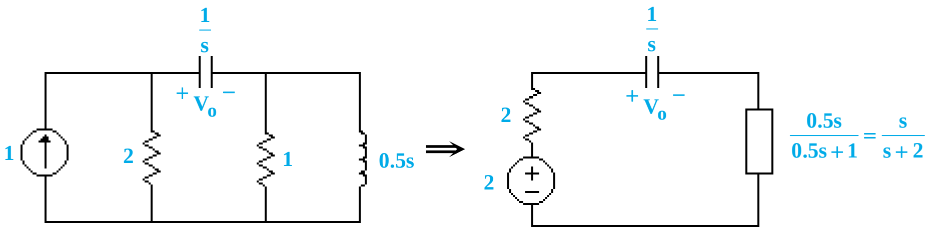
$$I_o(t)=۱۰u(t)-۱۲e^{۴۰t}$$

۱۰ــ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم و سپس با اعمال تقسیم جریان $\frac{I_o}{I_S}$ را محاسبه می‌کنیم:



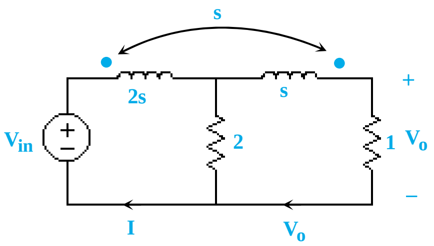
$$\frac{I_o(s)}{I_S(s)}=\frac{۲}{۲+۴+\frac{۲}{s}}=\frac{۲s}{۶s+۲}=\frac{s}{۳s+۱}$$

۱۱ــ گزینه «۳» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم و سپس با ساده‌سازی خواهیم داشت:



$$V_o=\frac{\frac{۱}{s}}{۲+\frac{۱}{s}+\frac{s}{s+۲}}\times۲=\frac{۲s+۴}{۳s^۲+۵s+۲}\xrightarrow{s=j\omega} V_o(j\omega)=\frac{۴+۲\omega j}{۲-۳\omega^۲+۵\omega j}$$

۱۲ــ گزینه «۳» ابتدا تابع شبکه‌ی مدار را بدست می‌آوریم:



$$kvl\ (\text{حلقه‌ی چپ}): -V_{in}+(۲s+۲)I-(s+۲)V_o=۰ \Rightarrow (۲s+۲)I-(s+۲)V_o=V_{in}$$

$$kvl\ (\text{حلقه‌ی راست}): (s+۳)V_o-(s+۲)I=۰ \Rightarrow I=\frac{s+۳}{s+۲}V_o \qquad (۲)$$

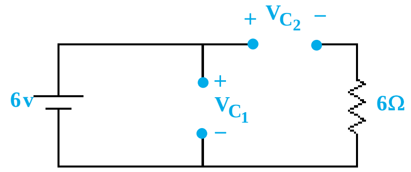
$$(۱),(۲) \rightarrow [\frac{(s+۳)(۲s+۲)}{s+۲}-(s+۲)]V_o=V_{in} \Rightarrow \frac{V_o}{V_{in}}=H(s)=\frac{s+۲}{s^۲+۴s+۲} \Rightarrow H(j\omega)=\frac{۲+\omega j}{۲-\omega^۲+۴\omega j}$$

$$V_{in}=\cos t \rightarrow \begin{cases}\omega=۱ \\ V_{in}=۱\measuredangle ۰\end{cases} \Rightarrow V_o=V_{in}\times H(j\omega)=۱\times\frac{۲+j}{۱+۴j}\simeq ۰/۵۴\underline{|-۴۹/۴^\circ}V$$

بنابراین در حوزه‌ی زمان خواهیم داشت:

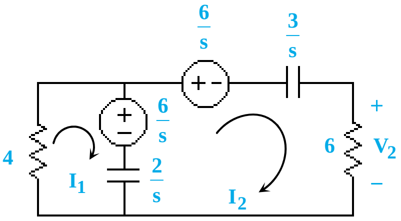
$$V_o(t)=۰/۵۴\cos(t-۴۹/۴^\circ)$$

۱۳ـ گزینه «۱» ابتدا شرایط اولیه‌ی مدار را محاسبه می‌کنیم:



$$V_{c_۱}(۰^-)=V_{c_۲}(۰^-)=۶v$$

حال مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



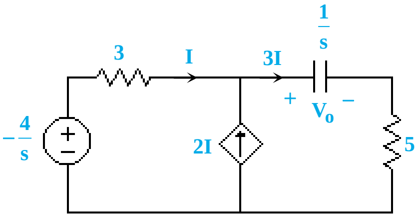
$$KVL(۱):۴I_۱+\frac{۶}{s}+\frac{۲}{s}(I_۱-I_۲)=۰\Rightarrow(۴s+۲)I_۱-۲I_۲=-۶ \qquad (۱)$$

$$KVL(۲):\frac{۲}{s}(I_۲-I_۱)-\frac{۶}{s}+\frac{۶}{s}+\frac{۳}{s}I_۲+۶I_۲=۰\Rightarrow(۶s+۵)I_۲=۲I_۱ \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲)\rightarrow[\frac{(۴s+۲)(۶s+۵)}{۲}-۲]I_۲=-۶\Rightarrow I_۲=\frac{-۶}{۱۲s^۲+۱۶s+۳}\simeq\frac{-۰/۵}{(s+۰/۲)(s+۱/۱)}$$

$$V_۲=۶I_۲\simeq\frac{-۳}{(s+۰/۲)(s+۱/۱)}$$

۱۴ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

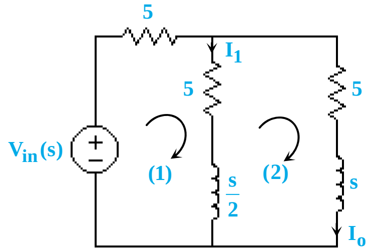


حال با اعمال KVL در حلقه‌ی بیرونی داریم:

$$+\frac{۴}{s}+۳I+\frac{۳}{s}I+۱۵I=۰\Rightarrow(۱۸s+۳)I=-۴\Rightarrow I=\frac{-۴}{۱۸s+۳}$$

$$V_o=\frac{۱}{s}\times۳I=\frac{-۴}{s(۶s+۱)}=\frac{-\frac{۲}{۳}}{s(۶s+۱)}=\frac{-\frac{۲}{۳}}{s(s+\frac{۱}{۶})}=\frac{-۴}{s}+\frac{۴}{s+\frac{۱}{۶}}\Rightarrow V_o(t)=(-۴+۴e^{-\frac{t}{۶}})u(t)$$

۱۵ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



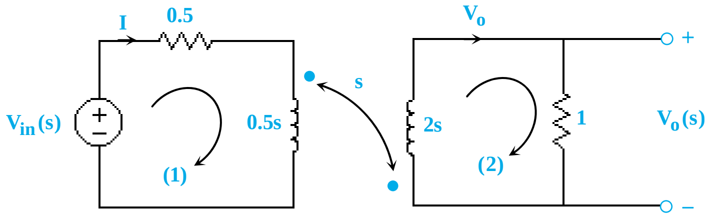
حال با اعمال kvl در حلقه‌های چپ و راست مدار داریم:

$$KVL(۱):-V_{in}+۵(I_۱+I_o)+(۵+\frac{s}{۲})I_۱=۰\Rightarrow(\frac{s}{۲}+۱۰)I_۱+۵I_o=V_{in} \qquad (۱)$$

$$KVL(۲):(۵+s)I_o=(۵+\frac{s}{۲})I_۱\Rightarrow I_۱=\frac{۲s+۱۰}{s+۱۰}I_o \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲)\rightarrow[\frac{(s+۲۰)(s+۵)}{s+۱۰}+۵]I_o=V_{in}\Rightarrow\frac{I_o}{V_{in}}=\frac{s+۱۰}{s^۲+۳۰s+۱۵۰}$$

۱۶ـ گزینه «۱» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



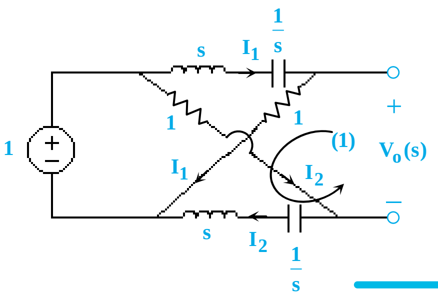
حال با اعمال kvl در حلقه‌های ۱و ۲ داریم:

$$kvl(۱): -V_{in} + ۰/۵I + ۰/۵sI + sV_o = ۰ \Rightarrow (s+۱)I + ۲sV_o = ۲V_{in} \qquad (۱)$$

$$kvl(۲): (۲s+۱)V_o + sI = ۰ \Rightarrow I = -\frac{۲s+۱}{s}V_o \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲) \rightarrow [-\frac{(s+۱)(۲s+۱)}{s} + ۲s]V_o = ۲V_{in} \Rightarrow \frac{V_o}{V_{in}} = \frac{-۲s}{۳s+۱}$$

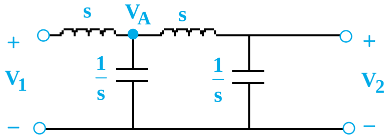
۱۷ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم و سپس با اعمال kvl در حلقه‌های موجود $V_o(s)$ را بدست می‌آوریم:



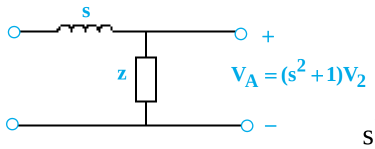
$$(s+\frac{۱}{s}+۱)I_۱ = (s+\frac{۱}{s}+۱)I_۲ = V_{in}(s) = ۱ \Rightarrow I_۱ = I_۲ = \frac{s}{s^۲+s+۱} \qquad (۱)$$

$$kvl(۱) \Rightarrow V_o(s) = I_۱ - (s+\frac{۱}{s})I_۲ = I_۲ - (s+\frac{۱}{s})I_۱ \xrightarrow{(۱)} V_o(s) = \frac{-s^۲+s-۱}{s^۲+s+۱}$$

۱۸ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



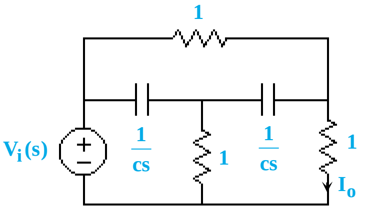
حال با اعمال تقسیم ولتاژ داریم:



$$V_۲ = \frac{\frac{۱}{s}}{s+\frac{۱}{s}}V_A \Rightarrow V_A = (s^۲+۱)V_۲ \qquad (۱)$$

$$Z = (s+\frac{۱}{s})||\frac{۱}{s} = \frac{s^۲+۱}{s^۳+۲s} \Rightarrow V_A = \frac{\frac{s^۲+۱}{s^۳+۲s}}{s+\frac{s^۲+۱}{s^۳+۲s}}V_{in} = \frac{s^۲+۱}{s^۴+۳s^۲+۱}V_{in} \xrightarrow{(۱)} \frac{V_۲}{V_{in}} = \frac{۱}{s^۴+۳s^۲+۱}$$

۱۹ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم (شکل روبه‌رو):

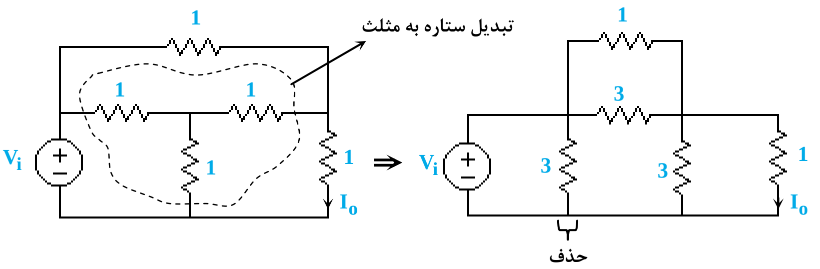


حال با تحلیل مدار به ازای sهای ۰ و $\frac{۱}{c}$ می‌خواهیم گزینه‌ی صحیح را تشخیص دهیم:

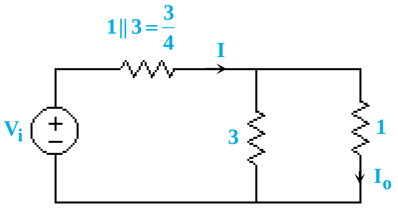
$$s = ۰ \rightarrow I_o = \frac{V_i}{۲} \rightarrow \frac{I_o}{V_i} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow$$

بنابراین گزینه‌های ۲و ۳ می‌توانند صحیح باشند.

و برای $S = \frac{۱}{C}$ داریم:



$\Rightarrow$



$$I=\frac{V_i}{\frac{۳}{۴}+۳\|۱}=\frac{۲}{۳}V_i$$

$$I_o=\frac{۳}{۱+۳}I=\frac{V_i}{۲}\Rightarrow\frac{I_o}{V_i}=\frac{۱}{۲}$$

با بررسی شرط $\frac{I_o}{V_i}\Big|_{s=\frac{۱}{c}}=\frac{۱}{۲}$ مشاهده می‌شود که تنها گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح می‌باشد.

۲۰ـ گزینه «۲» با توجه به اینکه فرکانس ورودی برابر $\omega=۲$ می‌باشد، مقدار $H(j\omega)$ را به ازای این فرکانس محاسبه می‌کنیم:

$$H(۲j)=\frac{۴j(۱+۲j)}{۸-۴}=-۲+j=۲/۲۳\measuredangle ۱۵۳^\circ$$

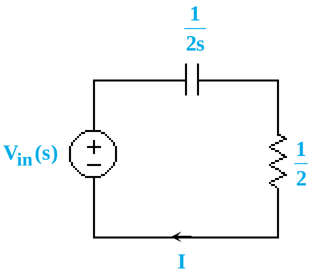
در حالت دائمی سینوسی داریم:

$$\Rightarrow Y(j\omega)=X(j\omega)\times H(j\omega)\xrightarrow[X(۲j)=۶\measuredangle ۳۰^\circ]{\omega=۲}Y(۲j)=(۶\measuredangle ۳۰^\circ).(۲/۲۳\measuredangle ۱۵۳^\circ)=۱۳/۳۸\measuredangle ۱۸۳^\circ$$

بنابراین در حوزه‌ی زمان خواهیم داشت:

$$y(t)=۱۳/۳۸\cos(۲t+۱۸۳^\circ)$$

۲۱ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



$$I(s)=\frac{V_{in}(s)}{\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲s}}=\frac{۲sV_{in}(s)}{s+۱}$$

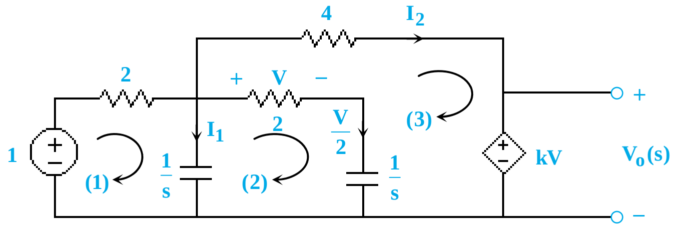
$$V_{in}(t)=(u(t)-u(t-۴))\times ۲۰\xrightarrow{\text{لاپلاس}}V_{in}(s)=\frac{۲۰}{s}-\frac{۲۰e^{-۴s}}{s}$$

$$I(s)=\frac{۴۰-۴۰e^{-۴s}}{s+۱}$$

با اعمال معکوس تبدیل لاپلاس داریم:

$$I(t)=۴۰e^{-t}u(t)-۴۰e^{-(t-۴)}u(t-۴)$$

۲۲ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



حال با اعمال KVL در حلقه‌های موجود داریم:

$$kvl(۱):-۱+۲\times(I_۱+I_۲+\frac{V}{۲})+\frac{I_۱}{s}=۰\Rightarrow(۲s+۱)I_۱+۲sI_۲+sV=s\quad(۱)$$

$$kvl(۲):V+\frac{V}{۲s}=\frac{I_۱}{s}\Rightarrow I_۱=\frac{۲s+۱}{۲}V\quad(۲)$$

$$kvl(۳):۴I_۲+kV=V+\frac{V}{۲s}\Rightarrow I_۲=\frac{۲s(۱-k)+۱}{۸s}V\quad(۳)$$

$$(۱),(۲),(۳)\rightarrow\frac{(۲s+۱)(۲s+۱)}{۲}V+\frac{۲s(۱-k)+۱}{۴}V+sV=s$$

$$\Rightarrow V=\frac{s}{۲s^۲+(\frac{۷}{۲}-\frac{k}{۲})s+\frac{۱}{۴}}\xrightarrow{V_o=kV}V_o(s)=\frac{ks}{۲s^۲+(\frac{۷}{۲}-\frac{k}{۲})s+\frac{۱}{۴}}$$

از طرفی داریم:

$$V_o(s)=\frac{۴}{s+۱}-\frac{۲}{s+\frac{۱}{۲}}=\frac{۲s}{s^۲+\frac{۳}{۲}s+\frac{۱}{۲}}=\frac{ks}{۲s^۲+(\frac{۷}{۲}-\frac{k}{۲})s+\frac{۱}{۴}}\Rightarrow k=۴$$

۲۳ـ گزینه «۳» با توجه به تابع ضربه‌ی داده شده، تابع شبکه را محاسبه می‌کنیم:

$$h(t)=۱۲e^{-۲t}\rightarrow H(s)=\frac{۱۲}{s+۲}$$

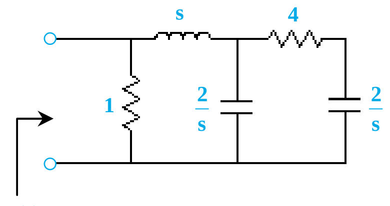
حال برای حالت دائمی سینوسی مدار به ازای ورودی کسینوسی با فرکانس ۲ داریم:

$$Y=X.H(۲j)=(۱\angle ۰)\times\frac{۱۲}{۲+۲j}=۳-۳j$$

بنابراین پاسخ غیرمیرای مدار در حوزه‌ی زمان، به شکل روبه‌روست:

$$y_{ss}(t)=۳\cos ۲t-۳\cos(۲t+۹۰)=۳\cos ۲t+۳\sin ۲t$$

۲۴ـ گزینه «۱» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



$$Z(s)=۱||[\underbrace{s+\frac{۲}{s}||(۴+\frac{۲}{s})}_{Z_۱}]$$

$$Z_۱(s)=\frac{\frac{۲}{s}(۴+\frac{۲}{s})}{۴+\frac{۴}{s}}=\frac{\frac{۸}{s}+\frac{۴}{s^۲}}{۴+\frac{۴}{s}}=\frac{۸s+۴}{۴s^۲+۴s}=\frac{۲s+۱}{s^۲+s}\longrightarrow Z(s)=\frac{\frac{۲s+۱}{s(s+۱)}+s}{\frac{۲s+۱}{s(s+۱)}+s+۱}=\frac{s^۳+s^۲+۲s+۱}{s^۳+۲s^۲+۳s+۱}$$

۲۵ـ گزینه «۲» با توجه به رابطه‌ی $Y(s)=X(s)H(s)$ داریم:

$$Y(s)=\frac{s^۲+۳s+۵}{(s+۲)(s+۳)}\times\frac{۱}{s+۱}=\frac{\frac{۳}{۲}}{s+۱}-\frac{۳}{s+۲}+\frac{\frac{۵}{۲}}{s+۳}$$

بنابراین داریم:

$$y(t)=L^{-۱}[y(s)]=(۱/۵e^{-t}-۳e^{-۲t}+۲/۵e^{-۳t})u(t)$$

۲۶ـ گزینه «۳» ابتدا با توجه به مقادیر عددی پارامترهای داده شده، ماتریس $SI-A$ را تشکیل می‌دهیم:

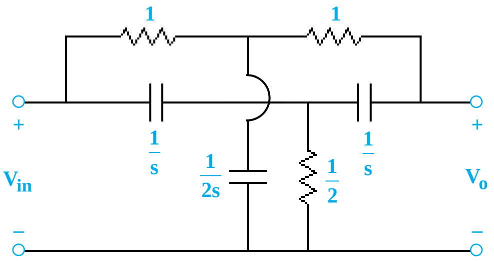
$$A=\begin{bmatrix}-۴&۴\\-۲&۰\end{bmatrix}\Rightarrow sI-A=\begin{bmatrix}s+۴&-۴\\۲&s\end{bmatrix}$$

بنابراین معادله‌ی مشخصه‌ی مدار برابر است با: معادله‌ی مشخصه : $\det(sI-A)=۰\rightarrow s^۲+۴s+۸=۰$

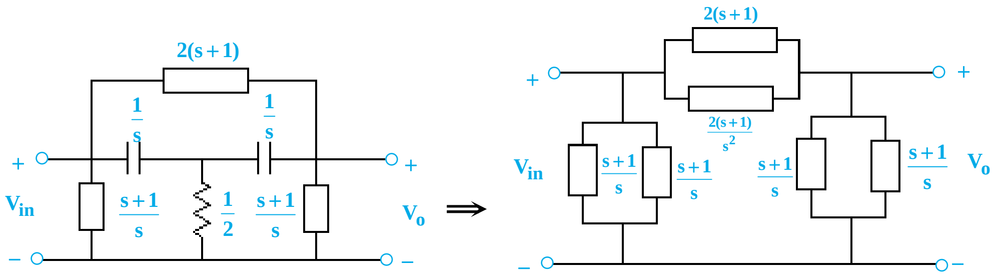
بنابراین با بررسی گزینه‌ها مشاهده می‌شود که گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح می‌باشد. البته قابل ذکر است که $H(s)$ را می‌توان از رابطه‌ی زیر محاسبه کرد:

$$H(s)=C(sI-A)^{-۱}B=[۱\ \ ۰]\times\frac{۱}{s^۲+۴s+۸}\begin{bmatrix}s&۴\\-۲&s+۴\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۰\\۲\end{bmatrix}=\frac{۸}{s^۲+۴s+۸}$$

۲۷ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



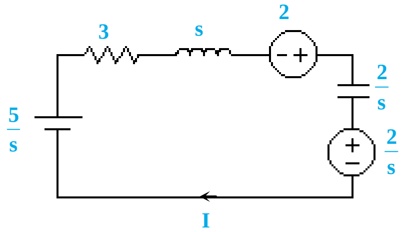
با اعمال تبدیل ستاره به مثلث در دو مرحله داریم:



بنابراین داریم:

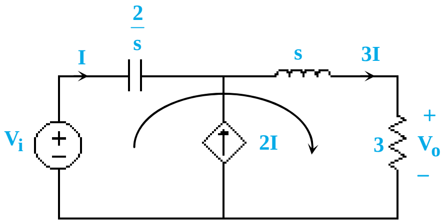
$$V_o=\frac{(\frac{s+۱}{s})||(\frac{s+۱}{s})}{(\frac{s+۱}{s})||(\frac{s+۱}{s})+۲(s+۱)||\frac{۲(s+۱)}{s^۲}}=\frac{\frac{s+۱}{۲s}}{\frac{s+۱}{۲s}+\frac{۲(s+۱)}{s^۲+۱}}=\frac{s^۲+۱}{s^۲+۴s+۱}$$

۲۸ـ گزینه «۱» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



$$I=\frac{۲+\frac{۵}{s}-\frac{۲}{s}}{s+۳+\frac{۲}{s}}=\frac{۲s+۳}{s^۲+۳s+۲}=\frac{۲s+۳}{(s+۱)(s+۲)}$$

۲۹ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم (شکل روبه‌رو):



حال با اعمال kvl در حلقه‌ی بیرونی داریم:

$$-V_i+\frac{۲}{s}I+(s+۳)\times۳I=۰\Rightarrow I=\frac{V_i}{\frac{۲}{s}+۳(s+۳)}=\frac{sV_i}{۳s^۲+۹s+۲}$$

از طرفی داریم:

$$V_o=۳\times۳I=۹I=\frac{۹s}{۳s^۲+۹s+۲}V_i\Rightarrow\frac{V_o}{V_i}=\frac{۹s}{۳s^۲+۹s+۲}$$

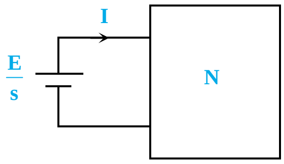
۳۰ـ گزینه «۳» با استفاده از قضیه‌های مقدار نهایی و مقدار اولیه داریم:

$$f(۰^+)=\lim_{s\to\infty}sF(s)=۵\qquad f(\infty)=\lim_{s\to۰}sF(s)=-۲$$

بنابراین:

$$\frac{f(۰^+)}{f(\infty)}=-\frac{۵}{۲}$$

۳۱ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

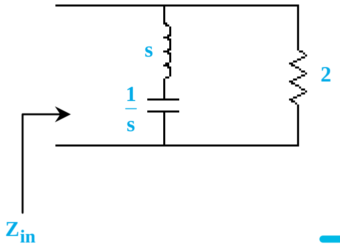


$$\frac{\frac{E}{s}}{I}=Z(s)=\frac{s^۲+s+۲}{۲s^۲+s+۱}\Rightarrow I(s)=\frac{E}{s}.\frac{۲s^۲+s+۱}{s^۲+s+۲}$$

حال با استفاده از قضیه‌ی مقدار اولیه داریم:

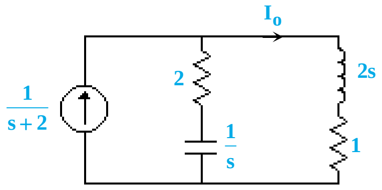
$$I(۰^+)=\lim_{s\to\infty}sI(s)=۲E=۶\to E=۳$$

۳۲ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



$$Z_{in}(s)=(s+\frac{۱}{s})||۲=\frac{۲\frac{(s^۲+۱)}{s}}{s+\frac{۱}{s}+۲}=\frac{۲(s^۲+۱)}{s^۲+۲s+۱}$$

۳۳ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم (شکل روبه‌رو):

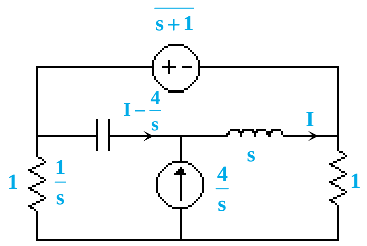


حال با استفاده از تقسیم جریان داریم:

$$I_O=\frac{۲+\frac{۱}{s}}{۲s+\frac{۱}{s}+۳}\times\frac{۱}{s+۲}$$

$$I_O=\frac{۲s+۱}{(s+۲)(۲s^۲+۳s+۱)}=\frac{۱}{(s+۲)(s+۱)}=\frac{۱}{s+۱}-\frac{۱}{s+۲}\to I_O(t)=(e^{-t}-e^{-۲t})u(t)$$

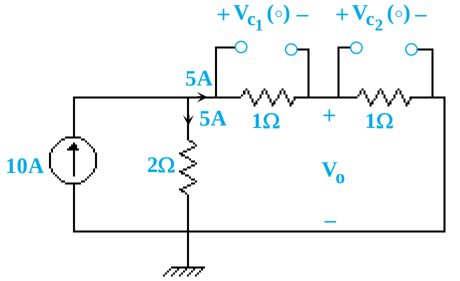
۳۴ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم، سپس با اعمال KVL در حلقه بالایی، $I(s)$ را محاسبه می‌کنیم:



$$\text{kvl}:\frac{۲}{s+۱}-sI-\frac{۱}{s}(I-\frac{۴}{s})=۰\Rightarrow I(s+\frac{۱}{s})=\frac{۴}{s^۲}+\frac{۲}{s+۱}\Rightarrow I(s)=\frac{۲s^۲+۴s+۴}{s(s^۲+۱)(s+۱)}$$

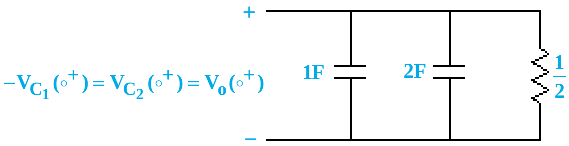
$$I(s)=\frac{AS+B}{s^۲+۱}+\underbrace{\frac{۴}{s}-\frac{۱}{s+۱}}_{\text{پاسخ گذرا}}\longrightarrow I_{\text{گذرا}}(t)=(۴-e^{-t})u(t)$$

۳۵ـ گزینه «۳» ابتدا شرایط اولیه‌ی مدار را در زمان $t=۰^+$ بدست می‌آوریم:



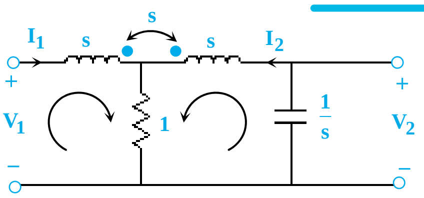
$$V_{C_۱}(۰^\pm)=V_{C_۲}(۰^\pm)=۵v$$

در لحظه‌ی صفر مثبت، دو خازن با هم موازی می‌شوند، ولی پلاریته‌ی معکوس نسبت به هم دارند.



$$V_O(۰^+)=\frac{c_۲V_{C_۲}(۰^-)-c_۱V_{C_۱}(۰^-)}{c_۱+c_۲}=\frac{۲\times۵-۱\times۵}{۲+۱}=\frac{۵}{۳}v$$

۳۶ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم و سپس با اعمال kvl در حلقه‌های مدار نسبت $\frac{V_۲(s)}{V_۱(s)}$ را محاسبه می‌کنیم.



$$\text{KVL (حلقه‌ی چپ)}:-V_۱+sI_۱+sI_۲+(I_۱+I_۲)=۰\Rightarrow V_۱=(s+۱)I_۱+(s+۱)I_۲\qquad(۱)$$

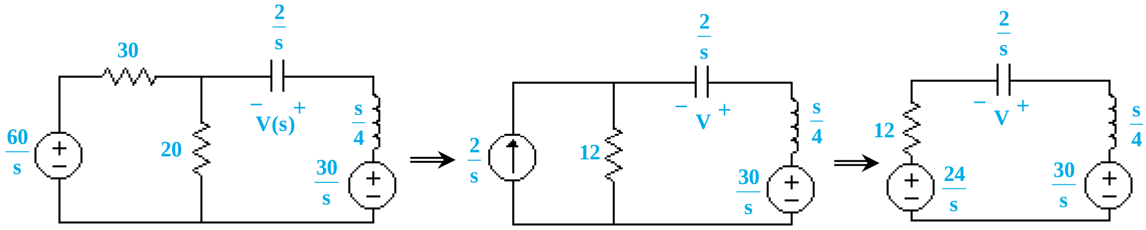
$$\text{KVL (حلقه‌ی راست)}:\frac{۱}{s}I_۲+sI_۲+sI_۱+I_۱+I_۲=۰\Rightarrow(\frac{۱}{s}+s+۱)I_۲+(s+۱)I_۱=۰\qquad(۲)$$

$$(۱),(۲)\to V_۱=-(\frac{۱}{s}+s+۱)I_۲+(s+۱)I_۲\Rightarrow V_۱=-\frac{۱}{s}I_۲$$

از طرفی داریم:

$$V_۲=-\frac{۱}{s}I_۲=V_۱\Rightarrow\frac{V_۲}{V_۱}=۱$$

۳۷ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



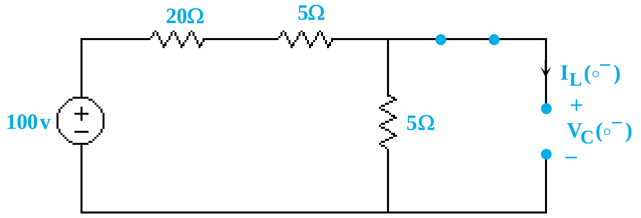
حال با اعمال تقسیم ولتاژ در مدار ساده شده داریم:

$$V(s)=\frac{\frac{۲}{s}}{\frac{s}{۴}+۱۲+\frac{۲}{s}}\times\frac{(-۲۴+۳۰)}{s}=\frac{۴۸}{s(s^۲+۴۸s+۸)}$$

$$V(s)\simeq\frac{۶}{s}+\frac{۰/۰۲}{s+۴۷/۸}-\frac{۶}{s+۰/۱۶}\Rightarrow V_o(t)=(۶+۰/۰۲e^{-۴۷/۸t}-۶e^{-۰/۱۶t})u(t)$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

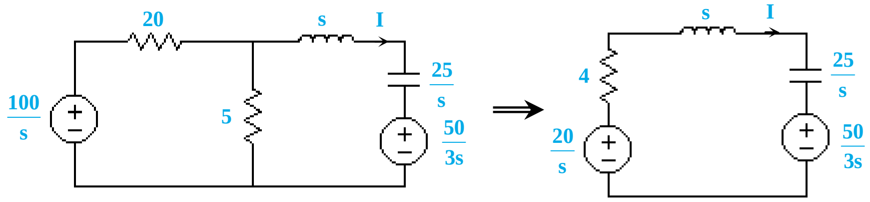
۳۸ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را در لحظه‌ی $t=۰^-$ تحلیل می‌کنیم:



$$I_L(۰^-)=۰$$

$$V_C(۰^-)=\frac{۵}{۳۰}\times۱۰۰=\frac{۵۰}{۳}v$$

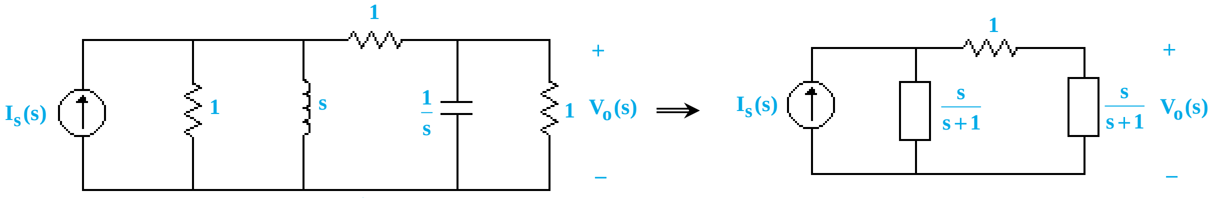
حال مدار را برای زمان‌های $t>۰$ به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

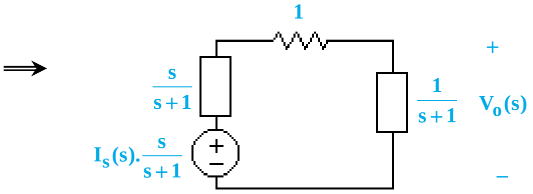


بنابراین:

$$I(s)=\frac{\frac{۱۰}{۳s}}{s+۴+\frac{۲۵}{s}}=\frac{\frac{۱۰}{۳}}{s^۲+۴s+۲۵}=\frac{\frac{۱۰}{۳}}{(s+۲)^۲+۲۱}\Rightarrow I(t)=\frac{۱۰}{۳}\times\frac{۱}{\sqrt{۲۱}}e^{-۲t}\sin\sqrt{۲۱}t\Rightarrow I(t)\simeq۰/۷\sin(۴/۵t)e^{-۲t}$$

۳۹ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم و مرحله به مرحله ساده‌سازی انجام می‌دهیم.





$$\Rightarrow V_o(s)=\frac{\frac{۱}{s+۱}}{\frac{۱}{s+۱}+۱+\frac{s}{s+۱}}\times\frac{s}{s+۱}I_s(s)=\frac{\frac{۱}{s+۱}}{۲}\times\frac{s}{s+۱}I_s(s)$$

$$\Rightarrow\frac{V_o(s)}{I_s(s)}=\frac{s}{۲(s+۱)^۲}$$

۴۰ـ گزینه «۲» ابتدا تابع شبکه مدار را محاسبه می‌کنیم:

$$H(s) = L[e^{-t}u(t)] = \frac{۱}{s+۱}$$

حال پاسخ حالت صفر مدار را به ازای ورودی $۲u(t)$ محاسبه کرده و آن را با پاسخ کامل مربوطه مقایسه می‌کنیم تا پاسخ ورودی صفر مدار (ناشی از شرایط اولیه‌ی معین) حاصل گردد:

$$y(s) = H(s)x(s) = \frac{۱}{s+۱} \times \frac{۲}{s} = \frac{۲}{s} - \frac{۲}{s+۱} \rightarrow y(t) = ۲ - ۲e^{-t}$$

پاسخ حالت صفر $= (۲ - ۲e^{-t})u(t)$

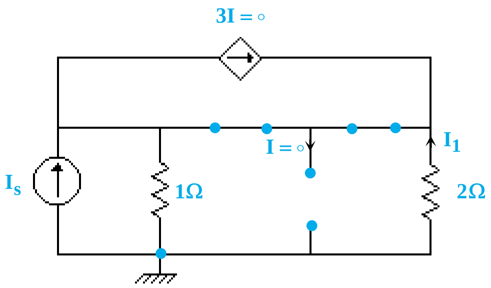
پاسخ ورودی صفر $= ۵e^{-۲t}u(t)$

بنابراین با توجه به ورودی جدید و ثابت ماندن شرایط اولیه، برای محاسبه‌ی پاسخ کامل در حالت جدید، کافی است پاسخ حالت صفر جدید را محاسبه کرده و آن را با پاسخ ورودی صفر قبل جمع کنیم:

$$Y(s) = H(s)X(s) = \frac{۱}{s+۱} \times \frac{۲}{s+۳} = \frac{۱}{s+۱} - \frac{۱}{s+۳} \Rightarrow y(t) = e^{-t} - e^{-۳t}$$

پاسخ کامل: $(e^{-t} - e^{-۳t} + ۵e^{-۲t})u(t)$

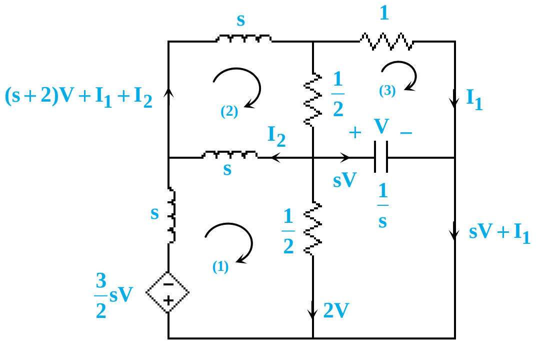
۴۱ـ گزینه «۴» با توجه به گزینه‌های سؤال مشاهده می‌شود تنها با بررسی تابع انتقال در $s = ۰$ می‌توان به گزینه‌ی صحیح دست یافت. بنابراین ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس برده و سپس s را برابر صفر قرار می‌دهیم.



$$I_۱ = \frac{-۱}{۱+۲} I_۲ \rightarrow \frac{I_۱}{I_s} = \frac{-۱}{۳}$$

بنابراین گزینه‌ی ۴ صحیح می‌باشد.

۴۲ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم (برای بدست آوردن معادله‌ی مشخصه می‌توان منابع را بی‌اثر کرد):



حال با اعمال KVL در حلقه‌های مدار داریم:

$$KVL(۱): \frac{۳}{۲}sV + s((s+۲)V + I_۱) - sI_۲ + V = ۰ \Rightarrow s(I_۱ - I_۲) + (s^۲ + \frac{۷}{۲}s + ۱)V = ۰ \qquad (۱)$$

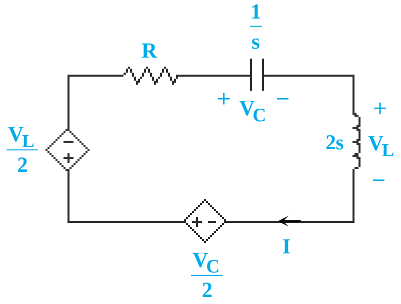
$$KVL(۲): s((s+۲)V + I_۱ + I_۲) + \frac{۱}{۲}((s+۲)V + I_۲) + sI_۲ = ۰ \Rightarrow sI_۱ + (۲s + \frac{۱}{۲})I_۲ + (s^۲ + \frac{۵}{۲}s + ۱)V = ۰ \qquad (۲)$$

$$KVL(۳): I_۱ - V - \frac{۱}{۲}((s+۲)V + I_۲) = ۰ \Rightarrow I_۱ - \frac{۱}{۲}I_۲ - (\frac{۱}{۲}s + ۲)V = ۰ \qquad (۳)$$

$$(۱),(۲),(۳) \rightarrow \frac{۹[s^۳ + \frac{۶۷}{۱۸}s^۲ + \frac{۲۳}{۱۸}s + \frac{۱}{۹}]}{۵s+۱} v = ۰ \rightarrow \text{معادله‌ی مشخصه}: s^۳ + \frac{۶۷}{۱۸}s^۲ + \frac{۲۳}{۱۸}s + \frac{۱}{۹} = ۰$$

۴۳ـ گزینه «۱» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

حال با اعمال kvl در حلقه‌ی موجود داریم:



$$+\frac{V_L}{۲}+(R+\frac{۱}{s}+۲s)I-\frac{V_c}{۲}=۰$$

$$\Rightarrow (R+\frac{۱}{s}+۲s)I=\frac{V_c}{۲}-\frac{V_L}{۲}$$

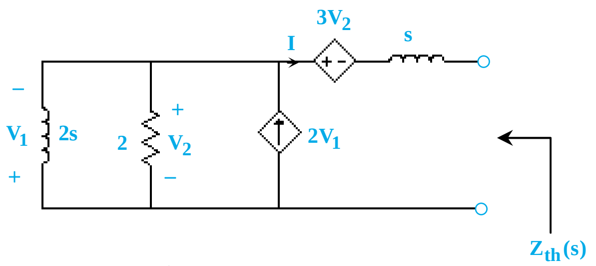
از طرفی داریم:

$$V_c=\frac{I}{s}\ ,\ V_L=۲sI$$

$$(R+\frac{۱}{s}+۲s)I=\frac{I}{۲s}-sI \Rightarrow I(۳s+\frac{۱}{۲s}+R)=۰$$

معادله‌ی مشخصه: $s^۲+\frac{۱}{۳}Rs+\frac{۱}{۶}=۰ \Rightarrow \omega_r=\sqrt{\frac{۱}{۶}}\ \frac{rad}{s}$

۴۴ـ گزینه «۳» برای محاسبه‌ی امپدانس تونن، ابتدا منابع را بی‌اثر کرده و سپس مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



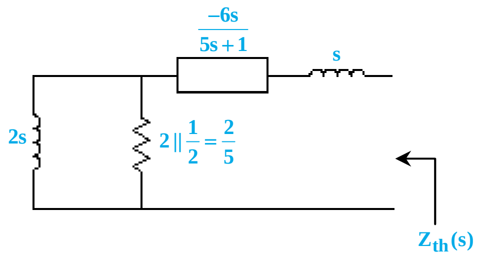
$$\Rightarrow -V_۱=V_۲$$

حال مقاومت معادل منبع جریان و منبع ولتاژ وابسته را محاسبه می‌کنیم:

$$R_{\text{منبع جریان}}=\frac{V_۱}{۲V_۱}=\frac{۱}{۲}$$

$$R_{\text{منبع ولتاژ}}=\frac{۳V_۲}{I}\quad ,\quad I=۲V_۱-\frac{V_۲}{۲}+\frac{V_۱}{۲s}=-\frac{۵s+۱}{۲s}V_۲ \Rightarrow R_{\text{منبع ولتاژ}}=\frac{-۶s}{۵s+۱}$$

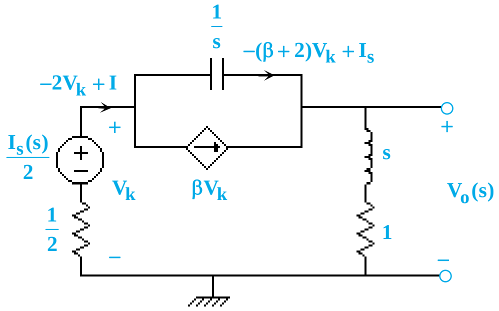
بنابراین:



$$Z_{th}(s)=s-\frac{۶s}{۵s+۱}+(۲s)\|(\frac{۲}{۵})$$

$$Z_{th}(s)=s-\frac{۶s}{۵s+۱}+\frac{۲s}{۵s+۱}=s-\frac{۴s}{۵s+۱}=\frac{۵s^۲-۳s}{۵s+۱}$$

۴۵ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



حال با اعمال kvl داریم:

$$-V_k+\frac{۱}{C}(I_s-(\beta+۲)v_k)+(s+۱)(I_s-۲V_k)=۰\Rightarrow I_s(\frac{۱}{s}+s+۱)=V_k(۱+۲(s+۱)+(\frac{\beta+۲}{s}))\Rightarrow\frac{V_k}{I_s}=\frac{s^۲+s+۱}{۲s^۲+۳s+\beta+۲}$$

حال با توجه به اینکه $v_o(s)=(s+۱)(I-۲v_k)$ می‌باشد، بنابراین:

$$V_\circ(s)=(s+۱)\times[۱-\frac{۲s^۲+۲s+۲}{۲s^۲+۳s+\beta+۲}]\,I_s\Rightarrow\frac{V_o(s)}{I_s(s)}=\frac{(s+۱)(s+\beta)}{۲s^۲+۳s+\beta+۲}=\frac{s^۲+(\beta+۱)s+\beta}{۲s^۲+۳s+\beta+۲}$$

حال برای اینکه تابع تبدیل مستقل از فرکانس باشد، باید این سه دسته تساوی به طور هم‌زمان به ازای یک β برقرار باشد.

$$\frac{۱}{۲}=\frac{\beta+۱}{۳}=\frac{\beta}{\beta+۲}$$

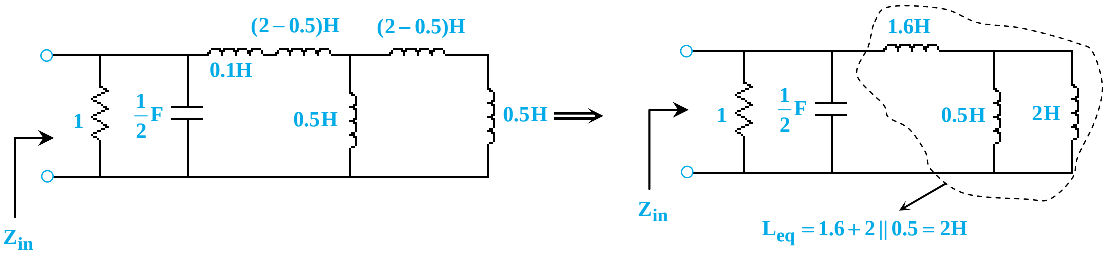
$$\text{if}\quad\frac{\beta+۱}{۳}=\frac{۱}{۲}\rightarrow\beta=\frac{۱}{۲}$$

$$\text{if}\quad\frac{\beta}{\beta+۲}=\frac{۱}{۲}\rightarrow\beta=۲$$

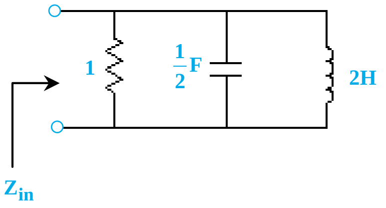
بنابراین به ازای هیچ βای این تابع تبدیل مستقل از فرکانس نمی‌شود.

آزمون فصل نهم

۱ـ گزینه «۲» ابتدا مدل T سلف‌های تزویج را به کار می‌بریم: $(M = k\sqrt{L_۱ L_۲} = \frac{۱}{۲})$



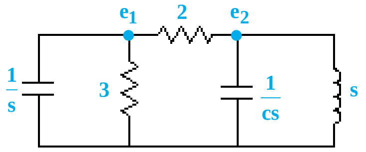
بنابراین داریم:



$$Z_{in}(s) = ۱ \| \frac{۲}{s} \| ۲s = \frac{۲s}{s^۲ + ۲s + ۱} = \frac{۲s}{(s+۱)^۲}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود Z_{in} دارای یک قطب مکرر در $s = -۱$ و یک صفر در $s = ۰$ و یک صفر در بی‌نهایت (به دلیل این که درجه‌ی مخرج یک درجه از صورت بیشتر می‌باشد) است.

۲ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

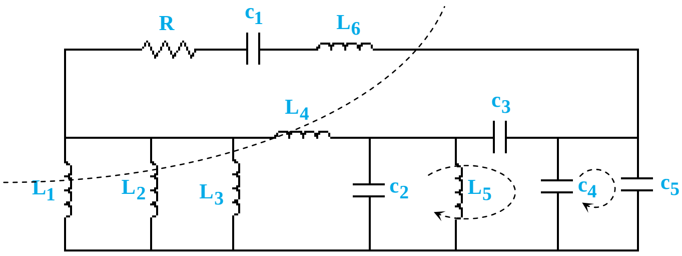


حال ماتریس ادمیتانس مدار را نوشته و دترمینان آن را به ازای $s = -۱$، برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$y = \begin{bmatrix} s + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۲} & -\frac{۱}{۲} \\ -\frac{۱}{۲} & \frac{۱}{s} + cs + \frac{۱}{۲} \end{bmatrix}$$

$$\det y = ۰ \Rightarrow (s + \frac{۵}{۶})\,(\frac{۲cs^۲ + s + ۲}{۲s}) - \frac{۱}{۴} = ۰ \xrightarrow{s=-۱} (-۱ + \frac{۵}{۶})(\frac{۲c - ۱ + ۲}{-۲}) - \frac{۱}{۴} = ۰ \Rightarrow c = ۱\ F$$

۳ـ گزینه «۳» ابتدا تعداد المان‌های ذخیره‌کننده‌ی انرژی را محاسبه می‌کنیم:

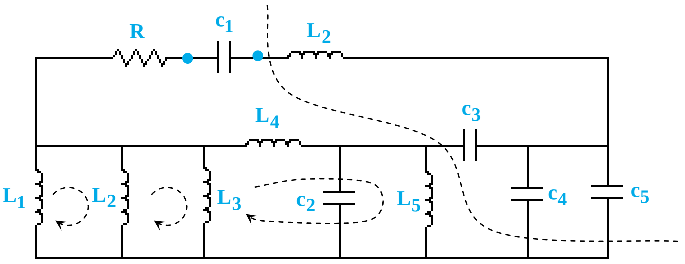


$۱۱ =$ تعداد المان‌های ذخیره‌کننده انرژی

حال به تعداد حلقه‌های خازنی و کاتست‌های سلفی از تعداد المان‌های ذخیره‌کننده‌ی انرژی کم می‌کنیم تا درجه‌ی مدار را به دست آوریم:

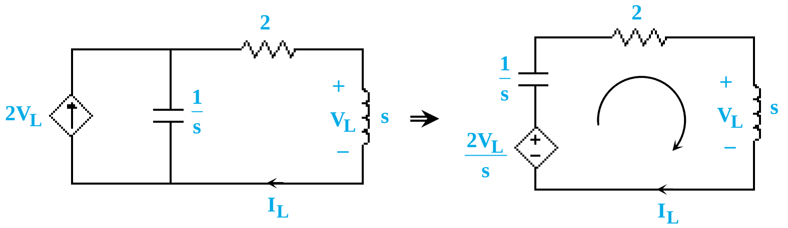
$۸ = ۲ - ۱ - ۱۱ =$ تعداد فرکانس طبیعی = درجه‌ی مدار

۴ـ گزینه «۲» برای محاسبه‌ی تعداد فرکانس طبیعی صفر کافی است تعداد حلقه‌های سلفی و کاتست‌های خازنی مدار را به دست آوریم:



تعداد فرکانس طبیعی صفر = ۴

۵ـ گزینه «۳» ابتدا منبع جریان مستقل را بی‌اثر کرده و سپس مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



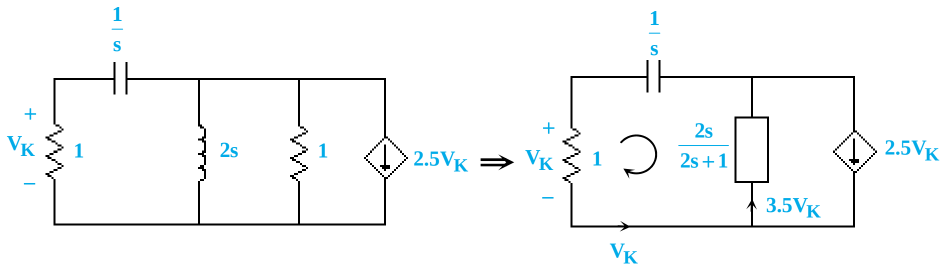
با توجه به مدار مشاهده می‌شود: $V_L = sI_L$

$$\text{KVL}: -\frac{۲v_L}{s}+\frac{۱}{s}I_L+۲I_L+sI_L=۰ \Rightarrow -۲I_L+\frac{۱}{s}I_L+۲I_L+sI_L=۰ \Rightarrow \frac{s^۲+۱}{s}I_L=۰ \Rightarrow (s^۲+۱)I_L=۰ \rightarrow \alpha=۰ \rightarrow$$ حالت بی‌اتلاف

۶ـ گزینه «۲» ابتدا تبدیل لاپلاس ورودی را به دست می‌آوریم: $e^{-\alpha t} \xrightarrow{L} \frac{۱}{s+\alpha}$

برای اینکه فرکانس $s=-\alpha$ در خروجی ظاهر نشود، باید $(s+\alpha)^{-۱}$ مربوط به ورودی با $s+\alpha$ مربوط به صفر تابع تبدیل مدار ساده شود. از طرفی با توجه به نمودار صفر و قطب مدار، مدار تنها دارای صفر در $s=-۴$ می‌باشد. بنابراین خواهیم داشت: $\alpha=۴$

۷ـ گزینه «۳» ابتدا منابع مستقل را بی‌اثر کرده و سپس مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

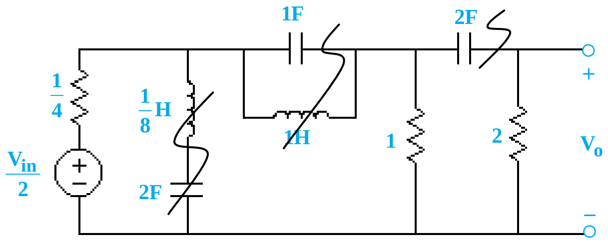


با اعمال KVL داریم:

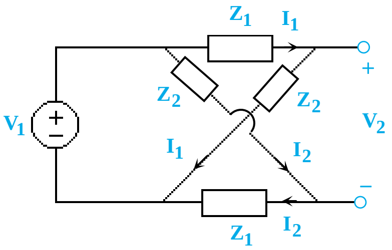
$$\text{KVL}:-V_k-\frac{۱}{s}V_k-\frac{۲s}{۲s+۱}\times ۳/۵V_k=۰ \Rightarrow [\frac{s+۱}{s}+\frac{۷s}{۲s+۱}]V_k=۰ \Rightarrow [\frac{۹s^۲+۳s+۱}{s(۲s+۱)}]V_k=۰$$

معادله‌ی مشخصه: $۹s^۲+۳s+۱=۰ \rightarrow s^۲+\frac{۱}{۳}s+\frac{۱}{۹}=۰ \rightarrow$ پهنای باند $=۲\alpha=\frac{۱}{۳}$

۸ـ گزینه «۲» با توجه به شکل مشاهده می‌شود که یک مدار LC سری شامل یک سلف $\frac{۱}{۲}H$ و یک خازن $\frac{۱}{۲}F$ در سمت چپ مدار وجود دارد. بنابراین یکی از جفت صفرهای تابع انتقال برابر $s=\frac{\pm j}{\sqrt{\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}}}=\pm ۲j$ می‌باشد (زیرا به ازای ورودی با این فرکانس، این شاخه اتصال کوتاه شده و خروجی صفر می‌شود). همچنین مشاهده می‌شود که یک مدار LC موازی نیز در سمت راست مدار وجود دارد که باعث ایجاد یک جفت صفر به صورت $s=\frac{\pm j}{\sqrt{۱\times ۱}}=\pm j$ در تابع انتقال مورد نظر می‌شود. با بررسی بیشتر در مدار می‌بینیم که یک خازن سری با V_o نیز قرار دارد که در فرکانس $s=۰$ باعث صفر شدن خروجی می‌شود. بنابراین صفرهای تابع انتقال برابرند با: $s=۰\,,\, s=\pm j\,,\, s=\pm ۲j$



۹ـ گزینه «۳» ابتدا تابع تبدیل $\frac{V_۲}{V_۱}$ را برحسب $Z_۱$ و $Z_۲$ محاسبه می‌کنیم (شکل زیر):



حال با اعمال kvl در حلقه‌های ورودی و خروجی داریم:

$$V_۱=(Z_۱+Z_۲)I_۲=(Z_۱+Z_۲)I_۱ \Rightarrow I_۱=I_۲$$

$$V_۲=Z_۲I_۱-Z_۱I_۲=(Z_۲-Z_۱)I_۲ \Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱}=\frac{Z_۲-Z_۱}{Z_۱+Z_۲}$$

از طرفی داریم:

$$Z_۱=\frac{۱}{s}\|s=\frac{s}{s^۲+۱} \quad \text{و} \quad Z_۲=s+\frac{۱}{s}=\frac{s^۲+۱}{s}$$

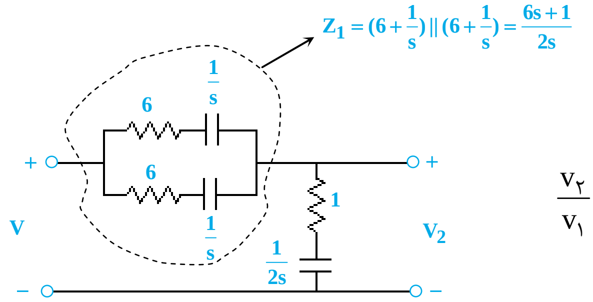
بنابراین:

$$\Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱}=\frac{\frac{s^۲+۱}{s}-\frac{s}{s^۲+۱}}{\frac{s^۲+۱}{s}+\frac{s}{s^۲+۱}}=\frac{s^۴+s^۲+۱}{s^۴+۳s^۲+۱}$$

معادله‌ی مشخصه: $s^۴+۳s^۲+۱=۰ \to s^۲=-۰/۳۸,-۲/۶۲ \to s=\pm j۰/۶, \pm j۱/۶۱$

۱۰ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم (دقت شود به دلیل برقراری پل وتسون از سلف ۱H، جریانی عبور نمی‌کند).

حال با تقسیم ولتاژ داریم:



$$Z_1=(6+\frac{1}{s})\|(6+\frac{1}{s})=\frac{6s+1}{2s}$$

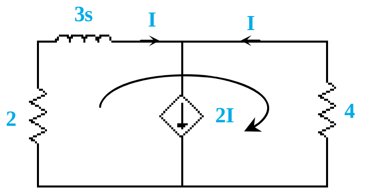
$$\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{۱+\frac{۱}{۲s}}{\frac{۶s+۱}{۲s}+۱+\frac{۱}{۲s}}=\frac{\frac{۲s+۱}{۲s}}{\frac{۸s+۲}{۲s}}=\frac{۲s+۱}{۸s+۲} \to P=-\frac{۱}{۴} \;,\; Z=-\frac{۱}{۲}$$

۱۱ـ گزینه «۱» با توجه به شکل مدار مشاهده می‌شود که سه سلف به صورت موازی با خروجی قرار گرفته‌اند. بنابراین تابع انتقال دارای صفر مرتبه ۳ در فرکانس $s=۰$ می‌باشد. از طرفی ۲ شاخه‌ی LC موازی هم در مدار وجود دارد. بنابراین تابع انتقال دارای ۲ صفر دیگر نیز در فرکانس $s=\pm\frac{j}{\sqrt{۱\times۱}}=\pm j$ می‌باشد.

۱۲ـ گزینه «۱» با توجه به نمودار قطب و صفر مشاهده می‌شود که تابع شبکه یک صفر در $\omega=۰$ دارد، پس مقدار تابع شبکه در این فرکانس برابر با صفر می‌باشد. از طرفی تابع شبکه دارای یک صفر مزدوج و یک قطب مزدوج با مقدار حقیقی مخالف صفر است. بنابراین تابع شبکه‌ای دارای مینیمم و ماکزیمم نسبی می‌باشد (دقت شود چون صفر مزدوج روی محور موهومی قرار ندارد، بنابراین اندازه‌ی مینیمم تابع شبکه مخالف صفر است). همچنین با توجه به برابر بودن تعداد صفر و قطب اندازه‌ی تابع شبکه در بی‌نهایت محدود به یک مقدار غیرصفر می‌باشد. بنابراین گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

۱۳ـ گزینه «۲» با توجه به اینکه تابع شبکه صفری در $s=۰$ ندارد، بنابراین اندازه‌ی تابع شبکه در $\omega=۰$ مخالف صفر است. همچنین تابع شبکه دارای یک صفر مزدوج روی محور موهومی می‌باشد، پس اندازه‌ی تابع شبکه دارای یک مینیمم نسبی با اندازه‌ی صفر می‌باشد. بنابراین گزینه‌ی ۲ صحیح می‌باشد.

۱۴ـ گزینه «۳» با توجه به مدار مشاهده می‌شود یک شاخه‌ی LC سری و یک شاخه‌ی LC موازی وجود دارد. بنابراین تابع انتقال به ترتیب دارای صفرهای $s=\frac{\pm j}{\sqrt{۱\times\frac{۱}{۴}}}=\pm۲j$ و $s=\frac{\pm j}{\sqrt{۱\times۱}}=\pm j$ می‌باشد. از طرفی مدار دارای یک شاخه‌ی RL سری می‌باشد که باعث به وجود آمدن صفر در فرکانس $s=-\frac{R}{L}=-۲$ در تابع انتقال می‌شود. بنابراین گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح این سؤال می‌باشد.



۱۵ـ گزینه «۴» ابتدا منابع مستقل را بی‌اثر کرده و سپس مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

با اعمال kvl در حلقه‌ی مشخص شده داریم:

$$(۲+۳s)I-۴I=۰\Rightarrow(۳s-۲)I=۰$$

بنابراین $s=\frac{۲}{۳}$ فرکانس طبیعی مدار می‌باشد (دقت شود مدار از مرتبه‌ی ۱ بوده و فقط ۱ فرکانس طبیعی دارد).

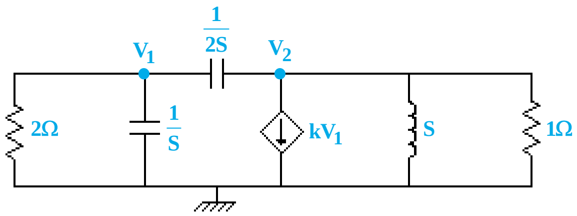
۱۶ـ گزینه «۴» با توجه به مدار مشاهده می‌شود یک شاخه‌ی RL سری در سمت راست مدار وجود دارد که باعث ایجاد صفر تابع انتقال در فرکانس $s=-\frac{R}{L}=-۳$ می‌شود. از طرفی شاخه‌ی LC موازی نیز یک صفر با فرکانس $s=\frac{\pm j}{\sqrt{Lc}}=\pm j$ در تابع انتقال موجود می‌آورد. همچنین خازن ۱ F و سلف ۱ H نیز دو صفر با فرکانس $s=۰$ نیز به وجود می‌آورند.

۱۷ـ گزینه «۴» با توجه به تابع تبدیل داده‌شده، اندازه‌ی این تابع به ازای $s=۰$ و $s=\pm aj$ برابر صفر می‌شود. از طرفی اندازه $H(j\omega)$ در فرکانس $s=\pm۲j$ به بی‌نهایت میل می‌کند. بنابراین گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

۱۸ـ گزینه «۱» ابتدا در تابع شبکه به جای s، $j\omega$ قرار می‌دهیم:

$$H(j\omega)=\frac{j\omega(j\omega+۳)}{۲-\omega^۲+\omega j}\xrightarrow{\omega=۴}H(j۴)=\frac{-۱۶+۱۲j}{-۱۴+۴j}=۱/۳۷\sphericalangle-۲۱^\circ$$

۱۹ـ گزینه «۴» می‌دانیم که قطب‌های هر تابع شبکه، زیرمجموعه فرکانس‌های طبیعی مدار هستند؛ بنابراین ابتدا معادله مشخصه و فرکانس‌های طبیعی را محاسبه می‌کنیم. بدین منظور معادلات KCL را می‌نویسیم و ماتریس ادمیتانس را به دست می‌آوریم.



$$\frac{V_۱}{۲}+SV_۱+۲S(V_۱-V_۲)=۰\Rightarrow(۳S+\frac{۱}{۲})V_۱-۲SV_۲=۰$$

$$۲S(V_۲-V_۱)+kV_۱+\frac{V_۲}{S}+V_۲=۰\Rightarrow(k-۲S)V_۱+(۱+\frac{۱}{S}+۲S)V_۲=۰$$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}۳S+\frac{۱}{۲} & -۲S\\ k-۲S & ۲S+۱+\frac{۱}{S}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_۱\\ V_۲\end{bmatrix}=۰\Rightarrow Y=\begin{bmatrix}۳S+\frac{۱}{۲} & -۲S\\ k-۲S & ۲S+۱+\frac{۱}{S}\end{bmatrix}$$

$$|Y|=(۳S+\frac{۱}{۲})(۲S+۱+\frac{۱}{S})+۲S(k-۲S)=۰\xrightarrow{\times S}۲S^۳+(۴+۲k)S^۲+۳/۵S+۰/۵=۰$$ معادله مشخصه

با توجه به این که دو قطب تابع شبکه برابر $\frac{-۵\pm j\sqrt{۷}}{۸}$ هستند، پس باید معادله مشخصه بر عبارت $S^۲+۱/۲۵S+۰/۵$ بخش‌پذیر باشد. حال داریم:

$$۲S^۳+(۴+۲k)S^۲+۳/۵S+۰/۵=(S^۲+۱/۲۵S+۰/۵)(۲S+۱/۵+۲k)+(k-۰/۲۵)(۱-۲/۵S)$$

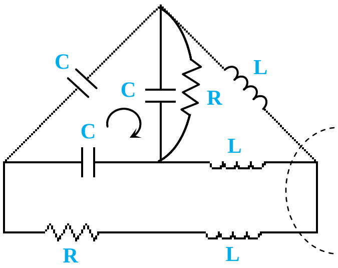
مشخص است که به ازای $k=۰/۲۵$، جمله باقی‌مانده در عبارت فوق برابر صفر شده و معادله مشخصه بر $S^۲+۱/۲۵S+۰/۵$ بخش‌پذیر است.

۲۰ــ گزینه «۲» ابتدا تعداد المان‌های ذخیره‌کننده‌ی انرژی را محاسبه می‌کنیم:

۶ = تعداد المان ذخیره‌کننده انرژی

حال با توجه به اینکه یک حلقه‌ی خازنی و یک کاتست سلفی در مدار وجود دارد، بنابراین مرتبه‌ی مدار برابر است با:

مرتبه‌ی مدار $= n = ۶ - ۲ = ۴ \rightarrow$ ۴ فرکانس طبیعی داریم

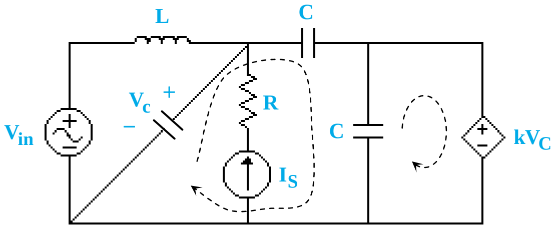


۲۱ــ گزینه «۳» ابتدا تعداد المان‌های ذخیره‌کننده‌ی انرژی را محاسبه می‌کنیم:

۴ = تعداد المان‌های ذخیره‌کننده‌ی انرژی

از طرفی با توجه به شکل مدار مشاهده می‌شود ۲ حلقه‌ی خازنی در مدار وجود دارد، بنابراین مرتبه‌ی مدار برابر است با:

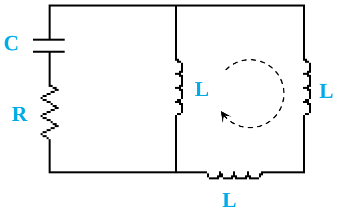
مرتبه‌ی مدار $= n = ۴ - ۲ = ۲ \rightarrow$ ۲ تا فرکانس طبیعی داریم



۲۲ــ گزینه «۲» همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، مدار از هفت المان ذخیره‌کننده‌ی انرژی تشکیل شده است. از طرفی مدار دارای یک حلقه‌ی سلفی و یک کاتست خازنی می‌باشد، بنابراین مدار دارای ۲ فرکانس طبیعی صفر است. در نتیجه تعداد فرکانس طبیعی غیرصفر برابر است با:

فرکانس طبیعی غیرصفر $= ۷ - ۲ = ۵$

۲۳ــ گزینه «۳» ابتدا منابع مستقل را بی‌اثر می‌کنیم:

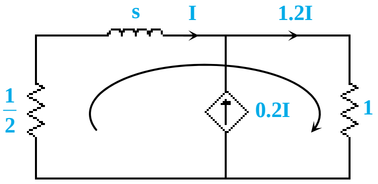


حال با توجه به مدار مشاهده می‌شود که مدار دارای یک حلقه‌ی سلفی می‌باشد؛ بنابراین یک فرکانس طبیعی صفر در مدار وجود دارد.

۲۴ــ گزینه «۳» ابتدا منابع مستقل را بی‌اثر می‌کنیم:

حال با اعمال kvl در مدار داریم:

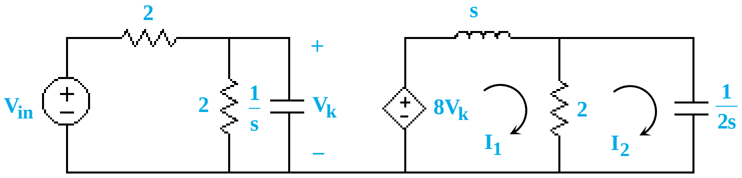
$$(\frac{۱}{۲}+s)I+۱/۲I=۰ \Rightarrow (s+۱/۷)I=۰ \rightarrow s=-۱/۷$$



دقت شود که خازن ۲F به دلیل سری شدن با منبع جریان، بی‌اثر می‌شود. بنابراین تأثیری روی مرتبه‌ی مدار نداشته و مدار از مرتبه‌ی اول می‌باشد.

۲۵ــ گزینه «۳» ابتدا مدارها را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

حال با توجه به مدار داریم:



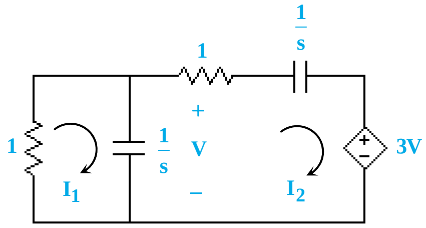
$$V_k = \frac{\frac{۱}{s}||۲}{\frac{۱}{s}||۲+۲}V_{in} = \frac{۲}{۲s+۲}V_{in} = \frac{۱}{s+۱}V_{in}$$

بنابراین $s=-۱$ یک فرکانس طبیعی مدار می‌باشد. از طرفی با نوشتن ماتریس مش مدار سمت راست داریم:

$$\begin{bmatrix} s+۲ & -۲ \\ -۲ & \frac{۱}{۲s}+۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_۱ \\ I_۲ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۸V_k \\ ۰ \end{bmatrix} \Rightarrow \text{معادله‌ی مشخصه}:(s+۲)(\frac{۱}{۲s}+۲)-۴=۰ \Rightarrow ۴s^۲+s+۲=۰ \Rightarrow s=\frac{-۱\pm\sqrt{۳۱}\,j}{۸}=-۰/۱۲\pm j۰/۷$$

بنابراین فرکانس‌های طبیعی مدار برابر است با: $s=-۱,-۰/۱۲\pm j۰/۷$

۲۶ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم. سپس با نوشتن معادلات مش معادله‌ی مشخصه‌ی مدار را بدست می‌آوریم:

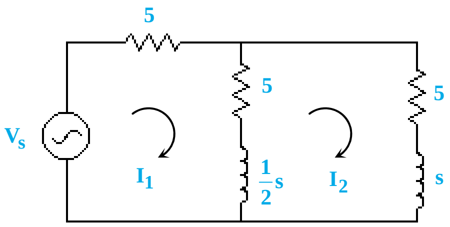


$$\begin{bmatrix} ۱+\frac{۱}{s} & -\frac{۱}{s} \\ -\frac{۱}{s} & ۱+\frac{۲}{s} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_۱ \\ I_۲ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۰ \\ -۳v \end{bmatrix} \xrightarrow{v=(\frac{I_۱-I_۲}{s})} \begin{bmatrix} \frac{s+۱}{s} & -\frac{۱}{s} \\ \frac{۲}{s} & ۱-\frac{۱}{s} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_۱ \\ I_۲ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۰ \\ ۰ \end{bmatrix}$$

$$\text{معادله‌ی مشخصه}: \frac{s+۱}{s}\times\frac{s-۱}{s}+\frac{۲}{s^۲}=۰ \Rightarrow \frac{s^۲+۱}{s^۲}=۰ \Rightarrow s^۲+۱=۰ \to \alpha=۰$$

بنابراین مدار در حالت بی‌اتلاف قرار دارد.

۲۷ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس برده و سپس معادلات مش مدار را می‌نویسیم:



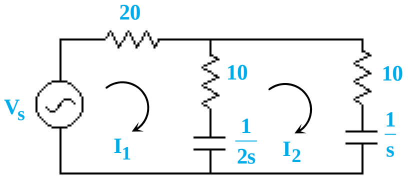
$$\begin{bmatrix} ۱۰+\frac{۱}{۲}s & -۵-\frac{s}{۲} \\ -۵-\frac{s}{۲} & ۱۰+\frac{۳s}{۲} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_۱ \\ I_۲ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} V_s \\ ۰ \end{bmatrix}$$

بنابراین معادله‌ی مشخصه‌ی مدار برابر است با:

$$(۱۰+\frac{s}{۲})(۱۰+\frac{۳s}{۲})-(۵+\frac{s}{۲})^۲=۰ \Rightarrow ۱۰۰+۲۰s+\frac{۳}{۴}s^۲-۲۵-۵s-\frac{s^۲}{۴}=۰$$

$$\Rightarrow \frac{s^۲}{۲}+۱۵s+۷۵=۰ \to \text{فرکانس‌های طبیعی}: s=\frac{-۱۵\pm ۸/۶۶}{۲\times\frac{۱}{۲}}\simeq -۲۳/۶ , -۶/۳$$

۲۸ـ گزینه «۱» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس برده و معادلات مش مدار را می‌نویسیم:



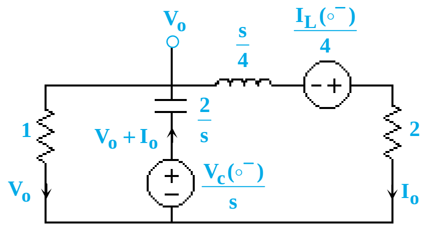
$$\begin{bmatrix} ۳۰+\frac{۱}{۲s} & -۱۰-\frac{۱}{۲s} \\ -۱۰-\frac{۱}{۲s} & ۲۰+\frac{۳}{۲s} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_۱ \\ I_۲ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} V_s \\ ۰ \end{bmatrix}$$

حال معادله‌ی مشخصه مدار را به دست می‌آوریم:

$$(۳۰+\frac{۱}{۲s})(۲۰+\frac{۳}{۲s})-(۱۰+\frac{۱}{۲s})^۲=۰ \Rightarrow ۲۰۰۰s^۲+۱۸۰s+۲=۰$$

$$\text{فرکانس‌های طبیعی}: s=-۰/۰۱۳ , -۰/۰۷۷$$

۲۹ـ گزینه «۳» ابتدا منابع مستقل را بی‌اثر کرده و سپس مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



حال با نوشتن معادلات KVL در حلقه‌های مدار داریم:

$$\text{KVL (حلقه‌ی چپ)}: -V_o-\frac{۲}{s}(V_o+I_o)+\frac{V_c(۰^-)}{s}=۰\Rightarrow(\frac{۲}{s}+۱)V_o+\frac{۲}{s}I_o=\frac{V_c(۰^-)}{s}\Rightarrow(s+۲)V_o+۲I_o=V_c(۰^-)\qquad(۱)$$

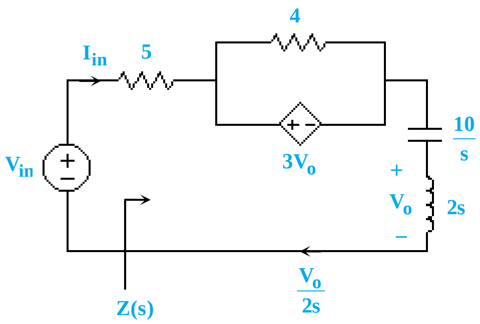
$$\text{KVL (حلقه‌ی بیرونی)}: -V_o+(۲+\frac{s}{۴})I_o-\frac{I_L(۰^-)}{۴}=۰\Rightarrow(s+۸)I_o-۴V_o=I_L(۰^-)\qquad(۲)$$

$$(۱),(۲)\Rightarrow(s+۲)[\frac{(s+۸)I_o-I_L(۰^-)}{۴}]+۲I_o=V_c(۰^-)$$

$$\Rightarrow(s^۲+۱۰s+۲۴)I_o=۴V_c(۰^-)+(s+۲)I_L(۰^-)\Rightarrow I_o=\frac{I_L(۰^-)(s+۲+\frac{۴V_c(۰^-)}{I_L(۰^-)})}{(s+۴)(s+۶)}$$

برای اینکه فقط فرکانس $s=-۴$ در خروجی ظاهر شود، باید $(s+۶)$ موجود در مخرج با صورت ساده شود. بنابراین $V_C(۰^-)=I_L(۰^-)$ می‌باشد.

۳۰ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



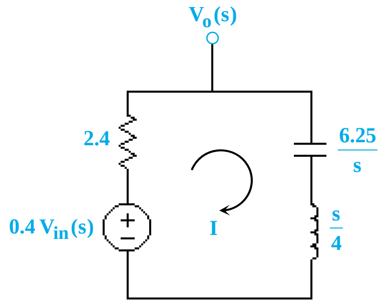
$$\text{KVL}: -V_{in}+۵I_{in}+۳V_o+\frac{۱۰}{s}\times I_{in}+V_o=۰$$

$$\xrightarrow[V_o=۲sI_{in}]{I_{in}=\frac{V_o}{۲s}}-V_{in}+۵I_{in}+۶sI_{in}+\frac{۱۰}{s}I_{in}+۲sI_{in}=۰\Rightarrow V_{in}=(\frac{۱۰}{s}+۸s+۵)I_{in}$$

۳۱ـ گزینه «۲» با توجه به معادله‌ی بدست آمده در تست قبل داریم: $(۸s^۲+۵s+۱۰)I_{in}=sV_{in}$

بنابراین داریم: معادله‌ی مشخصه $:s^۲+۰/۶۲۵s+۱/۲۵=۰\Rightarrow\begin{cases}BW=۰/۶۲۵\\ \omega_r=۱/۱۱۸\end{cases}$

۳۲ـ گزینه «۱» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

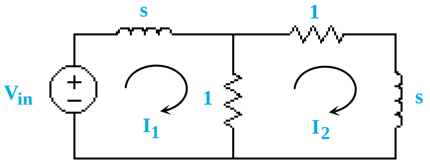


$$\text{kvl}: -۰/۴V_{in}+(۲/۴+\frac{۶/۲۵}{s}+\frac{s}{۴})I=۰$$

$\Rightarrow$ معادله‌ی مشخصه $:s^۲+۹/۶s+۲۵=۰$

بنابراین داریم: $BW=۹/۶$ و $\omega_r=۵$

۳۳ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس برده و سپس معادلات مش آن را می‌نویسیم:



$$\begin{bmatrix}s+۱&-۱\\-۱&s+۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_۱\\I_۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}V_{in}\\۰\end{bmatrix}$$

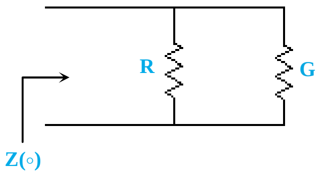
معادله‌ی مشخصه‌ی سیستم برابر است با:

معادله‌ی مشخصه $:(s+۱)(s+۲)-۱=s^۲+۳s+۱=۰\Rightarrow\begin{cases}BW=۲\alpha=۳\\ \omega_r=۱\end{cases}$

۳۴ـ گزینه «۴» به ازای $s=۰$ خواهیم داشت:

$$Z(۰)=\frac{۱۰۰۰}{۲۵۰۱}\simeq ۰/۴$$

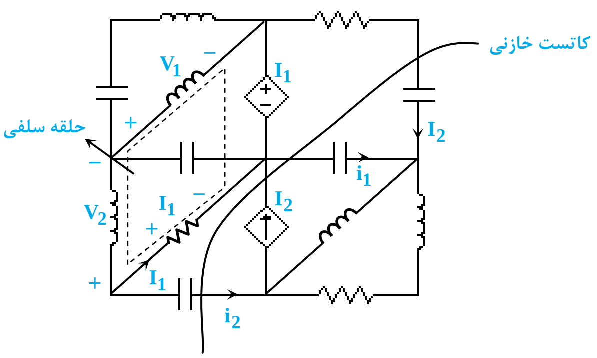
حال به ازای $s=۰$ مدار به صورت زیر خواهد بود:



$$\Rightarrow Z(۰)=\frac{\frac{R}{G}}{R+\frac{۱}{G}}=\frac{R}{RG+۱}\simeq ۰/۴$$

با بررسی گزینه‌ها مشاهده می‌شود که تنها گزینه‌ی ۴ این شرط را ارضا می‌کند.

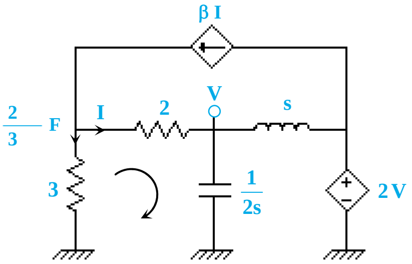
۳۵ـ گزینه «۲» با توجه به شکل روبه‌رو، به ازای $\beta=۱$ مدار دارای یک حلقه سلفی و یک کاتست خازنی است:



$$i_۱+i_۲=۰$$
$$V_۱+V_۲=۰$$

بنابراین به ازای $\beta=۱$ مدار دو فرکانس طبیعی صفر دارد. به ازای $\beta=۰$ مدار تنها یک کاتست خازنی و در نتیجه یک فرکانس طبیعی صفر دارد و بـه ازای $\beta=-۱$ مدار فرکانس طبیعی صفر ندارد.

۳۶ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

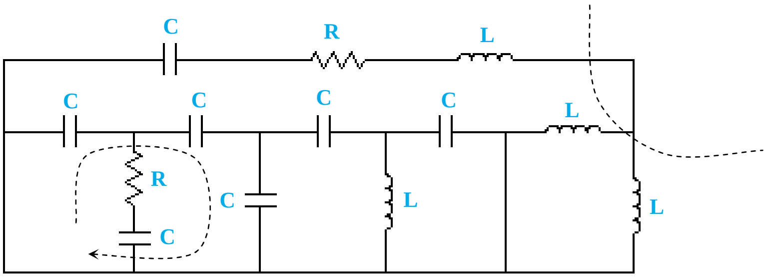


حال با اعمال KVL در گره با پتانسیل V و همچنین اعمال KVL در حلقه‌ی مشخص شده داریم:

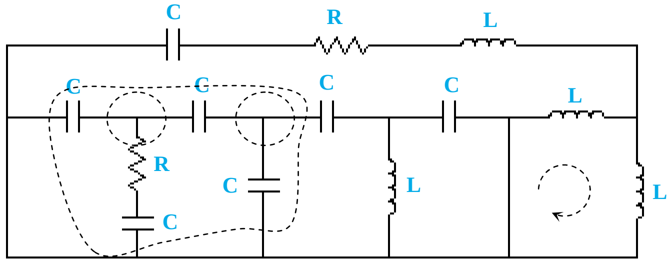
$$KCL: I+\frac{۲v-v}{s}=۲sv \Rightarrow (۲s^۲-۱)v=sI \quad (۱)$$
$$KVL: -(\beta-۱)I\times ۳+۲I+v=۰ \Rightarrow v=I(۳\beta-۵) \quad (۲)$$
$$(۱),(۲)\rightarrow ((۲s^۲-۱)(۳\beta-۵)-s)I=۰$$

در نتیجه با توجه به اینکه ضریب s به هیچ عنوان نمی‌تواند صفر شود، بنابراین این مدار هیچ‌گاه نمی‌تواند در حالت بی‌اتلاف باشد.

۳۷ـ گزینه «۳» ابتدا تعداد المان‌های ذخیره‌کننده انرژی مدار را محاسبه می‌کنیم (منابع بی‌اثر می‌شوند):



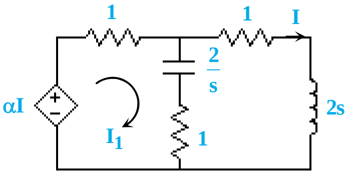
تعداد المان‌های ذخیره‌کننده انرژی $= n=۱۱$



حال با توجه به وجود یک حلقه‌ی خازنی و یک کاتست سلفی مدار از مرتبه‌ی ۹ می‌باشد. از طرفی با توجه به وجود ۳ کاتست خازنی و یک حلقه‌ی سلفی، مدار دارای ۴ فرکانس طبیعی صفر مـی‌باشـد. بنابراین:

تعداد فرکانس طبیعی غیرصفر $=۹-۴=۵$

۳۸ـ گزینه «۳» ابتدا منابع را بی‌اثر کرده و سپس مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



حال با نوشتن معادلات مش داریم:

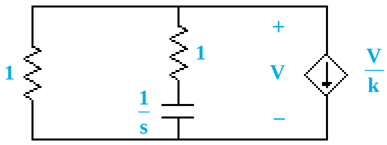
$$\begin{bmatrix} ۲+\frac{۲}{s} & -۱-\frac{۲}{s} \\ -۱-\frac{۲}{s} & ۲+۲s+\frac{۲}{s} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_۱ \\ I \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \alpha I \\ ۰ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{۲s+۲}{s} & -\frac{(\alpha+۱)s+۲}{s} \\ -\frac{(s+۲)}{s} & \frac{۲s^۲+۲s+۲}{s} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_۱ \\ I \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۰ \\ ۰ \end{bmatrix}$$

معادله‌ی مشخصه‌ی مدار برابر است با:

$$\frac{۴(s+۱)}{s^۲}(s^۲+s+۱)-\frac{(s+۲)((\alpha+۱)s+۲)}{s^۲}=۰ \Rightarrow ۴s^۳+(۷-\alpha)s^۲+(۴-۲\alpha)s=۰ \Rightarrow s(s^۲+(۷-\alpha)s+۴-۲\alpha)=۰$$

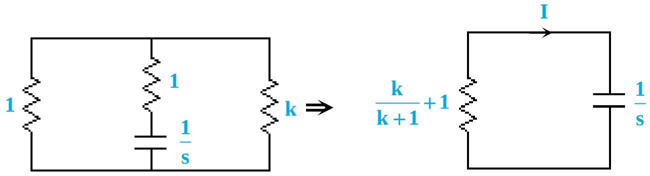
بنابراین به ازای $\alpha=۷$ مدار در حالت بی‌اتلاف خواهد بود.

۳۹ـ گزینه «۴» ابتدا منابع مستقل را بی‌اثر کرده و سپس مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



$$R_{\text{معادل منبع وابسته}}=\frac{V}{\frac{V}{k}}=k\Omega$$

بنابراین داریم:

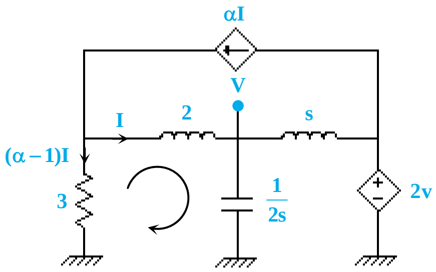


$$\Rightarrow (\frac{۱}{s}+\frac{k}{k+۱}+۱)I=۰ \Rightarrow (\frac{۲k+۱}{k+۱}s+۱)I=۰$$

با توجه به اینکه $s=-\frac{۱}{۳}$ فرکانس طبیعی مدار است، بنابراین:

$$\frac{۲k+۱}{k+۱}=۳ \rightarrow ۳k+۳=۲k+۱ \rightarrow k=-۲$$

۴۰ـ گزینه «۳» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

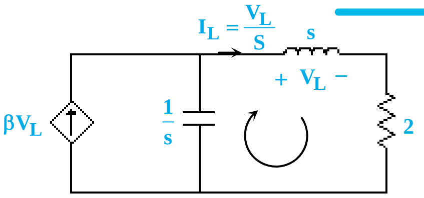


حال با اعمال kcl در گره با پتانسیل V و همچنین اعمال kvl در حلقه‌ی مشخص شده داریم:

$$KCL: I+\frac{۲v-v}{s}=۲sv \rightarrow (۲s^۲-۱)v=sI \quad (۱)$$

$$KVL: -۳\times(\alpha-۱)I+۲I+v=۰ \rightarrow v=(۳\alpha-۵)I \quad (۲)$$

$$(۱),(۲) \rightarrow ((۲s^۲-۱)(۳\alpha-۵)-s)I=۰ \rightarrow \alpha=\frac{۵}{۳} \rightarrow -sI=۰ \rightarrow$$ مرتبه یک



۴۱ـ گزینه «۲» ابتدا منابع را بی‌اثر کرده و سپس مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

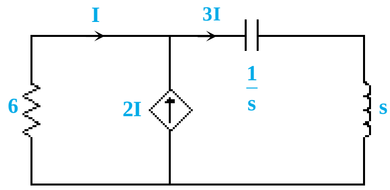
حال با اعمال kvl داریم:

$$KVL: \frac{۱}{s}(\frac{v_L}{s}-\beta v_L)+v_L+۲\times(\frac{v_L}{s})=۰ \Rightarrow (s^۲+(۲-\beta)s+۱)v_L=۰$$

بنابراین به ازای $\beta=۲$ پاسخ مدار نامیرا خواهد بود.

۴۲ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه تبدیل لاپلاس ورودی برابر $\frac{۱}{s+\alpha}$ می‌باشد، در نتیجه برای اینکه $ke^{-\alpha t}$ در خروجی ظاهر نشود، باید تبدیل لاپلاس ورودی با صورت تابع تبدیل ساده شود. بنابراین تابع تبدیل باید صفری در $s=-\alpha$ داشته باشد. پس با توجه به نمودار قطب و صفر داریم:

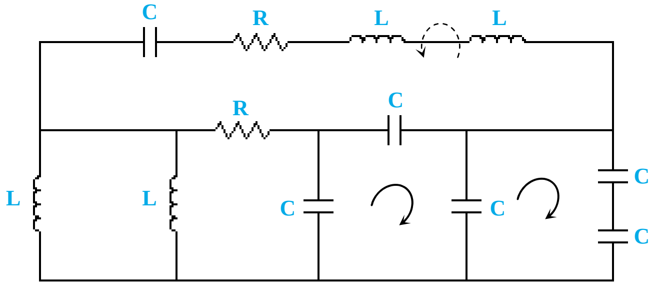
$$\begin{cases}-\alpha=-۳\\ -\alpha=۵\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\alpha=۳\\ \alpha=-۵\end{cases}$$



۴۳ـ گزینه «۳» ابتدا منابع مستقل را بی‌اثر می‌کنیم و سپس مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

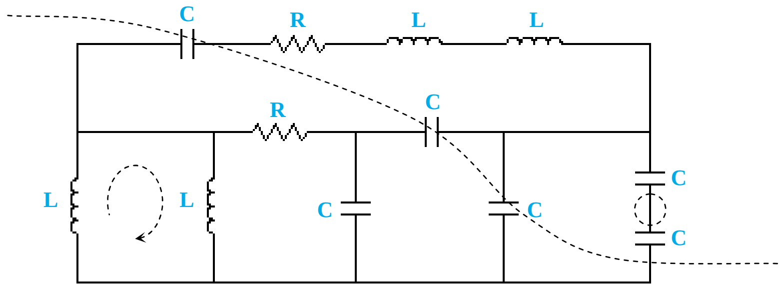
با اعمال kvl در حلقه‌ی بیرونی داریم:

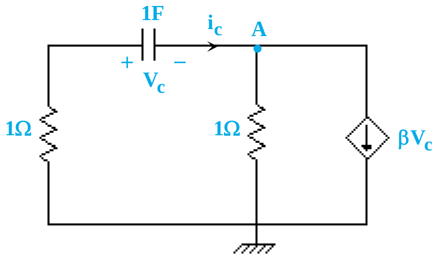
$$KVL:۶I+(\frac{۱}{s}+s)\times۳I=۰\Rightarrow(s^۲+۲s+۱)I=(s+۱)^۲I=۰\rightarrow s=-۱,۱$$



۴۴ـ گزینه «۲» همان‌طور که مشاهده می‌شود مدار از ۱۰ المان ذخیره‌کننده‌ی انرژی تشکیل شده است اما به دلیل وجود یک کاتست سلفی و دو حلقه‌ی خازنی مدار از مرتبه‌ی ۷ می‌باشد.

۴۵ـ گزینه «۱» با توجه به وجود یک حلقه‌ی سلفی و دو کاتست خازنی مدار دارای ۳ فرکانس طبیعی صفر می‌باشد.





۴۶ـ گزینه «۱» ابتدا با غیرفعال کردن منابع تغذیه مستقل مدار، فرکانس‌های طبیعی و معادله‌ی مشخصه مدار را محاسبه می‌کنیم:

با نوشتن رابطه KCL در گره A داریم:

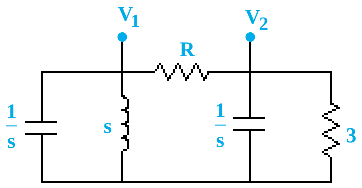
$$i_C=\frac{-i_C\times۱-V_C}{۱}+\beta V_C\xrightarrow{i_C=SV_C}(۲S+۱-\beta)V_C=۰$$

برای پایداری مدار باید داشته باشیم:

$$۱-\beta>۰\Rightarrow\beta<۱$$

با توجه به این که به ازای مقدار مرزی $\beta=۱$، مدار دارای فرکانس طبیعی $S=۰$ است و با توجه به این که مدار با منبع پله (با قطب $S=۰$) تحریک شده است، بنابراین به ازای $\beta=۱$ مدار ناپایدار بوده و پاسخ گزینه (۱) می‌باشد.

۴۷ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم و سپس معادلات گره‌ی مربوطه را می‌نویسیم:



$$\begin{bmatrix}s+\frac{۱}{s}+\frac{۱}{R} & -\frac{۱}{R}\\ -\frac{۱}{R} & s+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{R}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_۱\\ V_۲\end{bmatrix}=۰$$

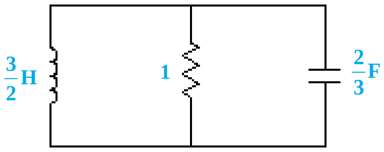
معادله‌ی مشخصه مدار برابر است با:

$$(s+\frac{۱}{s}+\frac{۱}{R})(s+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{R})-\frac{۱}{R^{۲}}=۰\Rightarrow s^{۳}+(\frac{۱}{۳}+\frac{۲}{R})s^{۲}+(\frac{۱}{۳R}+۱)s+(\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{R})=۰$$

حال با توجه به اینکه ke^{-t} در پاسخ ورودی صفر ظاهر شود، باید $s=-۱$ در معادله‌ی مشخصه مدار صدق کند. بنابراین:

$$-۱+(\frac{۱}{۳}+\frac{۲}{R})+(\frac{۱}{۳R}+۱)+(\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{R})=۰\Rightarrow R=۲$$

۴۸ـ گزینه «۴» با توجه به شکل مشاهده می‌شود که مدار دارای ۶ المان ذخیره‌کننده انرژی است. از طرفی وجود یک کاتست سلفی و یک حلقه‌ی خازنی باعث می‌شود که مرتبه‌ی مدار برابر ۴ شود. بنابراین گزینه‌های ۲و۳ نادرست می‌باشند. همچنین با توجه به وجود یک حلقه‌ی سلفی و یک کاتست خازنی، ۲ فرکانس طبیعی صفر در مدار داریم. حال برای محاسبه‌ی فرکانس طبیعی غیرصفر سلف و خازن معادل را با ترکیب سری و موازی آن‌ها بدست می‌آوریم. بنابراین:

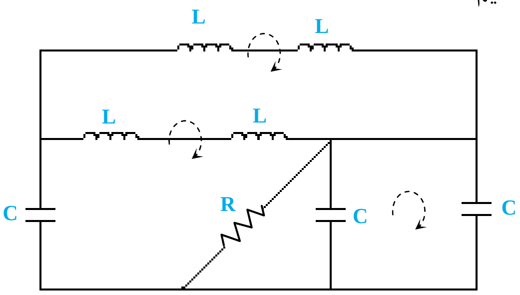


معادله‌ی مشخصه RLC موازی: $s^{۲}+\frac{۱}{RC}s+\frac{۱}{LC}=s^{۲}+\frac{۳}{۲}s+۱=۰\Rightarrow ۲s^{۲}+۳s+۲=۰$

۴۹ـ گزینه «۲» با توجه به اینکه می‌خواهیم $Z(s)$ را در حالتی که خروجی مدار باز است بدست بیاوریم، باید از معادله‌های مشخصه‌ی بدست آمده در آزمایش‌های دوم و سوم استفاده کنیم. از طرفی می‌دانیم معادله‌ی مشخصه در مخرج تبدیل لاپلاس هر متغیر ظاهر می‌شود، از آنجا که $Z(s)=\frac{V(s)}{I(s)}$ می‌باشد. پس معادله‌ی مشخصه‌ی مربوط به آزمایشی که $I(s)$ محاسبه می‌شود در صورت $Z(s)$ و معادله‌ی مشخصه‌ی آزمایشی که $V(s)$ محاسبه می‌شود در مخرج $Z(s)$ ظاهر می‌شود. بنابراین با توجه به اینکه $V(s)$ از آزمایش دوم و $I(s)$ محاسبه می‌شود، داریم:

$$Z(s)=\frac{s^{۲}+۶s+۲}{s^{۲}+۴s+۱}$$

۵۰ـ گزینه «۴» ابتدا منابع مستقل را بی‌اثر می‌کنیم:

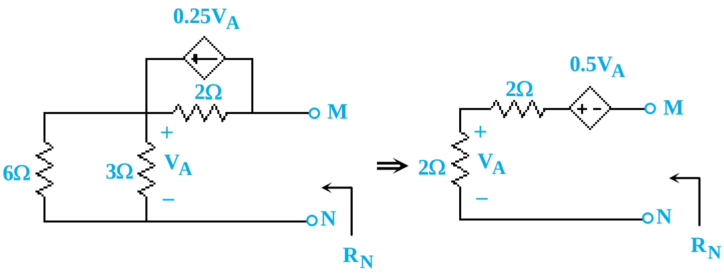


با توجه به مدار مشاهده می‌شود که مدار از ۷ المان ذخیره‌کننده انرژی تشکیل شده است. ولی همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، یک حلقه‌ی خازنی و ۲ کاتست سلفی در مدار وجود دارد. بنابراین درجه‌ی مدار برابر است با: $n=۷-۳=۴$

از طرفی مدار دارای یک حلقه‌ی سلفی است (حلقه‌ی بالایی)، بنابراین یک فرکانس طبیعی صفر در مدار وجود دارد.

آزمون فصل دهم

۱ـ گزینه «۲» ابتدا منابع مستقل را بی‌اثر می‌کنیم:



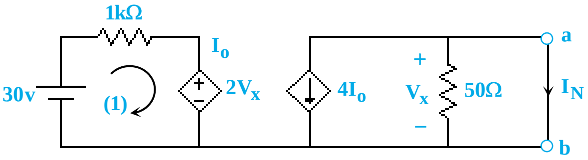
حال مقاومت معادل منبع ولتاژ وابسته را محاسبه می‌کنیم:

$$R_q=\frac{۰/۵V_A}{-\frac{V_A}{۲}}=-۱\Omega$$

بنابراین داریم:

$$R_N=۲+۲-۱=۳\Omega$$

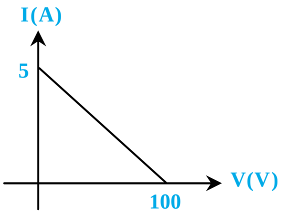
۲ـ گزینه «۱» با توجه به متفاوت بودن جریان نورتن در گزینه‌ها، کافی است این جریان را محاسبه کنیم، بنابراین با اتصال کوتاه کردن خروجی داریم:



$$\Rightarrow\begin{cases}V_x=۰\\ I_N=-۴I_o\end{cases}$$

$$\text{KVL (۱)}:-۳۰+۱۰^۳\,I_o+۲V_x=۰\rightarrow I_۰=\frac{۳۰}{۱۰^۳}A\rightarrow I_N=-۰/۱۲\ A$$

۳ـ گزینه «۴» ابتدا با توجه به مشخصه‌ی $V-I$ داده شده برای شبکه، معادل تونن را محاسبه می‌کنیم:



$$I=-\frac{۵}{۱۰۰}V+۵\Rightarrow\ V=۲۰I+۱۰۰$$

می‌دانیم که حداکثر توان دریافتی توسط مقاومت R زمانی رخ می‌دهد که R برابر مقاومت تونن دیده شده از دو سر آن باشد. بنابراین حداکثر توان دریافتی برابر است با:

$$P_{o\max}=\frac{۱}{۴}\frac{V_{th}^{۲}}{R_{th}}=\frac{۱}{۴}\times\frac{۱۰۰^{۲}}{۲۰}=۱۲۵\,w$$

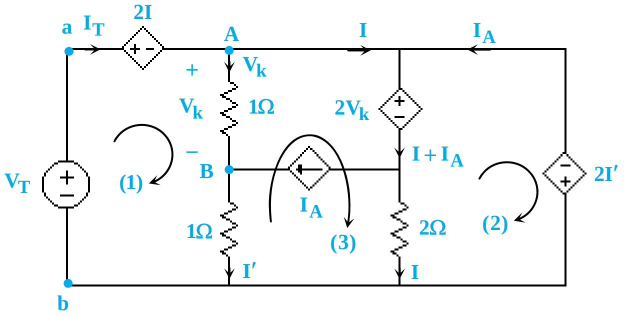
۴ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه شبکه مقاومتی می‌باشد، برای I داریم:

$$I=aV_s+bI_s\rightarrow\begin{cases}۱۰۰a+۱۰b=۴\\ ۵۰a+۳b=۲/۵\end{cases}\rightarrow\ a=۰/۰۶۵,b=-۰/۲۵$$

بنابراین به ازای مقادیر جدید منابع ولتاژ و جریان خواهیم داشت:

$$I=۰/۰۶۵\times۸۰-۰/۲۵\times۷=۳/۴۵A$$

۵ـ گزینه «۲» با اعمال منبع ولتاژ V_T با جریان تزریقی I_T در دو سر b,a و اعمال KVL و KCL های مورد نیاز داریم:



$$\text{KCL}\,(A):I_T=V_k+I\qquad(۱)$$

$$\text{KVL (۱)}:\ V_T=۲I+V_k+I'\qquad(۲)$$

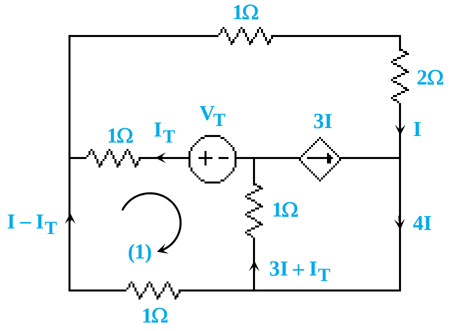
$$\text{KVL}\,(۲):-۲V_k-۲I'-۲I=۰\Rightarrow I+I'+V_k=۰\quad(۳)$$

$$\text{KVL}\,(۳):-V_k+۲V_k+۲I-I'=۰\Rightarrow I'=V_k+۲I\quad(۴)$$

$$(۳),(۲)\rightarrow V_T=I$$

$$(۳),(۴)\rightarrow V_k=-\frac{۳}{۲}I\xrightarrow{(۱)}I_T=-\frac{۱}{۲}I\ \Rightarrow\ R_{th}=\frac{V_T}{I_T}=-۲\Omega$$

۶ـ گزینه «۳» ابتدا منابع مستقل را بی‌اثر می‌کنیم. پس با اعمال KVL در حلقه‌های مدار داریم:

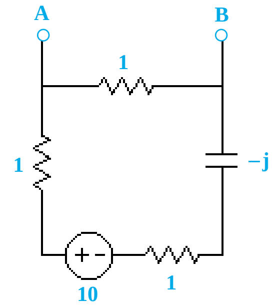


$$KVL(۱): -I_T+V_T-(۳I+I_T)+(I-I_T)=۰ \Rightarrow V_T=۳I_T+۲I \quad (۱)$$

$$KVL\ (\text{حلقه‌ی بیرونی}):\ ۳I+(I-I_T)=۰ \Rightarrow I=\frac{I_T}{۴} \quad (۲)$$

$$(۱),(۲) \rightarrow V_T=(۳+\frac{۱}{۲})I_T=۳/۵I_T \rightarrow R_{th}=۳/۵\Omega$$

۷ـ گزینه «۴» برای محاسبه‌ی ولتاژ مدار باز دو سر A و B از قضیه‌ی جمع آثار استفاده می‌کنیم:

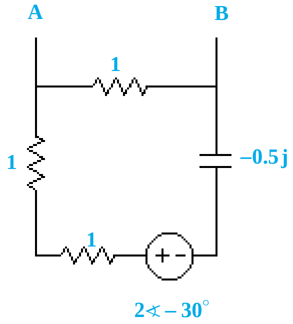


حالت اول: ولتاژ مدار باز ناشی از منبع $۱۰\cos t$:

$$\Rightarrow V_{AB_۱}=\frac{۱}{۳-j}\times۱۰=۳/۲\measuredangle ۱۸/۴^\circ$$

$$\Rightarrow V_{oc_۱}(t)=۳/۲\cos(t+۱۸/۴^\circ)$$

حالت دوم: ولتاژ مدار باز ناشی از منبع $۲\cos(۲t-۳۰^\circ)$:



$$V_{AB_۲}=\frac{۱}{۳-۰/۵j}\times۲\measuredangle-۳۰^\circ=۰/۶۶\measuredangle-۲۰/۵^\circ$$

$$V_{oc_۲}(t)=۰/۶۶\cos(۲t-۲۰/۵^\circ)$$

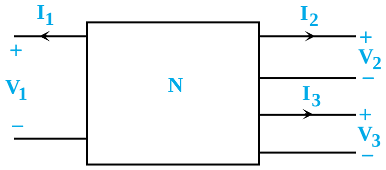
بنابراین ولتاژ مدار باز برابر است با:

$$V_{oc}(t)=V_{oc_۱}(t)+V_{oc_۲}(t)=۳/۲\cos(t+۱۸/۴^\circ)+۰/۶۶\cos(۲t-۲۰/۵^\circ)$$

۸ـ گزینه «۱» با استفاده از قضیه‌ی تلگان داریم:

$$V_۱\hat{I}_۱+V_۲\hat{I}_۲=\hat{V}_۱I_۱+\hat{V}_۲I_۲ \Rightarrow ۱۰\times۰+۰\times۱۱=\hat{V}_۱\times(-۳)+۱۰\times۴ \Rightarrow \hat{V}_۱=\frac{۴۰}{۳}v$$

۹ـ گزینه «۴» با توجه به اینکه مدار خطی و تغییرناپذیر با زمان می‌باشد، بنابراین قضیه‌های جمع آثار و هم‌پاسخی برقرار می‌باشد. در نتیجه داریم:



قضیه‌ی جمع آثار: $\hat{V}_۱=\hat{V}_۱|_{\text{ناشی از منبع ولتاژ}}+\hat{V}_۱|_{\text{ناشی از منبع جریان}}$

از طرفی با توجه به قضیه‌ی هم‌پاسخی داریم:

$$\frac{\hat{V}_۱}{\hat{V}_۳}\Big|_{\hat{I}_۱=۰}=\frac{I_۳}{-I_۱}\Big|_{V_۳=۰} \Rightarrow \hat{V}_۱\Big|_{\text{ناشی از منبع ولتاژ}}=\frac{\frac{-۱}{s+۴}+\frac{۱۳}{s+۳}}{\frac{۱۶}{s+۴}}\times\frac{۱۶}{s+۴}=\frac{۱۳}{s+۳}-\frac{۱}{s+۴}$$

$$\frac{\hat{V}_۱}{-\hat{I}_۲}\Big|_{\hat{I}_۱=۰}=\frac{V_۲}{-I_۱}\Big|_{I_۲=۰} \Rightarrow \hat{V}_۱\Big|_{\text{ناشی از منبع جریان}}=\frac{\frac{-۴}{s+۳}+\frac{۴}{s+۴}}{\frac{۱۶}{s+۴}}\times\frac{۴}{s+۴}=\frac{۱}{s+۴}-\frac{۱}{s+۳}$$

$$\hat{V}_۱=\frac{۱۲}{s+۳} \Rightarrow \hat{V}_۱(t)=۱۲e^{-۳t}$$

۱۰ـ گزینه «۱» با توجه به فرم کلی پاسخ مدار مرتبه‌ی اول داریم:

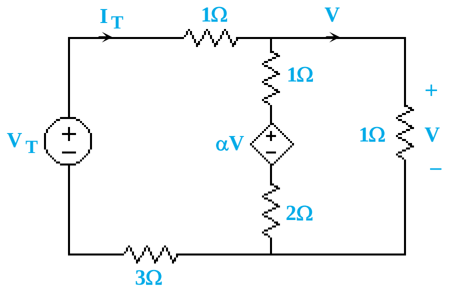
$$V_c(t)=V_c(\infty)+[V_c(۰)-V_c(\infty)]e^{-\frac{t}{Rc}}$$

$$V_c(t)=۱۰-۴e^{-at}\rightarrow\begin{cases}V_c(\infty)=۱۰v\\V_c(۰)=۶v\end{cases}$$

در صورتی که مدار معادل تونن دیده شده از دو سر خازن را محاسبه کنیم، $V_c(\infty)$ همان ولتاژ تونن می‌باشد (خازن در بی‌نهایت مدار باز می‌شود). از طرفی وقتی در حالت جدید منابع ۲ برابر شود، ولتاژ تونن نیز ۲ برابر می‌شود. بنابراین داریم:

$$V_c(\infty)=۱۰\times۲=۲۰v\Rightarrow V_c(t)=۲۰+(۶-۲۰)e^{-at}=۲۰-۱۴e^{-at}$$

۱۱ـ گزینه «۴» برای محاسبه‌ی مقاومت تونن دیده شده از دو سر AB منبع ولتاژ V_T با جریان تزریقی I_T را در دو سر A, B قرار می‌دهیم:



$$\text{KVL (حلقه‌ی چپ)}: V_T=۴I_T+۳(I_T-V)+\alpha V$$

$$\Rightarrow V_T=۷I_T+(\alpha-۳)V\quad(۱)$$

$$\text{KVL (حلقه‌ی بیرونی)}: V_T=۴I_T+V\quad(۲)$$

$$(۱),(۲)\rightarrow V_T=۴I_T+\frac{V_T-۷I_T}{\alpha-۳}\Rightarrow(\alpha-۴)V_T=[۴(\alpha-۳)-۷]I_T\Rightarrow V_T=\frac{۴\alpha-۱۹}{\alpha-۴}I_T$$

$$\Rightarrow R_{AB}=\frac{۴\alpha-۱۹}{\alpha-۴}\xrightarrow{R_{AB}=۰}\alpha=\frac{۱۹}{۴}$$

۱۲ـ گزینه «۳» ابتدا اندازه‌گیری‌های انجام شده را به حوزه‌ی فازور می‌بریم:

$$\text{آزمایش اول}\begin{cases}V_۱=۸\angle۱۶۰^\circ\\I_۱=۲\angle۱۸۰^\circ\\V_۲=۰\\I_۲=۴\angle-۱۸۰^\circ\end{cases}\qquad\text{آزمایش دوم}\begin{cases}\hat{V}_۱=۲\angle۵۰^\circ\\\hat{I}_۱=?\\\hat{V}_۲=۱\angle۱۵^\circ\\\hat{I}_۲=?\end{cases}$$

با استفاده از قضیه‌ی تلگان داریم:

$$V_۱\hat{I}_۱+V_۲\hat{I}_۲=\hat{V}_۱I_۱+\hat{V}_۲I_۲\Rightarrow(۸\angle۱۶۰)\times(\hat{I}_۱)+\underset{۰}{\cancel{۰\times\hat{I}_۲}}=(۲\angle۵^\circ)(۲\angle۱۸۰^\circ)+(۱\angle۱۵^\circ)(۴\angle-۱۸۰^\circ)$$

$$\Rightarrow\hat{I}_۱=۱\angle۳۰\rightarrow I_۱(t)=\cos(\omega t+۳۰^\circ)$$

۱۳ـ گزینه «۳» با استفاده از قضیه‌ی تلگان داریم: (دقت شود که جهت جریان $I_۲$ معکوس می‌باشد)

$$V_۱\hat{I}_۱+V_۲(-\hat{I}_۲)=V_۱\hat{I}_۱+V_۲(-\hat{I}_۲)$$

$$\Rightarrow۳۰t\times I_۱(t)+۰\times-I_۲(t)=(۱۵t+۳۰)(۱۰t)+(۳۰t+۷/۵)(-۴t)\Rightarrow I_۱(t)=۵t+۱۰-۴t-۱=t+۹$$

۱۴ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه شبکه‌ی N مقاومتی می‌باشد، داریم:

$$I=aI_۲+bV_۱$$

حال با توجه به آزمایش‌های انجام شده، پارامترهای a و b را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{آزمایش اول}: I_۲=۳, V_۱=۳, I=۶\Rightarrow۳a+۳b=۶\Rightarrow a+b=۲\qquad(۱)$$

$$\text{آزمایش دوم}: I_۲=-۲, V_۱=۰, I=۲\Rightarrow-۲a=۲\Rightarrow a=-۱\xrightarrow{(۱)}b=۳$$

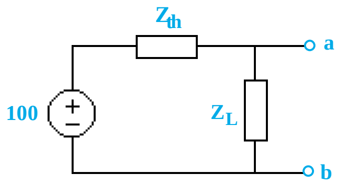
بنابراین به ازای مقادیر جدید $I_۱, V_۱$ داریم:

$$I=-I_۲+۳V_۱=-۰+۳\times(-۲)=-۶A$$

۱۵ــ گزینه «۳» می‌دانیم ولتاژ تونن همان ولتاژ مدار باز می‌باشد. از طرفی وقتی امپدانس Z_L بی‌نهایت باشد، معادل مدار باز بودن سرهای b,a می‌باشد. بنابراین داریم:

پس گزینه‌های ۲ و ۴ نادرست هستند. $V_{th} = V_{ab}|_{Z_L \to \infty} = ۱۰۰V$

حال فرض می‌کنیم مدار معادل تونن شامل $V_{th} = ۱۰۰V$ و $Z_{th} = R + jX$ باشد، آنگاه خواهیم داشت:

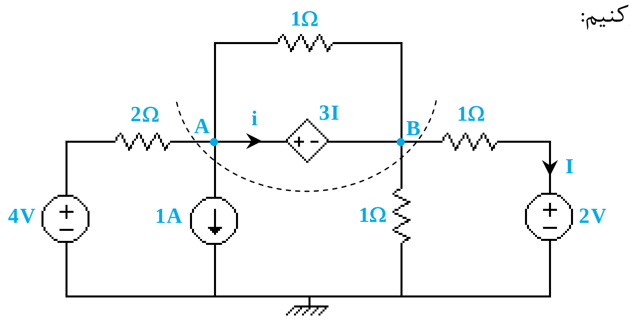


$$\text{if}\ \ Z_L = -۸j \Rightarrow |V_{ab}| = ۱۶۰$$

$$\Rightarrow \frac{|Z_L|}{|Z_{th} + Z_L|} \times ۱۰۰ = ۱۶۰ \Rightarrow \frac{۸۰}{\sqrt{R^۲ + (X-۸)^۲}} = ۱۶ \Rightarrow R^۲ + (X-۸)^۲ = ۲۵$$

با بررسی گزینه‌ها مشاهده می‌شود که گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح می‌باشد.

۱۶ــ گزینه «۲» ابتدا با تحلیل مدار ولتاژ و جریان منبع ولتاژ وابسته را محاسبه می‌کنیم:



$$I = \frac{V_B - ۲}{۱} = V_B - ۲ \qquad (۱)$$

با نوشتن KCL در ابرگره AB داریم:

$$\frac{V_A - ۴}{۲} + ۱ + \frac{V_B}{۱} + \frac{V_B - ۲}{۱} = ۰ \Rightarrow V_A + ۴V_B = ۶ \qquad (۲)$$

از طرف دیگر داریم:

$$V_A = V_B + ۳I = V_B + ۳V_B - ۶ = ۴V_B - ۶ \qquad (۳)$$

$$(۲),(۳) \Rightarrow \begin{cases} V_A + ۴V_B = ۶ \\ V_A - ۴V_B = -۶ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_A = ۰ \\ V_B = ۱/۵V \end{cases}$$

حال می‌توان نوشت:

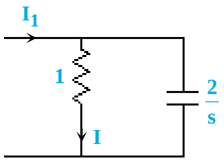
$$I = V_B - ۲ = -۰/۵A$$

$$i = -\frac{V_A - ۴}{۲} - ۱ + \frac{V_B - V_A}{۱} = ۲ - ۱ + ۱/۵ = ۲/۵A$$

طبق قضیه جانشینی می‌توان منبع وابسته را با مقاومت معادل R به صورت مقابل جایگزین کرد:

$$R = \frac{V}{i} = \frac{۳I}{i} = \frac{-۳ \times ۰/۵}{۲/۵} = -۰/۶\Omega$$

۱۷ــ گزینه «۴» ابتدا جریان مقاومت ۱ اهمی را در شکل الف محاسبه می‌کنیم:



$$\begin{cases} I(s) = \dfrac{\frac{۲}{s}}{۱ + \frac{۲}{s}} I_۱(s) = \dfrac{۲}{s+۲} I_۱(s) \\ I_۱(s) = \dfrac{۳}{۴s} - \dfrac{\frac{۱}{۴}}{s+۱} - \dfrac{\frac{۱}{۲}}{s+۳} \end{cases} \to I(s) = \frac{\frac{۳}{۲}}{s(s+۲)} - \frac{\frac{۱}{۲}}{(s+۱)(s+۲)} - \frac{۱}{(s+۳)(s+۲)}$$

$$\Rightarrow I(s) = \frac{۳}{۴s} - \frac{\frac{۱}{۲}}{s+۱} + \frac{۱}{s+۳} - \frac{\frac{۵}{۴}}{s+۲} \Rightarrow I(t) = \frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۲}e^{-t} + e^{-۳t} - \frac{۵}{۴}e^{-۲t}$$

حال با استفاده از قضیه‌ی هم‌پاسخی داریم:

$$\frac{I}{u(t)} = \frac{V_۲'}{u(t)} \Rightarrow V_۲'(t) = I(t) \Rightarrow V_۲'(t) = \frac{۳}{۴} - ۱/۲۵e^{-۲t} - \frac{۱}{۲}e^{-t} + e^{-۳t}$$

۱۸ـ گزینه «۳» با توجه به معادله‌ی بدست آمده در آزمایش اول داریم:

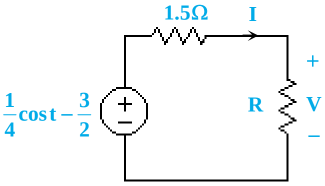
$$۴V+۶I-۱+۶\cos t=۰ \Rightarrow V=\frac{۳}{۲}(-I)+\frac{۱}{۴}-\frac{۳}{۲}\cos t$$

$$V_T=R_{th}I_T+k_۱I_s+k_۲V_s \xrightarrow[I=-I_T]{V=V_T} R_{th}=۱/۵\ ,\ k_۱=\frac{۱}{۱۶}\ ,\ k_۲=-\frac{۳}{۸}$$

حال در صورت تغییر منابع مستقل، ولتاژ تونن را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{th}=k_۱I_s+k_۲V_s=\frac{I_s-۶V_s}{۱۶}=\frac{۱}{۴}\cos t-\frac{۳}{۲}$$

بنابراین داریم:



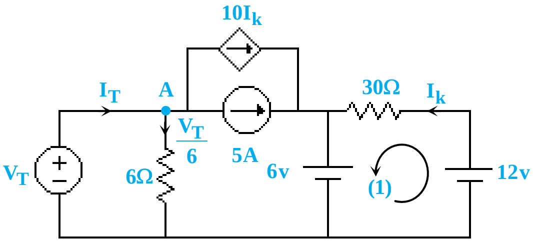
برای جذب توان حداکثر توسط مقاومت بار، مقدار R باید برابر ۱/۵ باشد. حال با استفاده از قضیه‌ی جمع آثار داریم:

$$P_R=P_{۱R}|_{ds}\ \ +P_{۲R}|_{ac\ \text{منبع}}$$

$$P_{۱R}=\frac{V_{th}^۲}{۴R_{th}}=\frac{(\frac{۳}{۲})^۲}{۴\times۱/۵}=۰/۳۷۵w\quad ,\quad P_{۲R}=\frac{V_{th(rms)}^۲}{۴R_{th}}=\frac{(\frac{۱}{۴\sqrt{۲}})^۲}{۴\times۱/۵}=۰/۰۰۵w$$

$$P_R=۰/۳۸w$$

۱۹ـ گزینه «۱» ابتدا منبع ولتاژ V_T با جریان تزریقی I_T را در دو سر B,A متصل می‌کنیم. سپس با اعمال KVL و KCL مدار معادل تونن را بدست می‌آوریم:



$$KVL(۱):-۱۲+۳۰I_k+۶=۰ \rightarrow I_k=\frac{۱}{۵}A$$

$$KCL(A):I_T=\frac{V_T}{۶}+۵+۱۰I_k=\frac{V_T}{۶}+۷ \Rightarrow V_T=۶I_T-۴۲ \Rightarrow \begin{cases}R_{th}=۶\Omega\\ V_{th}=-۴۲\ v\end{cases}$$

۲۰ـ گزینه «۴» با توجه به شکل مدار داریم:

$$\begin{cases}V=\frac{R_۲}{R_۱+R_۲}V_s\\ V_o=R_۳(I_s+g_mV)\end{cases} \rightarrow V_o=R_۳(I_s+\frac{g_mR_۲V_s}{R_۱+R_۲})$$

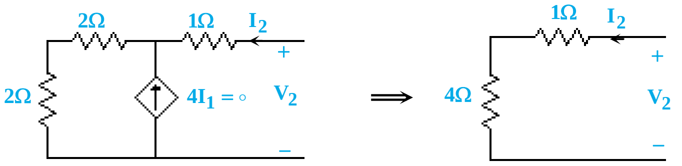
با توجه به معادله‌ی V_o تنها در صورتی می‌توانیم بگوییم خروجی در حالت جدید چند برابر شده است که I_s و V_s به یک میـزان تغییـر کننـد. بـه طـور مثال در صورتی که هر دو ۲ برابر شوند، خروجی نیز دو برابر می‌شود. بنابراین تغییرات V_o در حالت خواسته شده وابسـته بـه المـان‌هـای مـدار و مقـادیر اولیه‌ی V_s و I_s می‌باشد.

پاسخنامه تشریحی آزمون فصل یازدهم

۱ـ گزینه «۳» با توجه به تعریف پارامتر $h_{۲۲}$ داریم:

$$h_{۲۲}=\frac{I_۲}{V_۲}\Big|_{I_۱=۰}$$

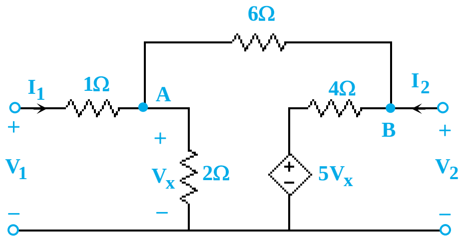
بنابراین با مدار باز کردن سمت چپ مدار داریم:



$$\Rightarrow I_۲=\frac{V_۲}{۵}$$

$$\Rightarrow h_{۲۲}=\frac{۱}{۵}=۰/۲\ \mho$$

۲ـ گزینه «۱» با اعمال KCL, KVL در مدار داریم:



$$\text{KCL}(A): I_۱=\frac{V_x}{۲}+\frac{V_x-V_۲}{۶}$$

$$۶I_۱=۳V_x+V_x-V_۲\Rightarrow ۴V_x-V_۲=۶I_۱\qquad(۱)$$

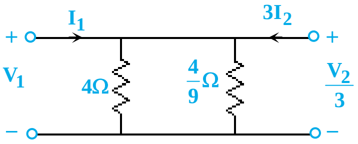
$$\text{KCL}(B): I_۲=\frac{V_۲-۵V_x}{۴}+\frac{V_۲-V_x}{۶}\Rightarrow ۱۲I_۲=۳V_۲-۱۵V_x+۲V_۲-۲V_x$$

$$\Rightarrow ۵V_۲-۱۷V_x=۱۲I_۲\qquad(۲)$$

KVL (حلقه‌ی چپ): $V_۱=I_۱+V_x\Rightarrow V_x=V_۱-I_۱\quad(۳)\xrightarrow{(۱),(۲)}\begin{cases}۴V_۱-۴I_۱=V_۲+۶I_۱\Rightarrow ۴V_۱=V_۲+۱۰I_۱\\ ۵V_۲-۱۷(V_۱-I_۱)=۱۲I_۲\Rightarrow ۱۷V_۱-۵V_۲=۱۷I_۱-۱۲I_۲\end{cases}$

$$\Rightarrow\begin{cases}V_۱=۰/۳۲V_۲-۱/۱۷I_۲\\ I_۱=۰/۰۲V_۲-۰/۴۷I_۲\end{cases}\rightarrow T=\begin{bmatrix}۰/۳۲ & ۱/۱۷\\ ۰/۰۲ & ۰/۴۷\end{bmatrix}$$

۳ـ گزینه «۲» با انتقال همه‌ی المان‌ها به سمت اولیه‌ی ترانسفورمر داریم:



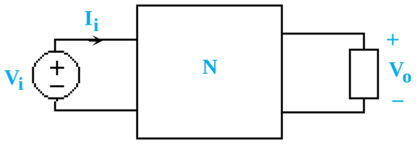
$$V_۱=\frac{V_۲}{۳}=(۴\parallel\frac{۴}{۹})\,(I_۱+۳I_۲)=۰/۴I_۱+۱/۲I_۲$$

$$\Rightarrow\begin{cases}V_۱=۰/۴I_۱+۱/۲I_۲\\ V_۲=۱/۲I_۱+۳/۶I_۲\end{cases}\rightarrow Z=\begin{bmatrix}۰/۴ & ۱/۲\\ ۱/۲ & ۳/۶\end{bmatrix}$$

۴ـ گزینه «۳» ابتدا ماتریس انتقال شبکه‌های Nb, Na را محاسبه می‌کنیم:

$$Z_a=\begin{bmatrix}۸ & ۶\\ ۴ & ۵\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{cases}V_۱=۸I_۱+۶I_۲\\ V_۲=۴I_۱+۵I_۲\end{cases}\rightarrow\begin{cases}V_۱=۲V_۲-۴I_۲\\ I_۱=۰/۲۵V_۲-۱/۲۵I_۲\end{cases}\rightarrow T_a=\begin{bmatrix}۲ & ۴\\ ۰/۲۵ & ۱/۲۵\end{bmatrix}$$

$$y_b=\begin{bmatrix}۸ & -۴\\ ۲ & ۱۰\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{cases}I_۱=۸V_۱-۴V_۲\\ I_۲=۲V_۱+۱۰V_۲\end{cases}\rightarrow\begin{cases}V_۱=-۵V_۲+۰/۵I_۲\\ I_۱=-۴۴V_۲+۴I_۲\end{cases}\rightarrow T_b=\begin{bmatrix}-۵ & -۰/۵\\ -۴۴ & -۴\end{bmatrix}$$



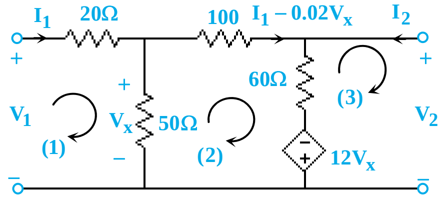
حال داریم:

$$T_N=T_a\times T_b=\begin{bmatrix}-۱۸۶ & -۱۷\\ -۵۶/۲۵ & -۵/۱۲۵\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}V_i=-۱۸۶V_o-۱۷I_o\\ I_i=-۵۶/۲۵V_o-۵/۱۲۵I_o\end{cases}\xrightarrow[V_o=۲I_o]{Z_L=۲}\begin{cases}V_i=-۱۹۴/۵\ V_o\\ I_i=-۵۸/۸۱۲۵\ V_o\end{cases}$$

$$\frac{V_o}{V_{in}}=\frac{-۱}{۱۹۴/۵}=-۰/۰۰۵$$

۵ـ گزینه «۱» با اعمال KVL در حلقه‌های موجود داریم:



$$\text{KVL}(۱): V_۱ = ۲۰ I_۱ + V_x \quad (۱)$$

$$\text{KVL}(۲): -V_x + ۱۰۰\times(I_۱ - ۰/۰۲V_x) + ۶۰\times(I_۱ + I_۲ - ۰/۰۲V_x) - ۱۲V_x = ۰$$

$$۱۶۰I_۱ + ۶۰I_۲ = ۱۶/۲\ V_x \quad (۲)$$

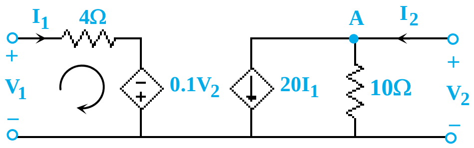
$$\text{KVL}(۳): V_۲ = ۶۰(I_۱ + I_۲ - ۰/۰۲V_x) - ۱۲V_x \Rightarrow V_۲ = ۶۰I_۱ + ۶۰I_۲ - ۱۳/۲\ V_x \quad (۳)$$

$$(۱),(۲) \to ۱۶۰I_۱ + ۶۰I_۲ = ۱۶/۲\times(V_۱ - ۲۰I_۱) \Rightarrow V_۱ = ۲۹/۹\ I_۱ + ۳/۷I_۲ \quad (۴)$$

$$(۱),(۳) \to V_۲ = ۶۰I_۱ + ۶۰I_۲ - ۱۳/۲\times(V_۱ - ۲۰I_۱) \overset{(۴)}{\Rightarrow} V_۲ = -۷۰/۷I_۱ + ۱۱/۱\ I_۲$$

$$\to Z \simeq \begin{bmatrix} ۳۰ & ۳/۷ \\ -۷۰ & ۱۱ \end{bmatrix}$$

۶ـ گزینه «۴» با اعمال KVL در حلقه‌ی سمت چپ و همچنین اعمال KCL در گره A داریم:



$$\text{KVL}: V_۱ = ۴I_۱ - ۰/۱\ V_۲ \to I_۱ = ۰/۲۵V_۱ + ۰/۰۲۵V_۲$$

$$\text{KCL}(A): I_۲ = \frac{V_۲}{۱۰} + ۲۰I_۱ \to I_۲ = ۵V_۱ + ۰/۶V_۲$$

$$\to Y = \begin{bmatrix} ۰/۲۵ & ۰/۰۲۵ \\ ۵ & ۰/۶ \end{bmatrix}$$

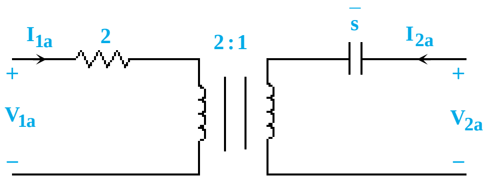
۷ـ گزینه «۳» با توجه به شکل مدار، مشخص است که مدار یک دوقطبی متقارن است؛ بنابراین دترمینان ماتریس T برابر یک می‌باشد:

$$\det(T) = ۱$$

۸ـ گزینه «۱» با توجه به شکل، مشاهده می‌شود که مدار از دو بخش که با هم موازی شده‌اند تشکیل شده است. بنابراین داریم:

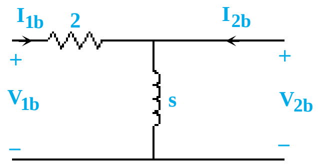
$$y_{۲۲} = y_{۲۲a} + y_{۲۲b}$$

بخش اول:



$$y_{۲۲a} = \frac{I_{۲a}}{V_{۲a}}\Big|_{V_{۱a}} = \frac{۱}{\frac{۱}{s} + ۲\times(\frac{۱}{۲})^۲} = \frac{۲s}{s+۲}$$

بخش دوم:



$$y_{۲۲b} = \frac{I_{۲b}}{V_{۲b}}\Big|_{V_{۱b=۰}} = \frac{s+۲}{۲s}$$

بنابراین داریم:

$$y_{۲۲} = y_{۲۲a} + y_{۲۲b} = \frac{۲s}{s+۲} + \frac{s+۲}{۲s} = \frac{۵s^۲ + ۴s + ۴}{۲s(s+۲)}$$

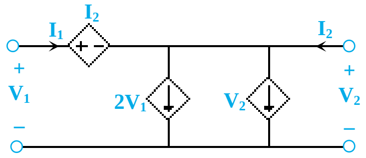
۹ـ گزینه «۲» همانند تست قبل داریم:

$$y_{۱۱} = y_{۱۱a} + y_{۱۱b}$$

$$y_{۱۱a} = \frac{I_{۱a}}{V_{۱a}}\Big|_{V_{۲a=۰}} = \frac{۱}{۲ + \frac{۴}{s}} = \frac{s}{۲s+۴} \qquad y_{۱۱b} = \frac{I_{۱b}}{V_{۱b}}\Big|_{V_{۲b=۰}} = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow y_{۱۱} = \frac{s}{۲s+۴} + \frac{۱}{۲} = \frac{۲s+۲}{۲s+۴} = \frac{s+۱}{s+۲}$$

۱۰ـ گزینه «۱» با اعمال KVL و KCL در مدار فوق داریم:

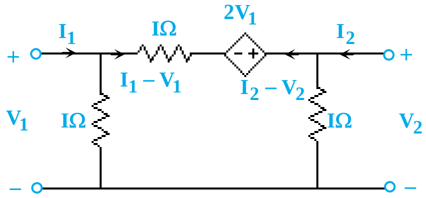


KVL (حلقه‌ی بیرونی) : $V_۱ - V_۲ = I_۲ \quad (۱)$

KCL(A) : $I_۲ + I_۱ = ۲V_۱ + V_۲ \quad (۲)$

$$(۱),(۲) \rightarrow \begin{cases} V_۱ = I_۱ - ۲V_۲ \\ I_۲ = I_۱ - ۳V_۲ \end{cases} \rightarrow H = \begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ ۱ & -۳ \end{bmatrix}$$

۱۱ـ گزینه «۲» با اعمال KVL در حلقه‌ی میانی و KCL در گره مرکب (شامل شاخه بالایی) داریم:



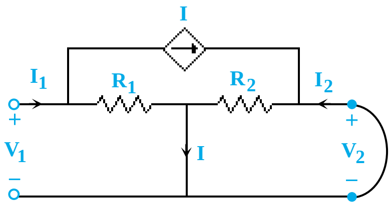
$$KVL: -V_۱ + (I_۱ - V_۱) - ۲V_۱ + V_۲ = ۰ \Rightarrow I_۱ = ۴V_۱ - V_۲$$

$$KCL: I_۱ - V_۱ + I_۲ - V_۲ = ۰ \rightarrow I_۲ = -۳V_۱ + ۲V_۲$$

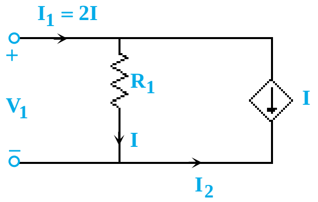
$$\Rightarrow Y = \begin{bmatrix} ۴ & -۱ \\ -۳ & ۲ \end{bmatrix}$$

۱۲ـ گزینه «۱» با توجه به تعریف پارامتر $h_{۲۱}$ داریم:

$$h_{۲۱} = \frac{I_۲}{I_۱}\Big|_{V_۲=۰} \xrightarrow{\text{V۲ را اتصال کوتاه می‌کنیم}}$$

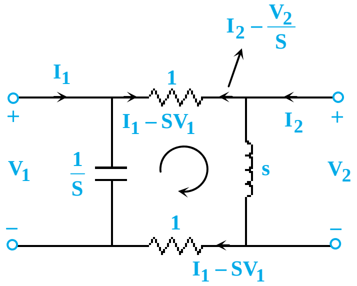


$\xrightarrow{\text{R۲ حذف می‌شود}}$



$$\Rightarrow \begin{cases} I_۲ = -I \\ I_۱ = ۲I \end{cases} \rightarrow h_{۲۱} = -\frac{۱}{۲}$$

۱۳ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم. سپس با اعمال KCL در گره مکعب (شامل شاخه‌ی بالایی) و KVL در حلقه میانی داریم:



$$KCL: I_۱ - sV_۱ + I_۲ - \frac{V_۲}{s} = ۰ \rightarrow I_۱ + I_۲ = sV_۱ + \frac{V_۲}{s} \quad (۱)$$

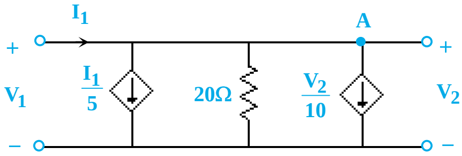
$$KVL: -V_۱ + (I_۱ - sV_۱) + V_۲ + (I_۱ - sV_۱) = ۰$$

$$\Rightarrow ۲I_۱ = (۲s+۱)V_۱ - V_۲ \rightarrow I_۱ = (s + \frac{۱}{۲})V_۱ - \frac{۱}{۲}V_۲ \quad (۲)$$

$$(۱),(۲) \rightarrow I_۲ = -۰/۵\,V_۱ + \frac{s+۲}{۲s}V_۲$$

$$Y = \begin{bmatrix} s + ۰/۵ & -۰/۵ \\ -۰/۵ & ۰/۵ + \frac{۱}{s} \end{bmatrix}$$

۱۴ـ گزینه «۲» با توجه به تعریف $Z_{۲۱}$ داریم:



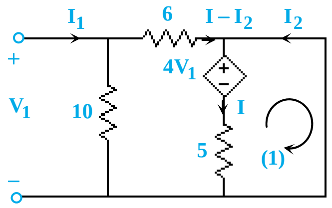
$$Z_{۲۱} = \frac{V_۲}{I_۱}\Big|_{I_۲=۰}$$

بنابراین سمت راست مدار را باز کرده و نسبت $\frac{V_۲}{I_۱}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$KCL(A): \frac{V_۲}{۱۰} + \frac{V_۲}{۲۰} + \frac{I_۱}{۵} = I_۱ \Rightarrow ۲V_۲ + V_۲ + ۴I_۱ = ۲۰I_۱$$

$$۳V_۲ = ۱۶I_۱ \rightarrow \frac{V_۲}{I_۱} = \frac{۱۶}{۳}$$

۱۵ـ گزینه «۱» با توجه به تعریف $t_{۱۲}$ داریم:



$$t_{۱۲} = \frac{V_۱}{-I_۲}\Big|_{V_۲=۰}$$

بنابراین $V_۲$ را اتصال کوتاه کرده و این نسبت را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{KVL (۱)}: -۴V_۱ - ۵I = ۰ \rightarrow I = -۰/۸\ V_۱$$

بنابراین داریم:

$$-V_۱ + ۶\times(-۰/۸V_۱ - I_۲) = ۰$$

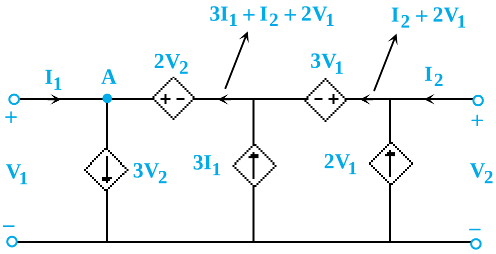
$$۵/۸\,V_۱ = ۶(-I_۲) \Rightarrow \frac{V_۱}{-I_۲} = \frac{۶}{۵/۸} = ۱/۰۳ \simeq ۱$$

۱۶ـ گزینه «۴» با توجه به شکل مدار داریم:

$$Z_{۱۱} = ۱ + ۵j + ۵ - ۲j = ۶ + ۳j$$

$$Z_{۲۲} = j + ۳ + ۵ - ۲j = ۸ - j \rightarrow Z_{۱۱} + Z_{۲۲} = ۱۴ + ۲j$$

۱۷ـ گزینه «۳» با توجه به شکل مدار داریم:



$$\text{KCL(A)}: I_۱ + ۳I_۱ + I_۲ + ۲V_۱ = ۳V_۲$$

$$\Rightarrow ۴I_۱ + I_۲ = ۳V_۲ - ۲V_۱ \qquad (۱)$$

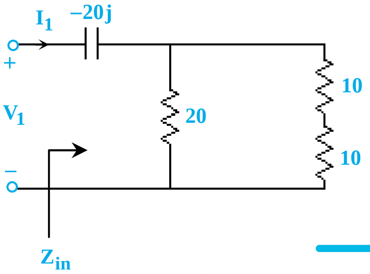
$$\text{KVL}_{\text{(حلقه‌ی بیرونی)}}: -V_۱ + ۲V_۲ - ۳V_۱ + V_۲ = ۰ \Rightarrow ۴V_۱ = ۳V_۲ \rightarrow V_۲ = \frac{۴}{۳}V_۱ \qquad (۲)$$

از طرفی می‌دانیم که امپدانس دیده شده از سری‌های A,B معادل $Z_{۱۱}$ می‌باشد که برابر است با نسبت $\frac{V_۱}{I_۱}$ در شرایطی که $I_۲$ برابر صفر باشد.

بنابراین داریم:

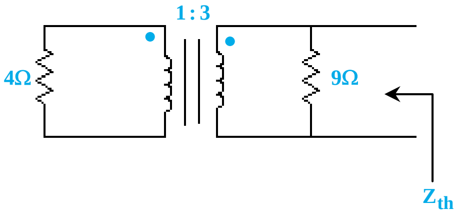
$$(۱),(۲) \quad ۴I_۱ = ۳\times(\frac{۴}{۳})V_۱ - ۲V_۱ \rightarrow \frac{V_۱}{I_۱} = ۲ = Z_{۱۱}$$

۱۸ـ گزینه «۳» برای محاسبه‌ی $Z_{۱۱}$ ، $I_۲$ را برابر صفر قرار داده و امپدانس دیده شده از دو سر سمت اول را به دست می‌آوریم:



$$\Rightarrow Z_{in} = ۲۰ || ۲۰ - j۲۰ = ۱۰ - j۲۰$$

۱۹ـ گزینه «۳» برای محاسبه‌ی $Z_{۲۲}$ قطب اول را مدار باز کرده و امپدانس تونن دیده شده از دو سر قطب دوم را بدست می‌آوریم:

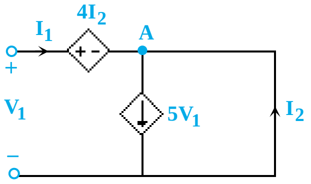


$$Z_{۲۲} = Z_{th} = ۹ \,||\, (۴\times(۳)^۲) = ۷/۲\ \Omega$$

۲۰ـ گزینه «۱» طبق تعریف $h_{۲۱}$ داریم:

$$h_{۲۱}=\frac{I_۲}{I_۱}\Big|_{V_۲=۰}$$

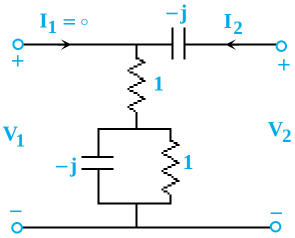
بنابراین قطب دوم را اتصال کوتاه کرده و بهره‌ی جریان را محاسبه می‌کنیم:



$$\begin{matrix}\text{KCL A}: I_۱+I_۲=۵V_۱\\ \text{KVL}: V_۱=۴I_۲\end{matrix}\Rightarrow I_۱+I_۲=۲۰\,I_۲\Rightarrow I_۱=۱۹I_۲$$

$$\Rightarrow\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{۱}{۱۹}$$

۲۱ـ گزینه «۱» طبق تعریف داریم:

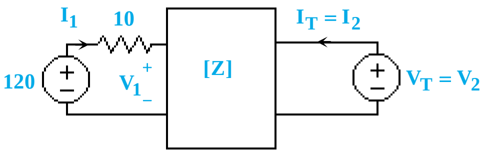


$$Z_{۱۲}=\frac{V_۱}{I_۲}\Big|_{I_۱=۰}$$

بنابراین قطب اول را مدار باز کرده و نسبت $\frac{V_۱}{I_۲}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$V_۱=[۱+۱\|(-j)]I_۲=(۱/۵-j۰/۵)\;I_۲\to Z_{۱۲}=۱/۵-j۰/۵$$

۲۲ـ گزینه «۱» ابتدا مدار معادل تونن دو سر بار Z_L را محاسبه می‌کنیم. با توجه به تعریف ماتریس Z داریم:



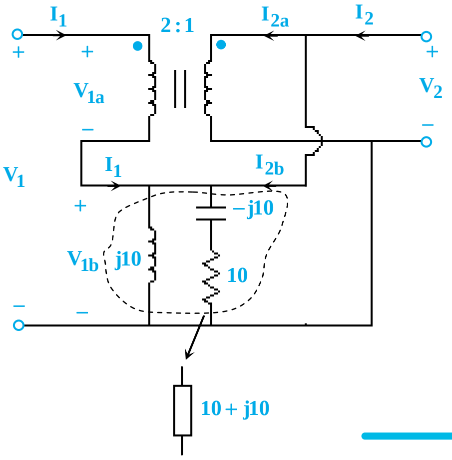
$$\begin{cases}V_۱=۴۰I_۱+۶۰I_T\\ V_T=۸۰I_۱+۱۲۰I_T\\ V_۱=۱۲۰-۱۰I_۱\end{cases}\Rightarrow ۱۲۰=۵۰I_۱+۶۰I_T\to I_۱=\frac{۱۲۰-۶۰I_T}{۵۰}$$

$$V_T=۲۴I_T+۱۹۲$$

بنابراین ماکزیمم توان جذب شده برابر است با:

$$P_{L,max}=\frac{V_{th}^۲\,(\text{rms})}{۴R_{th}}=\frac{۱۹۲^۲}{۴\times۲۴}=۳۸۴\text{w}$$

۲۳ـ گزینه «۴» با توجه به شکل مدار داریم:

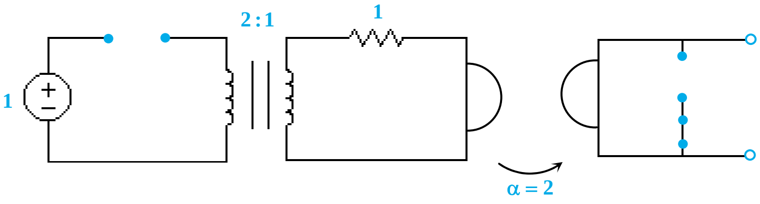


$$\begin{cases}V_{۱a}=۲V_۲\\ V_{۱b}=V_۲\end{cases}\to V_۱=۳V_۲$$

$$\begin{cases}I_۲=I_{۲a}+I_{۲b}=-۲I_۱+I_{۲b}\\ I_{۲b}+I_۱=\dfrac{V_۲}{۱۰+j۱۰}\end{cases}\to I_۲=-۳I_۱+\frac{V_۲}{۱۰+j۱۰}$$

$$\Rightarrow H=\begin{bmatrix}۰ & ۳\\ -۳ & \dfrac{۱}{۱۰+j۱۰}\end{bmatrix}$$

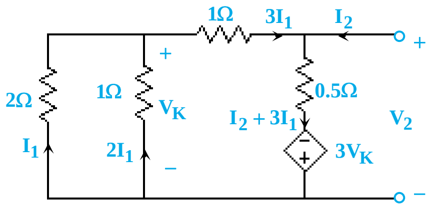
۲۴ـ گزینه «۴» با توجه به اینکه در زمان بی‌نهایت خازن مدار باز شده و سلف بی‌نهایت می‌شود، بنابراین در $t=\infty$ مدار به شکل زیر خواهد بود:



از آنجا که در $t=\infty$ ولتاژ ورودی به خروجی منتقل نمی‌شود، بنابراین داریم:

$$V_o=۰$$

۲۵ـ گزینه «۱» با توجه به تعریف پارامتر $g_{۱۲}$ به صورت زیر، دو سر ورودی مدار را اتصال کوتاه کرده و سپس $I_۲$ را برحسب $I_۱$ به دست می‌آوریم:



$$g_{۱۲} = \frac{I_۱}{I_۲}\Big|_{V_۱=۰}$$

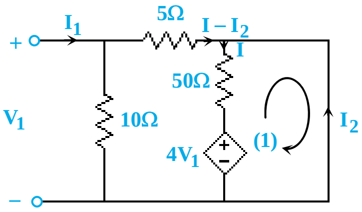
$$V_K = -۲I_۱ \qquad (۱)$$

$$V_۲ = -۲I_۱ - ۳I_۱ = -۵I_۱ \qquad (۲)$$

$$V_۲ = ۰/۵(I_۲ + ۳I_۱) - ۳V_K \xrightarrow{(۱)} V_۲ = ۰/۵I_۲ + ۷/۵I_۱ \qquad (۳)$$

$$(۲),(۳) \Rightarrow -۵I_۱ = ۰/۵I_۲ + ۷/۵I_۱ \Rightarrow -۱۲/۵I_۱ = ۰/۵I_۲ \Rightarrow \frac{I_۱}{I_۲} = -\frac{۱}{۲۵}$$

۲۶ـ گزینه «۱» پارامتر خواسته شده همان $t_{۱۲}$ می‌باشد که برای محاسبه‌ی آن باید قطب دوم مدار اتصال کوتاه شده و نسبت $\frac{V_۲}{-I_۱}$ محاسبه شود.

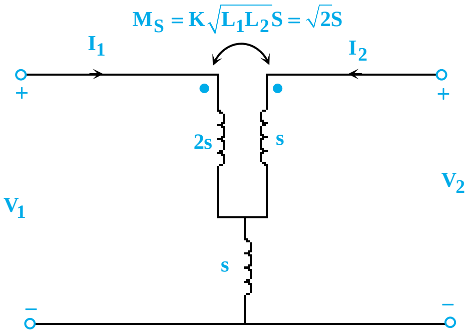


$$\text{KVL}\,(۱): ۵۰I + ۴V_۱ = ۰ \Rightarrow I = -۰/۰۸V_۱$$

$$\text{KVL}\ (\text{حلقه بیرونی}): V_۱ = ۵(I - I_۲) = -۰/۴V_۱ - ۵I_۲$$

$$\Rightarrow ۱/۴V_۱ = -۵I_۲ \Rightarrow \frac{V_۱}{-I_۲} = \frac{۲۵}{۷}\Omega$$

۲۷ـ گزینه «۱» با اعمال KVL در حلقه‌های چپ و راست مدار داریم:



$$\text{KVL}\ (\text{سمت چپ}): V_۱ = ۳sI_۱ + (\sqrt{۲}+۱)sI_۲ \qquad (۱)$$

$$\text{KVL}\ (\text{سمت راست}): V_۲ = (\sqrt{۲}+۱)sI_۱ + ۲sI_۲ \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow \begin{cases} V_۱ = \dfrac{۳}{۱+\sqrt{۲}} + (۷\sqrt{۲}-۵)sI_۲ \\ I_۱ = \dfrac{۳V_۲}{(\sqrt{۲}+۱)s} + \dfrac{۲I_۲}{۱+\sqrt{۲}} \end{cases} \rightarrow T = \begin{bmatrix} \dfrac{۳}{۱+\sqrt{۲}} & (۵-۷\sqrt{۲})s \\ \dfrac{۱}{(\sqrt{۲}+۱)s} & \dfrac{-۲}{۱+\sqrt{۲}} \end{bmatrix}$$

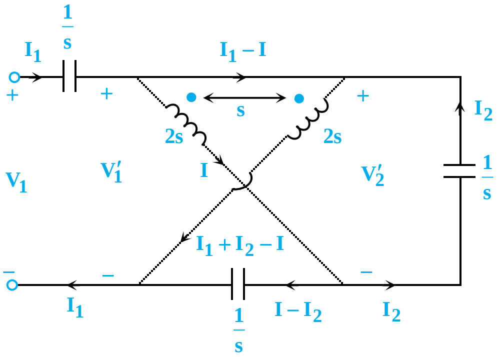
۲۸ـ گزینه «۳» طبق رابطه‌ی ۱و۲ بدست آمده در تست قبل داریم:

$$Z = \begin{bmatrix} ۳s & (\sqrt{۲}+۱)s \\ (\sqrt{۲}+۱)s & ۲s \end{bmatrix}$$

۲۹ـ گزینه «۲» با توجه به تعریف $t_{۲۲}$ داریم:

$$t_{۲۲}=\frac{I_۱}{-I_۲}\Big|_{V_۲=۰}$$

بنابراین قطب دوم مدار را اتصال کوتاه کرده و بهره‌ی جریان مورد نظر را محاسبه می‌کنیم:



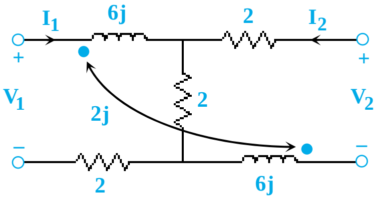
$$KVL: ۲s(I_۱+I_۲-I)+sI=۲sI+s(I_۱+I_۲-I)+\frac{۱}{s}(I-I_۲)=V_۱'$$

$$\Rightarrow s(I_۱+I_۲-I)=sI+\frac{۱}{s}(I-I_۲)\Rightarrow sI_۱+(s+\frac{۱}{s})I_۲=(۲s+\frac{۱}{s})I \qquad (۱)$$

$$KVL: V_۲'=۲sI+s(I_۱+I_۲-I)=-\frac{I_۲}{s}\Rightarrow sI_۱+(s+\frac{۱}{s})I_۲=-sI \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲)\rightarrow(۲s+\frac{۱}{s})I=-sI\Rightarrow I=۰\ \Rightarrow sI_۱+\frac{s^۲+۱}{s}I_۲=۰\rightarrow\frac{I_۱}{-I_۲}=۱+\frac{۱}{s^۲}$$

۳۰ـ گزینه «۴» با توجه به تعریف $h_{۱۲}$ داریم:



$$h_{۱۲}=\frac{V_۱}{V_۲}\Big|_{I_۱=۰}$$

بنابراین قطب اول را مدار باز کرده و بهره‌ی ولتاژ را محاسبه می‌کنیم:

$$V_۲=j۶I_۲-j۲I_۱+۲I_۲+۲(I_۱+I_۲)=(۴+j۶)I_۲+(۲-j۲)I_۱\xrightarrow{I_۱=۰}V_۲=(۴+j۶)I_۲$$

$$V_۱=j۶I_۱-j۲I_۲+۲(I_۱+I_۲)+۲I_۱\Rightarrow V_۱=(۴+j۶)I_۱+(۲-j۲)I_۲\xrightarrow{I_۱=۰}V_۱=(۲-j۲)I_۲$$

$$\Rightarrow\frac{V_۱}{V_۲}=\frac{۲-j۲}{۴+j۶}=\frac{-۱-j۵}{۱۳}$$

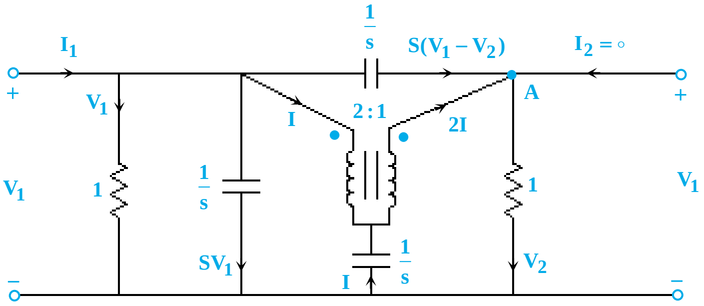
۳۱ـ گزینه «۲» برای محاسبه‌ی $Z_{۱۱}$، قطب دوم مدار تست قبل را مدار باز کرده و امپدانس دیده شده از دو سر قطب اول را محاسبه می‌کنیم:

$$Z_{۱۱}=۲+۲+j۶=۴+j۶$$

۳۲ـ گزینه «۲» با توجه به تعریف $t_{۱۱}$ داریم:

$$t_{۱۱}=\frac{V_۱}{V_۲}\Big|\,I_۲=۰$$

بنابراین قطب دوم مدار را باز کرده و بهره‌ی ولتاژ مورد نظر را بدست می‌آوریم:



$$KCL(A): s(V_۱-V_۲)+۲I=V_۲\quad\Rightarrow sV_۱+۲I=(s+۱)V_۲ \qquad (۱)$$

نسبت تبدیل ترانس: $۲\rightarrow(V_۱+\frac{I}{s})=۲(V_۲+\frac{I}{s})\Rightarrow V_۱-\frac{I}{s}=۲V_۲ \qquad (۲)$

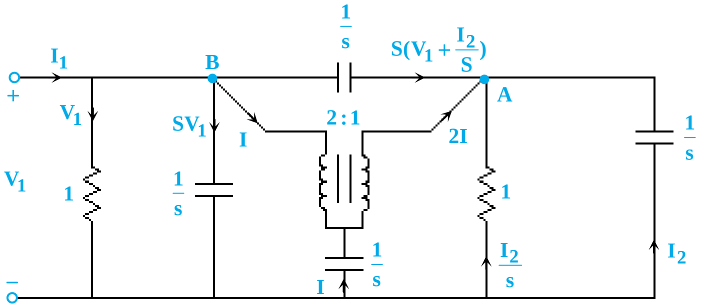
$$(۱),(۲)\rightarrow sV_۱+۲s\times(V_۱-۲V_۲)=(s+۱)V_۲$$

$$\Rightarrow ۳sV_۱=(۵s+۱)V_۲\Rightarrow\frac{V_۱}{V_۲}=\frac{۵s+۱}{۳s}=\frac{۵}{۳}+\frac{۱}{۳s}$$

۳۳ـ گزینه «۱» با توجه به تعریف $t_{۲۲}$ داریم:

$$t_{۲۲}=\frac{I_۱}{-I_۲}\Big|_{V_۲=۰}$$

بنابراین قطب دوم مدار را اتصال کوتاه کرده و بهره‌ی جریان را محاسبه می‌کنیم:



$$KCL(A):s(V_۱+\frac{I_۲}{s})+۲I+I_۲+\frac{I_۲}{s}=۰\Rightarrow sV_۱+I_۲(۲+\frac{۱}{s})=-۲I\quad(۱)$$

$$KCL(B):I_۱=V_۱+sV_۱+I+s(V_۱+\frac{I_۲}{s})\Rightarrow I_۱=V_۱(۲s+۱)+I_۲+I\quad(۲)$$

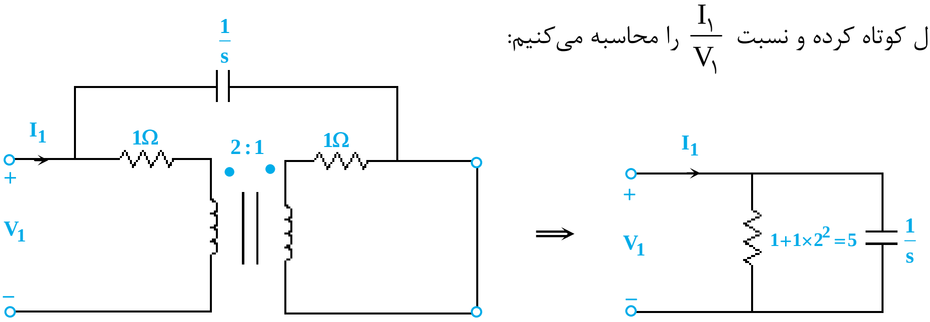
نسبت تبدیل ترانس:۲ $\Rightarrow V_۱+\frac{I}{s}=۲\times(\frac{I}{s}-\frac{I_۲}{s})\Rightarrow sV_۱+۲I_۲=I\quad(۳)$

$$(۱),(۲),(۳)\rightarrow I_۱=-(۳+\frac{۳}{s}+\frac{۱}{۳s^۲})\,I_۲\rightarrow t_{۲۲}=۳+\frac{۳}{s}+\frac{۱}{۳s^۲}$$

۳۴ـ گزینه «۳» با توجه به تعریف $y_{۱۱}$ داریم:

$$y_{۱۱}=\frac{I_۱}{V_۱}\Big|_{V_۲=۰}$$

بنابراین قطب دوم مدار را اتصال کوتاه کرده و نسبت $\frac{I_۱}{V_۱}$ را محاسبه می‌کنیم:



$$\Rightarrow V_۱=\frac{\frac{۵}{s}}{۵+\frac{۱}{s}}I_۱=\frac{۵}{۵s+۱}\,I_۱\Rightarrow I_۱=s+\frac{۱}{۵}=s+۰/۲$$

۳۵ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه اگر دوقطبی فاقد منبع وابسته باشد، دوقطبی متقابل و یا هم‌پاسخ است بنابراین حتماً گزینه‌ی ۱ پاسخ سؤال می‌باشد.

۳۶ـ گزینه «۴» با توجه به مدار داریم:

$$\begin{cases}I_۱=۰\\V_۲=۲V_۱\end{cases}\Rightarrow T=\begin{bmatrix}\frac{۱}{۲}&۰\\۰&۰\end{bmatrix},\ G=\begin{bmatrix}۰&۰\\۲&۰\end{bmatrix}$$

از آنجا که نمی‌توانیم $I_۲$ را برحسب $V_۱$ و $V_۲$ بنویسیم، بنابراین ماتریس Y تعریف نمی‌شود.

از آنجا که نمی‌توانیم $V_۱$ و $V_۲$ را برحسب $I_۱$ و $I_۲$ بنویسیم، بنابراین ماتریس Z تعریف نمی‌شود.

از آنجا که نمی‌توانیم $I_۲$ را برحسب $I_۱$ و $V_۲$ بنویسیم، بنابراین ماتریس H تعریف نمی‌شود.

۳۷ـ گزینه «۱» با توجه به مدار داریم:

$$V_۱ = ۰ \,,\, V_۲ = ۳I_۱ \rightarrow Z = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ \\ ۳ & ۰ \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ \\ \frac{۱}{۳} & ۰ \end{bmatrix}$$

از آنجا که نمی‌توان $I_۲$ را برحسب $V_۱$ و $V_۲$ نوشت بنابراین ماتریس Y وجود ندارد.

از آنجا که نمی‌توان $I_۲$ را برحسب $V_۲$ و $I_۱$ نوشت بنابراین ماتریس H وجود ندارد.

از آنجا که نمی‌توان $I_۱$ را برحسب $V_۱$ و $I_۲$ نوشت بنابراین ماتریس G وجود ندارد.

۳۸ـ گزینه «۲» با توجه به مدار داریم:

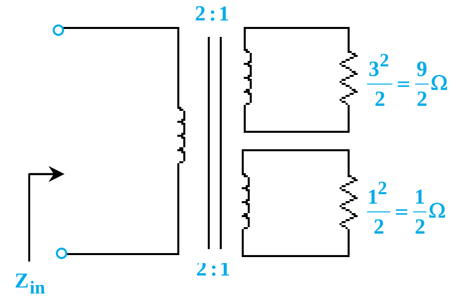
$$I_۱ = ۰ \,,\, I_۲ = -۴V_۱ \rightarrow y = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ \\ -۴ & ۰ \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} ۰ & \frac{۱}{۴} \\ ۰ & ۰ \end{bmatrix}$$

با مشاهده‌ی گزینه‌ها به راحتی می‌توان به گزینه‌ی ۲ رسید.

۳۹ـ گزینه «۴» با توجه به مدار داریم:

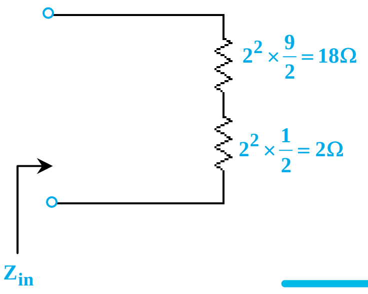
$$V_۱ = ۰ \,,\, V_۲ = ۶I_۱ \rightarrow Z = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ \\ ۶ & ۰ \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} ۰ & ۰ \\ \frac{۱}{۶} & ۰ \end{bmatrix}$$

۴۰ـ گزینه «۳» با توجه به اینکه در ژیراتور امپدانس ورودی برابر است با $\frac{\alpha^۲}{Z_{out}}$، مقاومت‌های موجود در سمت راست ژیراتور را به سمت چپ انتقال می‌دهیم. بنابراین داریم:



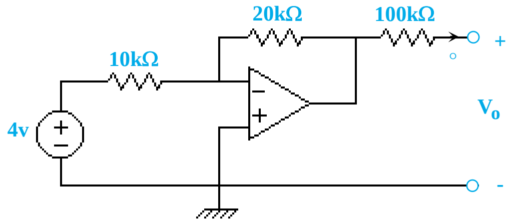
.

حال مقاومت‌ها را به سمت اولیه‌ی ترانس انتقال می‌دهیم:



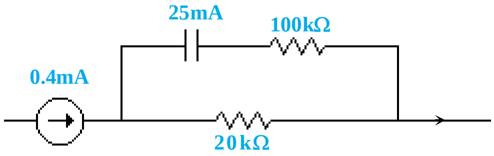
$$\Rightarrow Z_{in} = ۲ + ۱۸ = ۲۰\Omega$$

آزمون فصل دوازدهم



۱ـ گزینه «۱» برای حل این تست بهتر است با محاسبه $V_o(\infty)$ و ثابت زمانی مدار، با روش تستی به پاسخ صحیح دست پیدا کنیم. مقدار $V_o(\infty)$ به راحتی با مدار باز کردن خازن به دست می‌آید:

$$V_o = -\frac{۲۰}{۱۰} \times ۴ = -۸v$$



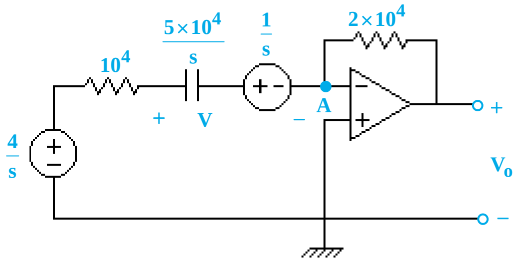
از طرفی با مدلسازی مدار ماقبل آپ امپ به صورت یک منبع جریان می‌توان به راحتی ثابت زمانی مدار را محاسبه کرد:

$$C_T = ۲۵mF\ ,\ R_T = (۱۰۰+۲۰)k\Omega = ۱۲۰\,k\Omega$$

$$\Rightarrow \tau = RC = ۲۵\times ۱۰^{-۳} \times ۱۲۰ \times ۱۰^{۳} = ۳۰۰۰sec$$

با توجه به مقادیر به دست آمده برای τ و $V_o(\infty)$، گزینه (۱) پاسخ تست می‌باشد.

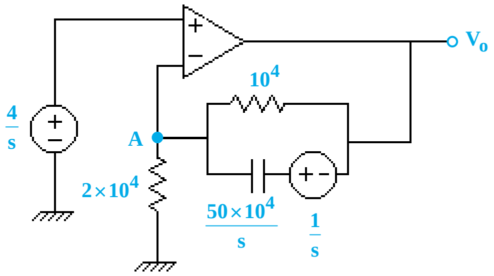
۲ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



با توجه به برقراری فیدبک منفی، V_A برابر صفر می‌باشد. حال با اعمال KCL در گره A داریم:

$$\frac{۰ - \frac{۴}{s} + \frac{۱}{s}}{۱۰^{۴} + \frac{۵\times ۱۰^{۴}}{s}} + \frac{۰ - V_o}{۲\times ۱۰^{۴}} = ۰ \Rightarrow \frac{-۳}{s+۵} - \frac{V_o}{۲} = ۰ \rightarrow V_o = \frac{-۶}{s+۵} \Rightarrow V_o(t) = -۶e^{-۵t}\ u(t)$$

۳ـ گزینه «۱» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:

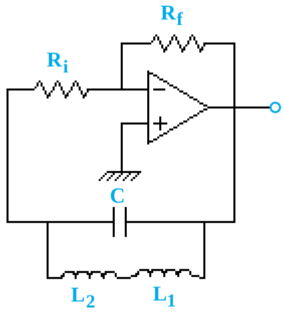


با توجه به برقراری فیدبک منفی، V_A برابر ولتاژ منبع می‌باشد. حال با اعمال KCL در گره‌ی A داریم:

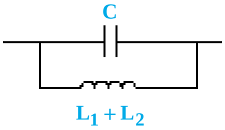
$$\frac{\frac{۴}{s}}{۲\times ۱۰^{۴}} + \frac{\frac{۴}{s} - V_o}{۱۰^{۴}} + \frac{\frac{۴}{s} - \frac{۱}{s} - V_o}{\frac{۵۰\times ۱۰^{۴}}{s}} = ۰ \Rightarrow \frac{۶}{s} - V_o + \frac{۳ - sV_o}{۵۰} = ۰ \Rightarrow ۳۰۰ - ۵۰sV_o + ۳s - s^{۲}V_o = ۰$$

$$\Rightarrow V_o = \frac{۳s + ۳۰۰}{s(s+۵۰)} = \frac{۶}{s} - \frac{۳}{s+۵۰} \Rightarrow V_o(t) = (۶ - ۳e^{-۵۰t})u(t)$$

۴ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه ورودی مثبت آپ امپ جریانی نمی‌کشد، بنابراین دو سر $L_۲, L_۱$ که زمین شده‌اند را می‌توانیم به هم وصل کنیم یعنی:

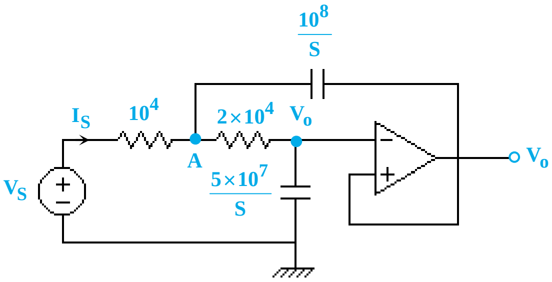


بنابراین فرکانس تشدید برابر است با:



$$\Rightarrow f_r = \frac{۱}{۲\pi\sqrt{(L_۱+L_۲)C}}$$

۵ـ گزینه «۱» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



با توجه به فیدبک منفی، ولتاژ سر منفی آپ امپ برابر V_o می‌باشد. حال داریم: $V_A = V_S - ۱۰^۴ I_S$

$$KCL(A):\ I_S = \frac{V_S - ۱۰^۴ I_S - V_o}{\frac{۱۰^۸}{s}} + \frac{V_S - ۱۰^۴ I_S - V_o}{۲\times ۱۰^۴} \Rightarrow \xrightarrow{s=j۵۰۰۰} (j+۱)V_S - (j+۱)V_o = ۱۰^۴(j+۳)I_S \qquad (۱)$$

از طرفی داریم:

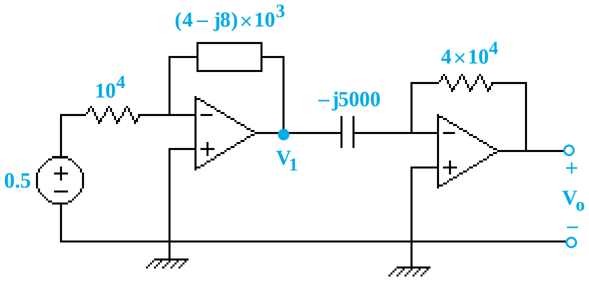
$$\frac{V_S - ۱۰^۴ I_S - V_o}{۲\times ۱۰^۴} = \frac{V_o}{\frac{۵\times ۱۰^۷}{s}} \xrightarrow{s=j۵۰۰۰} V_S - ۱۰^۴ I_S = (j۲+۱)\ V_o \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲) \rightarrow (j+۱)V_S - \frac{j+۱}{j۲+۱}[V_S - ۱۰^۴ I_S] = ۱۰^۴(j+۳)I_S$$

$$\Rightarrow [(j+۱)(j۲+۱)-(j+۱)]V_S = [۱۰^۴(j+۳)(j۲+۱)-(j+۱)\times ۱۰^۴]I_S$$

$$\Rightarrow (-۲+j۲)V_S = ۱۰^۴ \times j۶\ I_S \rightarrow Z_{in} = ۲۱/۲۱ \measuredangle -۴۵^\circ\ k\Omega$$

۶ـ گزینه «۳» با توجه به اینکه فرکانس مدار برابر $۱۰^۳$ می‌باشد، مدار را به حوزه‌ی دائمی سینوسی می‌بریم:

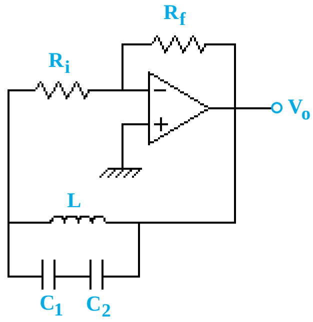


بنابراین داریم:

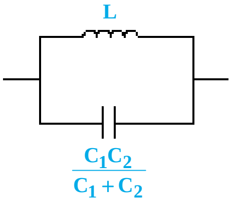
$$V_۱ = -\frac{(۴-j۸)\times ۱۰^۳}{۱۰^۴}\times ۰/۵ = -(۰/۲ - j۰/۴)\ ,\ V_o = \frac{-۴\times ۱۰^۴}{-j۵۰۰۰}V_۱ = -j۸\,V_۱$$

$$\Rightarrow V_o = -(۰/۲ - j۰/۴)\times(-j۸) = ۳/۶\measuredangle ۲۶/۶^\circ \rightarrow V_o(t) = ۳/۶\cos(۱۰^۳ t + ۲۶/۶^\circ)$$

۷ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه سر مثبت آپ امپ جریانی نمی‌کشد، بنابراین جریان‌های $C_۱, C_۲$ با هم یکی بوده و با هم سری می‌شوند.

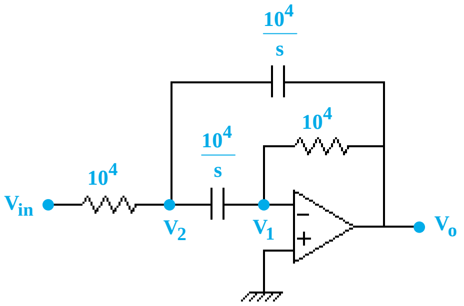


بنابراین فرکانس رزونانس مدار برابر است با:



$$\Rightarrow f_r = \frac{۱}{۲\pi\sqrt{\frac{C_۱C_۲}{C_۱+C_۲}.L}}$$

۸ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



با توجه به برقراری فیدبک منفی، ولتاژ $V_۱$ برابر صفر است. بنابراین با اعمال KCL در گره‌های $V_۲$ و $V_۱$ داریم:

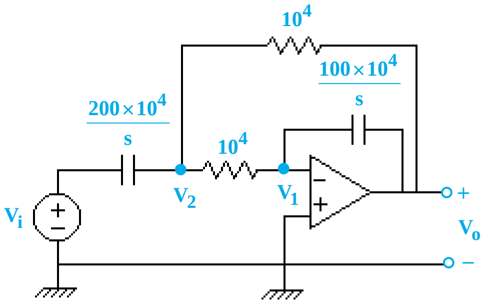
$$KCL(V_۲): \frac{V_۲-V_i}{۱۰^۴}+\frac{V_۲-۰}{\frac{۱۰^۴}{s}}+\frac{V_۲-V_o}{\frac{۱۰^۴}{s}}=۰ \Rightarrow (۲s+۱)\ V_۲=V_i+sV_o \quad (۱)$$

$$KCL(V_۱): \frac{۰-V_۲}{\frac{۱۰^۴}{s}}+\frac{۰-V_o}{۱۰^۴}=۰ \Rightarrow sV_۲+V_o=۰ \Rightarrow V_۲=\frac{-V_o}{s} \quad (۲)$$

$$(۱),(۲) \rightarrow \frac{-(۲s+۱)}{s}V_o=V_i+sV_o \xrightarrow{V_i=\frac{۱}{s}} V_o(s^۲+۲s+۱)=-۱ \Rightarrow V_o=\frac{-۱}{(s+۱)^۲}$$

$$V_o(t)=-te^{-t}u(t)$$

۹ـ گزینه «۴» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



با توجه به برقراری فیدبک منفی در آپ امپ، $V_۱$ برابر صفر می‌باشد. حال با اعمال KCL در گره‌های ۱و۲ داریم:

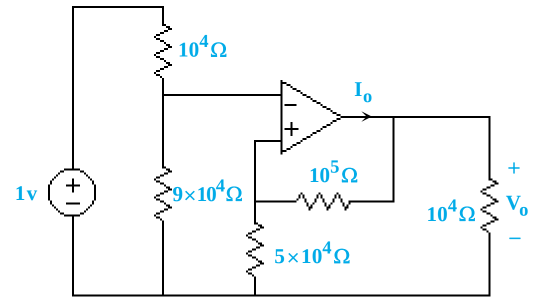
$$KCL(۱): \frac{۰-V_۲}{۱۰^۴}+\frac{۰-V_o}{\frac{۱۰۰\times۱۰^۴}{s}}=۰ \Rightarrow V_۲=\frac{-s}{۱۰۰}V_o \quad (۱)$$

$$\mathrm{KCL}\,(۲):\frac{V_۲-V_i}{\frac{۲۰۰\times ۱۰^۴}{s}}+\frac{V_۲-۰}{۱۰^۴}+\frac{V_۲-V_o}{۱۰^۴}=۰\Rightarrow\left(\frac{s}{۲۰۰}+۲\right)V_۲=\frac{sV_i}{۲۰۰}+V_o\qquad(۲)$$

$$(۱),(۲)\rightarrow-\left(\frac{s+۴۰۰}{۲۰۰}\right)\frac{s}{۱۰۰}V_o=\frac{sV_i}{۲۰۰}+V_o\Rightarrow V_o(s^۲+۴۰۰s+۲۰۰۰۰)=-۱۰۰sV_i$$

$$\Rightarrow\frac{V_o}{V_i}=\frac{-۱۰۰sV_i}{s^۲+۴۰۰s+۲۰۰۰۰}\Rightarrow\begin{cases}a=-۱۰۰\\b=۴۰۰\\c=۲۰۰۰۰\end{cases}$$

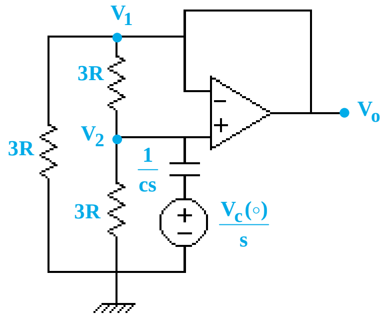
۱۰ـ گزینه «۲» با توجه به برقراری فیدبک منفی، ولتاژ سرهای مثبت و منفی آپ امپ برابر است. حال با توجه به تقسیم ولتاژ داریم:



$$V_+=V_-=\frac{۹\times ۱۰^۴}{(۹+۱)\times ۱۰^۴}=۰/۹\ \mathrm{v}$$

$$V_+=\frac{۵\times ۱۰^۴}{۵\times ۱۰^۴+۱۰\times ۱۰^۴}V_o\rightarrow V_o=۳V_+=۲/۷\,\mathrm{v}$$

۱۱ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم و سپس با تبدیل ستاره به مثلث داریم:



از طرفی با توجه به برقراری فیدبک منفی در آپ امپ داریم:

$$V_۱=V_۲=V_o$$

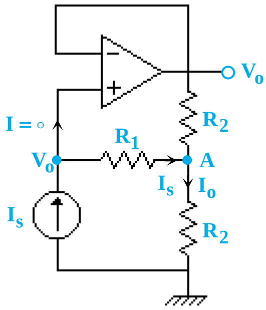
حال با اعمال KCL در گره ۲ داریم:

$$\frac{V_۲}{۳R}+Cs\left(V_۲-\frac{V_C(۰)}{s}\right)+\frac{V_۲-V_۱}{۳R}=۰\rightarrow\frac{V_o}{۳R}+CsV_o-CV_C(۰)=۰\Rightarrow V_o=\frac{V_C(۰)}{s+\frac{۱}{۳RC}}\rightarrow V_o(t)=V_C(۰)e^{-\frac{t}{۳RC}}=۵e^{-\frac{۱۰۰}{۳}t}$$

۱۲ـ گزینه «۲» با توجه به برقراری فیدبک منفی داریم:

$$V_+=V_-=V_o$$

حال با اعمال KCL در گره A نسبت $\frac{I_o}{I_S}$ را محاسبه می‌کنیم:

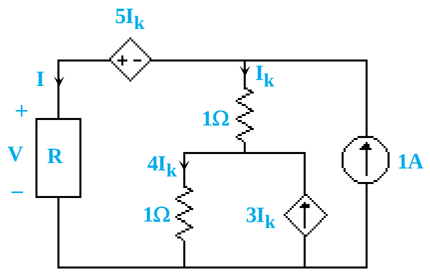


$$\begin{cases}V_A=R_۲I_o\\V_A=V_o-R_۱I_S\end{cases}\qquad(۱)$$

$$\mathrm{KCL(A)}:\frac{V_A-V_o}{R_۲}+I_o=I_S\qquad(۲)$$

$$(۱),(۲)\rightarrow-\frac{R_۱}{R_۲}I_S+I_o=I_S\rightarrow\frac{I_o}{I_S}=۱+\frac{R_۱}{R_۲}=۱+۸=۹$$

۱۳ـ گزینه «۲» ابتدا مدار را ساده می‌کنیم:



$$I=۱-I_k$$

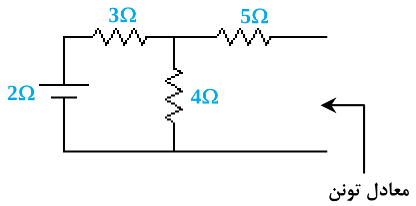
حال با اعمال KVL در حلقه‌ی چپ مدار داریم:

$$-V+۵I_k+I_k+۴I_k=۰\rightarrow V=۱۰I_k=۱۰-۱۰I$$

حال معادله‌ی بدست آمده را با منحنی مشخصه مقاومت غیرخطی قطع می‌دهیم:

$$۱۰-۱۰I=۵-I\rightarrow ۹I=۵\rightarrow I=\frac{۵}{۹}=۰/۵۵A$$

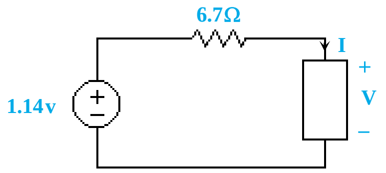
۱۴ـ گزینه «۳» ابتدا مدار معادل تونن دیده شده از دو سر مقاومت غیرخطی را محاسبه می‌کنیم:



$$V_{th}=V_{oc}=\frac{۴}{۴+۳}\times۲=\frac{۸}{۷}v$$

$$R_{th}=۴\parallel۳+۵=\frac{۴۷}{۷}\Omega$$

بنابراین داریم:



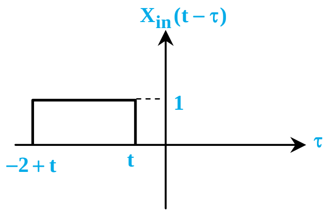
$$KVL:-۱/۱۴+۶/۷I+V=۰\Rightarrow I=\frac{\sqrt{۲}V}{\sqrt{۱-V^۲}}=\frac{۱/۱۴-V}{۶/۷}$$

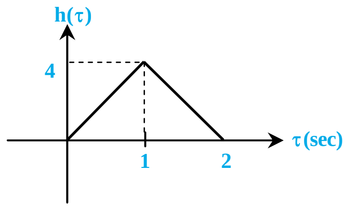
$$\Rightarrow ۹۰V^۲=(۱-V^۲)(V^۲-۲/۲۸V+۱/۳)$$

$$\rightarrow V^۴-۲/۲۸V^۳+۹۰/۳V^۲+۲/۲۸V-۱/۳=۰$$

$$V=۰/۱۱V\rightarrow I=۰/۱۵۶A\rightarrow P=۱۷mw$$

۱۵ـ گزینه «۴» پاسخ حالت صفر برابر است با:





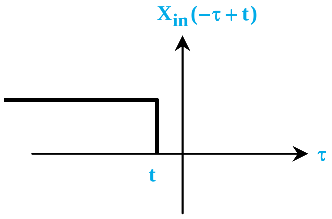
$$y(t)=x_{in}(t)*h(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}x_{in}(t-\tau)h(\tau)d\tau$$

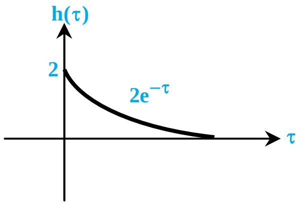
$$t<۰\rightarrow y(t)=۰$$

$$۰<t<۱\rightarrow y(t)=\int_{۰}^{t}۴\tau d\tau=۲t^۲$$

بنابراین گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح می‌باشد.

۱۶ـ گزینه «۲» پاسخ حالت صفر برابر است با:





$$y(t)=x_{in}(t)*h(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}x_{in}(t-\tau)h(\tau)d\tau$$

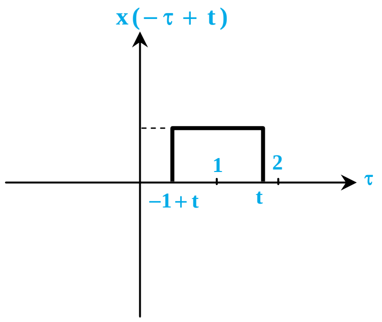
$$t<۰\Rightarrow y(t)=۰$$

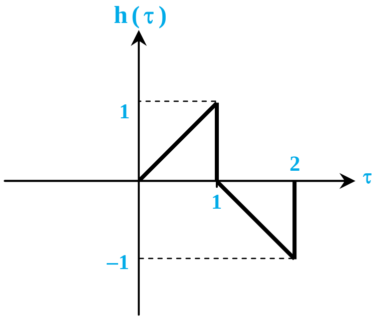
$$t>۰\rightarrow y(t)=\int_{۰}^{t}۲e^{-\tau}d\tau=-۲e^{-\tau}]_{۰}^{t}=۲(۱-e^{-t})$$

۱۷ـ گزینه «۲» پاسخ حالت صفر سیستم برابر است با:

$$y(t)=x(t)*h(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t-\tau)h(\tau)d\tau$$

برای $۱<t<۲$ داریم:





$$y(t)=\int_{-۱+t}^{۱}\tau d\tau+\int_{۱}^{t}(-\tau+۱)d\tau=\frac{\tau^۲}{۲}\Big]_{-۱+t}^{۱}+(-\frac{\tau^۲}{۲}+\tau)\Big]_{۱}^{t}=\frac{۱-(t-۱)^۲}{۲}+\frac{(-t^۲+۲t)-(-۱+۲)}{۲}\Rightarrow y(t)=-t^۲+۲t-\frac{۱}{۲}$$

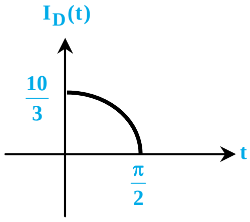
۱۸ـ گزینه «۳» پاسخ حالت صفر مدار به طور کلی برابر است با:

$$y(t)=x_{in}(t)*h(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}x_{in}(t-z)h(z)dz$$

در زمان $t=۱sec$ داریم:

$$y(۱)=\int_{-\infty}^{+\infty}x_{in}(-z+۱)h(z)dz=\int_{۰}^{۱}۳e^{-۳z}dz=-e^{-۳z}\Big]_{۰}^{۱}=۱-e^{-۳}$$

۱۹ـ گزینه «۱» می‌دانیم دیود تا زمانی که جریانش مثبت است، روشن بوده و به محض اینکه جریان صفر شده و می‌خواهد منفی شود، دیود خاموش می‌شود و اجازه‌ی عبور جریان منفی نمی‌دهد. حال با بررسی گزینه‌ها داریم:



گزینه‌ی ۱:

$$۰<t<\frac{\sqrt{۳}}{۲}\pi\rightarrow ۰<\frac{\sqrt{۳}}{۳}t<\frac{\pi}{۲}$$

پس گزینه‌ی ۱ امکان‌پذیر است.

گزینه‌ی ۲:

$۰<t<\pi\rightarrow ۰<۳t<۳\pi\rightarrow$ $\cos ۳t$ در بازه‌هایی منفی بوده و قابل قبول نمی‌باشد.

گزینه‌ی ۳:

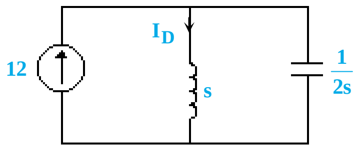
$۰<t<\frac{\pi}{۳}\rightarrow ۰<\sqrt{۳}t<\frac{\sqrt{۳}\pi}{۳}\rightarrow$ $\cos\sqrt{۳}t$ در بازه‌ی $\frac{\pi}{۲}<\sqrt{۳}t<\frac{\sqrt{۳}\pi}{۳}$ منفی بوده و قابل قبول نیست.

گزینه‌ی ۴:

$$۰<t<\frac{\pi}{۳}\rightarrow ۰<\frac{\sqrt{۳}}{۳}t<\frac{\sqrt{۳}\pi}{۹}\rightarrow$$

$\cos\frac{\sqrt{۳}}{۳}t$ در این بازه، همواره مثبت است، ولی با توجه به اینکه در انتهای بازه مقدار I_D صفر نمی‌باشد، قابل قبول نیست.

۲۰ـ گزینه «۴» ابتدا فرض می‌کنیم دیود روشن باشد و مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم. حال با محاسبه‌ی جریان دیود و به دست آوردن لحظه‌ی صفر شدن جریان آن، مدت زمان هدایت دیود و یا همان مدت زمان غیر صفر بودن جریان سلف را بدست می‌آوریم:

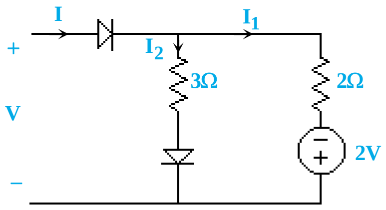


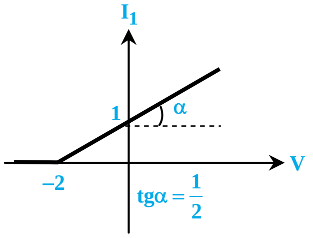
$$\Rightarrow I_D=\frac{\frac{۱}{۲s}}{s+\frac{۱}{۲s}}\times ۱۲=\frac{۱۲}{۲s^۲+۱}=\frac{۶}{s^۲+\frac{۱}{۲}}$$

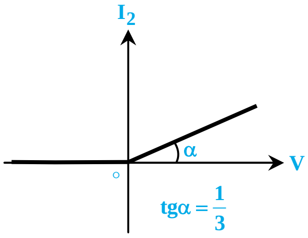
$$\Rightarrow I_D(t)=۶\sqrt{۲}\sin\frac{t}{\sqrt{۲}}$$

$$I_D(t)>۰\rightarrow ۰<\frac{t}{\sqrt{۲}}<\pi\rightarrow ۰<t<\sqrt{۲}\pi\rightarrow t_{on}=\sqrt{۲}\pi(sec)$$

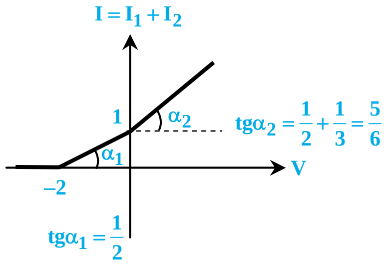
۲۱ـ گزینه «۱» ابتدا مدار را با استفاده از تبدیل نورتن به تونن، به دو شاخه‌ی موازی تبدیل کرده و سپس هر شاخه‌ی آن را جداگانه تحلیل می‌کنیم.





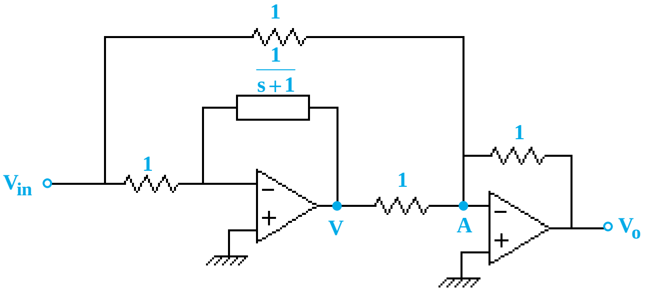


حال جریان I را از مجموع این دو جریان به دست می‌آوریم:



۲۲ـ گزینه «۲» با توجه به اینکه به ازای ولتاژهای منفی جریان صفر می‌باشد، بنابراین دیود ورودی باید به صورت مستقیم قرار داشته باشد. بنابراین گزینه‌ی ۴ نادرست است. از طرفی در گزینه‌ی ۳ دیود هر دو شاخه‌ی موازی به صورت معکوس بسته شده است، بنابراین مسیری برای عبور جریان ورودی در این حالت وجود ندارد و جریان ورودی همواره برابر صفر خواهد بود. پس گزینه‌ی ۳ هم نادرست خواهد بود. در گزینه‌های ۱و۲ فقط دیود شاخه‌ی موازی سمت چپ، هم‌جهت با ورودی می‌باشد، بنابراین جریان ورودی تنها از این مسیر عبور خواهد کرد. از آنجا که شروع برقراری جریان ورودی در ولتاژ ۶ ولت می‌باشد، پس در سمت منفی دیود شاخه‌ی موازی چپ، باید منبع ولتاژ ۶ ولتی قرار گیرد و همچنین با توجه به اینکه شیب منفی $I-V$ برای $V>۶$ برابر ۳ می‌باشد، بنابراین مقاومت سری با آن نیز باید $\frac{۱}{۳}$ اهم باشد. پس گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح می‌باشد.

۲۳ـ گزینه «۱» ابتدا مدار را به حوزه‌ی لاپلاس می‌بریم:



با توجه به اینکه در هر دو آپ امپ فیدبک منفی برقرار است، بنابراین داریم:

$$V_+ = V_- = ۰$$

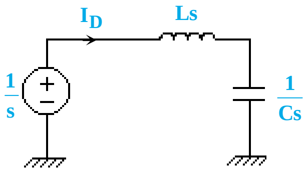
$$V = -\frac{\frac{۱}{s+۱}}{۱} V_{in} = -\frac{۱}{s+۱} V_{in}$$

$$KCL\,(A): \frac{۰-V}{۱} + \frac{۰-V_{in}}{۱} + \frac{۰-V_o}{۱} = ۰ \Rightarrow V_o = -V - V_{in} = [\frac{۱}{s+۱} - ۱] V_{in} = \frac{-s}{s+۱} V_{in}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{dV_o}{dt} + V_o = -\frac{dV_{in}}{dt}$$

۲۴ـ گزینه «۲» با توجه به مثبت بودن منبع ولتاژ در زمان‌های مثبت و اینکه خازن بدون شرط اولیه می‌باشد، ابتدا دیود روشن می‌شود. حال برای بدست آوردن ولتاژ شارژ خازن، زمان خاموش شدن دیود را محاسبه کرده و ولتاژ خازن را در آن زمان به دست می‌آوریم:



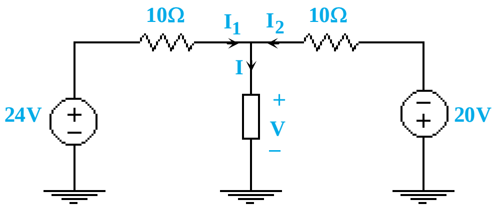
$$\Rightarrow I_D=\frac{\frac{۱}{s}}{Ls+\frac{۱}{Cs}}=\frac{\frac{۱}{L}}{s^۲+\frac{۱}{LC}}$$

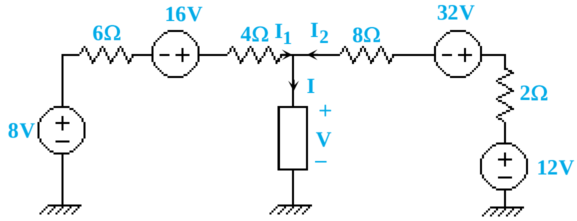
$$\Rightarrow I_D(t)=\sqrt{\frac{C}{L}}\sin\frac{t}{\sqrt{LC}}\rightarrow V_C(t)=\frac{۱}{C}\int_۰^t I_D(t)dt=۱-\cos\frac{t}{\sqrt{LC}}$$

حال با توجه به اینکه جریان دیود در لحظه‌ی $t=\pi\sqrt{Lc}$ برابر صفر می‌شود، بنابراین در این لحظه دیود خاموش شده و ولتاژ خازن ثابت باقی می‌ماند.

پس حداکثر ولتاژ خازن برابر است با: $V_c(t=\pi\sqrt{LC})=۱-\cos\pi=۲v$

۲۵ـ گزینه «۴» ابتدا با تبدیل معادل نورتن به تونن داریم:





حال با اعمال KVL در حلقه‌های چپ و راست مدار داریم:

$$\begin{cases}۲۴-۱۰I_۱=V\\-۲۰-۱۰I_۲=V\end{cases}\rightarrow ۴-۱۰(I_۱+I_۲)=۲V\rightarrow ۲V=-۱۰\,I+۴\Rightarrow V=-۵I+۲$$

با قطع دادن این معادله با مشخصه‌ی المان غیرخطی داریم:

$$I<۱\rightarrow\begin{cases}V=۲I\\V=-۵I+۲\end{cases}\rightarrow ۷I=۲\Rightarrow I=\frac{۲}{۷}A \quad \text{ق ق}$$

$$I>۱\rightarrow\begin{cases}V=-۲I+۴\\V=-۵I+۲\end{cases}\rightarrow ۳I=-۲\rightarrow I=-\frac{۲}{۳}A \quad \text{غ ق ق}$$