سؤالات آزمون حسابداری ـ دکتری ۱۴۰۰

۱ـ اگر $f(x)=\begin{cases} a[-x]+x & ; \ x<1 \\ b[x^2]+2 & ; \ x\geq 1 \end{cases}$ یک تابع پیوسته باشد، کدام مورد، درست است؟

۱) $a+b=-1$ ۲) $2a+b=1$ ۳) $a-b=1$ ۴) $2a-b=-1$

۲ـ فرض کنید $3=[2-x]$ در این صورت نمودار توابع $f(x)=|x+2|+|x+1|$ و $g(x)=2x^3+5x+1$ یکدیگر را در چند نقطه، قطع می‌کنند؟

۱) یک نقطه ۲) سه نقطه ۳) دو نقطه ۴) نقطهٔ تلاقی ندارند.

۳ـ مقدار ماکزیمم تابع $f(x)=2\sin^4 x+\cos^4 x$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{5}{2}$

۴ـ تابع $y=\arcsin x$ در کدام تساوی زیر، صدق می‌کند؟

۱) $(1-x^2)y''=-xy'$ ۲) $(1-x^2)y''=-2xy'$ ۳) $(1-x^2)y''=2xy'$ ۴) $(1-x^2)y''=xy'$

۵ـ حاصل انتگرال $\int_{-\infty}^{0}\frac{dx}{e^x+e^{-x}}$ کدام است؟

۱) ∞ ۲) π ۳) $\frac{\pi}{4}$ ۴) $\frac{\pi}{2}$

۶ـ فرض کنید $u=u(x,y)$ و $v=v(x,y)$ و $\begin{cases} xu^2-4x^2v+y+8=0 \\ 4ye^u-v^3+x=1 \end{cases}$ باشند. اگر $u(2,0)=2$ باشد، مقدار $\frac{\partial u}{\partial x}(2,0)$ کدام است؟

۱) $-\frac{13}{6}$ ۲) $\frac{13}{6}$ ۳) ۲ ۴) -۲

۷ـ فرض کنید $f(x)=\begin{vmatrix} x & x^2 & x^3 \\ 1 & 2x & 3x^2 \\ 0 & 2 & 6x \end{vmatrix}$ مقدار $\int_1^2 f(x)dx$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۶/۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۷

۸ـ چند معادلهٔ درجه دوم به صورت $ax^2+bx-c=0$ با شرط این‌که a، b و c اعداد طبیعی یک رقمی باشند، می‌توان نوشت که حاصل‌جمع ریشه‌ها، دو واحد از حاصل‌ضرب ریشه‌ها، بیشتر باشد؟

۱) ۱۴ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

پاسخنامه آزمون حسابداری ـ دکتری ۱۴۰۰

۱ـ گزینه «۱» باید حد چپ و راست و مقدار تابع هر سه با هم برابر باشند، پس داریم:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to ۱^+} f(x)=f(۱)=b[(۱)^۲]+۲=b+۲\\ \lim\limits_{x\to ۱^-} f(x)=a[-(\overline{۱})]+۱=a(-۱)+۱=-a+۱\end{cases} \Rightarrow\ b+۲=-a+۱ \Rightarrow b+a=-۱$$

۲ـ گزینه «۴» ابتدا با استفاده از رابطه‌ی $[۲-x]=۳$ مقادیر x را به‌دست می‌آوریم:

$$[۲-x]=۳ \Rightarrow ۳\le ۲-x<۴ \xrightarrow{+(-۲)} ۱\le -x<۲ \xrightarrow{\times(-۱)} -۲<x\le -۱$$

در بازه‌ی به‌دست آمده تابع $f(x)$ را تعیین علامت می‌کنیم و قدرمطلق آن را برمی‌داریم: $f(x)=(x+۲)-(x+۱)=x+۲-x-۱=۱$

اکنون توابع $f(x)=۱$ و $g(x)$ را مساوی هم قرار می‌دهیم.

$$۲x^۳+۵x+۱=۱ \Rightarrow ۲x^۳+۵x=۰ \Rightarrow x(۲x^۲+۵)=۰$$

چون $x=۰$ دربازه‌ی $(-۲,-۱)$ قرار ندارد پس دو تابع یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

$$x=۰\notin(-۲,-۱)$$

با توجه به پاسخ فوق گزینه سازمان سنجش یعنی گزینه (۱) اشتباه است و پاسخ صحیح گزینه (۴) می‌باشد.

۳ـ گزینه «۱» ابتدا تابع $f(x)$ داده شده را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم و داریم:

$$f(x)=\underbrace{\sin^۴ x}+\underbrace{\sin^۴ x+\cos^۴ x}$$

$۰\le \sin^۴ x\le ۱ \rightarrow$ ماکزیمم مقدار این تابع برابر ۱ می‌باشد

$$\sin^۴ x+\cos^۴ x=(\sin^۲ x+\cos^۲ x)^۲-۲\sin^۲ x\cos^۲ x=۱-۲(\sin x\cos x)^۲=۱-۲(\frac{۱}{۲}\sin ۲x)^۲=۱-۲(\frac{۱}{۴}\sin^۲ ۲x)=۱-\frac{۱}{۲}\sin^۲ ۲x$$

$$۰\le \sin^۲ ۲x\le ۱ \Rightarrow \begin{cases}\text{ماکزیمم مقدار عبارت دوم}=۱-۰=۱\\ \text{مینیمم مقدار عبارت دوم}=۱-\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}\end{cases}$$

پس در کل ماکزیمم مقدار تابع $f(x)$ برابر است با: $\max(f(x))=۱+۱=۲$

۴ـ گزینه «۴» با توجه به این‌که مشتق $\arcsin u$ برابر $\frac{u'}{\sqrt{۱-u^۲}}$ می‌باشد، داریم:

$$y=\arcsin x \Rightarrow y'=\frac{۱}{\sqrt{۱-x^۲}}=(۱-x^۲)^{-\frac{۱}{۲}} \Rightarrow y''=-\frac{۱}{۲}(۱-x^۲)^{-\frac{۳}{۲}}(-۲x) \Rightarrow y''=x(۱-x^۲)^{-\frac{۳}{۲}}$$

در محاسبه y'' از فرمول مشتق تابع $(f(x))^n$ که به صورت $n(f(x))^{n-۱}\times f'(x)$ است کمک گرفتیم. با توجه به گزینه‌ها دو طرف تساوی را در $(۱-x^۲)$ ضرب می‌کنیم.

$$(۱-x^۲)y''=x\underbrace{(۱-x^۲)^{-\frac{۱}{۲}}}_{y'} \Rightarrow (۱-x^۲)y''=xy'$$

۵ـ گزینه «۳» صورت و مخرج کسر جلوی انتگرال را در e^x ضرب می‌کنیم و داریم:

$$I=\int_{-\infty}^{۰}\frac{dx}{e^x+e^{-x}}\times\frac{e^x}{e^x}=\int_{-\infty}^{۰}\frac{e^x dx}{(e^x)^۲+e^۰}=\int_{-\infty}^{۰}\frac{e^x dx}{۱+(e^x)^۲}\xrightarrow[e^x dx=du]{e^x=u}\int\frac{du}{۱+u^۲}=\text{Arc tg}(u)$$

توجه داشته باشید که با توجه به وجود عامل e^x در صورت کسر که مشتق عامل e^x موجود در مخرج کسر می‌باشد، e^x مخرج را u فرض می‌کنیم و کل صورت کسر را du در نظر می‌گیریم و با استفاده از انتگرال $\int\frac{du}{a^۲+u^۲}$ که برابر $\frac{۱}{a}\text{Arctg}\frac{u}{a}$ می‌باشد، حاصل انتگرال را به دست آوردیم.

$$\Rightarrow I=\text{Arctg}(e^x)_{-\infty}^{۰}=\text{Arctg}(e^۰)-\text{Arctg}(e^{-\infty})=\text{Arctg}(۱)-\text{Arctg}(۰)=\frac{\pi}{۴}-۰=\frac{\pi}{۴}$$

۶ـ گزینه «۲» با فرض $\begin{cases} f: xu^۲ - ۴x^۲v + y + ۸ = ۰ \\ g: ۴ye^u - v^۳ + x - ۱ = ۰ \end{cases}$ داریم:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\frac{\partial(f,g)}{\partial(x,v)}}{\frac{\partial(f,g)}{\partial(u,v)}} = -\frac{\begin{vmatrix} u^۲ - ۸xv & -۴x^۲ \\ ۱ & -۳v^۲ \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} ۲xu & -۴x^۲ \\ ۴ye^u & -۳v^۲ \end{vmatrix}}$$

اکنون باید با داشتن مقادیر y, x, u مقدار v را بیابیم:

$$u(۲,۰) = ۲ \xrightarrow[y=۰]{x=۲} ۲(۲)^۲ - ۴(۲)^۲ v + ۰ + ۸ = ۰ \Rightarrow ۱۶ = ۱۶v \Rightarrow v = ۱$$

پس داریم:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\begin{vmatrix} -۱۲ & -۱۶ \\ ۱ & -۳ \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} ۸ & -۱۶ \\ ۰ & -۳ \end{vmatrix}} = -\frac{(۳۶+۱۶)}{(-۲۴)} = -(\frac{۵۲}{-۲۴}) = \frac{۱۳}{۶}$$

۷ـ گزینه «۳» ابتدا با محاسبه دترمینان ماتریس داده شده، تابع $f(x)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$f(x) = x(۱۲x^۲ - ۶x^۲) - x^۲(۶x - ۰) + x^۳(۲ - ۰) = ۶x^۳ - ۶x^۳ + ۲x^۳ = ۲x^۳$$

حال داریم:

$$\int_۱^۲ ۲x^۳ dx = ۲(\frac{x^۴}{۴})_۱^۲ = ۲(\frac{۱۶}{۴} - \frac{۱}{۴}) = ۲(\frac{۱۵}{۴}) = \frac{۱۵}{۲} = ۷/۵$$

۸ـ گزینه «۳» حاصل جمع ریشه‌های معادله درجه دوم به فرم کلی $ax^۲ + bx + c = ۰$ را با $S = \frac{-b}{a}$ و حاصل‌ضرب آنها را با $P = \frac{c}{a}$ نشان می‌دهیم.

$$ax^۲ + bx - c = ۰$$

$$S = P + ۲ \Rightarrow -\frac{b}{a} = \frac{-c}{a} + ۲ \Rightarrow ۲a + b = c$$

$a = ۱ \Rightarrow ۲ + b = c \Rightarrow$ ۷ حالت: $\begin{cases} b = ۱ \\ \text{تا} \\ b = ۷ \end{cases}$ چون قرار است c هم یک رقمی باشد، پس b نمی‌تواند از ۷ بزرگتر باشد.

$a = ۲ \Rightarrow ۴ + b = c \Rightarrow$ ۵ حالت: $\begin{cases} b = ۱ \\ \text{تا} \\ b = ۵ \end{cases}$ چون قرار است c هم یک رقمی باشد، پس b نمی‌تواند از ۵ بزرگتر باشد.

$a = ۳ \Rightarrow ۶ + b = c \Rightarrow$ ۳ حالت: $\begin{cases} b = ۱ \\ \text{تا} \\ b = ۳ \end{cases}$ چون قرار است c هم یک رقمی باشد، پس b نمی‌تواند از ۳ بزرگتر باشد.

$a = ۴ \Rightarrow ۸ + b = c \Rightarrow b = ۱ \Rightarrow$ ۱ حالت

جمعاً $(۱۶ = ۱ + ۳ + ۵ + ۷)$ حالت می‌توان با شرایط داده شده، معادله نوشت.

سؤالات آزمون علوم اقتصادی ـ دکتری ۱۴۰۰

۱ـ هزینهٔ کل تولیدکننده‌ای $TC = me^{nx}$ است. او می‌خواهد مقدار x ـ ای را تولید کند، که هزینهٔ هر واحد او حداقل باشد. هزینهٔ هر واحد او کدام است؟

۱) nme ۲) $\frac{m}{n}e$ ۳) me^{n} ۴) me^{n-1}

۲ـ در تابع $y = x^2e^{-x}$، کدام مورد درست نیست؟

۱) تابع در $x = 0$ مینیمم موضعی (نسبی) است.
۲) تابع در $x = 2$ ماکزیمم موضعی (نسبی) است.
۳) طول نقطهٔ عطف تابع $x = -2+\sqrt{2}$ است.
۴) برد تابع $[0,+\infty)$ است.

۳ـ مرتبهٔ ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & 6 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

۱) $R(A) = 2$ ۲) $R(A) = 3$ ۳) $R(A) = 4$ ۴) $R(A) = 5$

۴ـ عناصر ماتریس $A = \begin{pmatrix} B & I_2 \\ 0 & C \end{pmatrix}$، به‌صورت ماتریس‌های 2×2 هستند. اگر $A^{-1} = \begin{pmatrix} X & Y \\ Z & T \end{pmatrix}$ باشد، کدام مورد درست نیست؟

۱) $Z = 0$ ۲) $T = C^{-1}$ ۳) $X = B^{-1}$ ۴) $Y = C^{-1}B^{-1}$

۵ـ علامت فرم درجه دوم مقید $Q_A(x_1,x_2) = 4x_1^2 + 3x_1x_2 + 2x_2^2$ کدام است؟

۱) شبه معین مثبت ۲) شبه معین منفی ۳) معین منفی ۴) معین مثبت

۶ـ برای حداکثرسازی مقید $\begin{cases} \text{Max } x+y \\ \text{s.t.} \\ x^2+y^2 \le 2 \end{cases}$، کدام مورد درست نیست؟

۱) ماکزیمم تابع ۲ است.
۲) $(1,1)$ مختصات نقطهٔ بحرانی است.
۳) ماکزیمم تابع ۲ و اندازهٔ ضریب لاگرانژ آن $\frac{1}{4}$ است.
۴) طول نقطهٔ بحرانی ۱ و اندازهٔ ضرایب لاگرانژ آن $\frac{1}{2}$ است.

۷ـ مقدار $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$، کدام است؟

۱) $\cosh^{-1}(1)$ ۲) $\sinh^{-1}(1)$ ۳) ۱ ۴) صفر

۸ـ جواب عمومی معادله دیفرانسیل $y'' - 4y = 0$، کدام است؟

۱) $y = C_1e^{x} + C_2e^{-x}$ ۲) $y = C_1e^{2x} + C_2e^{-2x}$ ۳) $y = Ce^{2x} + e^{-2x}$ ۴) $y = Ce^{x} + e^{-x}$

۹ـ در الگوی تارعنکبوتی $D: q_t = 10 - 2P_t$ و $S: q_t = P_{t-1} + 2$، قیمت $P_0 = 2$، P_1 کدام است؟

۱) $\frac{8}{3}$ ۲) $\frac{7}{2}$ ۳) ۴ ۴) ۳

۱۰ـ اگر $y = e^x$ تابع عرضه و قیمت تعادلی (واحد پول) $y_e = 5$ باشد، مازاد «عرضه‌کننده» کدام است؟

۱) $e^5 - 5$ ۲) $e^5 - 4$ ۳) $5\text{Ln}5 - 4$ ۴) $5\text{Ln}5 - 5$

پاسخنامه آزمون علوم اقتصادی ــ دکتری ۱۴۰۰

۱ــ گزینه «۱» در واقع باید هزینه‌ی متوسط را به‌دست آوریم و از آن مشتق بگیریم و مساوی صفر قرار دهیم.

$$\text{هزینه متوسط} = \frac{Tc}{x} = \frac{me^{nx}}{x}$$

$$(\text{هزینه متوسط})' = \frac{mne^{nx}x - me^{nx}}{x^2} = 0 \Rightarrow me^{nx}(nx-1) = 0 \Rightarrow nx - 1 = 0 \Rightarrow nx = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{n}$$

پس با جایگذاری $x = \frac{1}{n}$ در هزینه متوسط داریم:

$$\frac{me^{n(\frac{1}{n})}}{\frac{1}{n}} = mne$$

۲ــ گزینه «۳» ابتدا از تابع داده شده مشتق می‌گیریم تا طول نقاط اکسترمم نسبی را به‌دست آوریم.

$$y' = 2xe^{-x} - x^2e^{-x} = 0 \Rightarrow xe^{-x}(2-x) = 0 \Rightarrow x = 0, 2$$

برای به‌دست آوردن طول نقطه‌ی عطف، مشتق دوم تابع را مساوی صفر قرار می‌دهیم.

$$y'' = 2e^{-x} - 2xe^{-x} - (2xe^{-x} - x^2e^{-x}) = 0 \Rightarrow e^{-x}(2 - 4x + x^2) = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 16 - 8 = 8 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

برای به دست آوردن نوع نقاط اکسترمم نسبی با استفاده از آزمون مشتق دوم داریم:

$f''(0) = e^0(2 - 0 + 0) = 2 > 0$ مینیمم نسبی

$f''(2) = e^{-2}(2 - 8 + 4) = \frac{1}{e^2}(-2) < 0$ ماکزیمم نسبی

توجه داشته باشید که با توجه به این که تابع $y = x^2e^{-x}$ به دلیل وجود x^2 همواره بزرگتر یا مساوی صفر می‌باشد و e^{-x} نیز یک عامل همواره مثبت می‌باشد، پس برد تابع همواره بزرگتر یا مساوی صفر می‌باشد.

۳ــ گزینه «۲» با توجه به این‌که ماتریس داده شده (4×4) می‌باشد، حداکثر رتبه ماتریس می‌تواند ۴ باشد. اکنون باید وابستگی بین سطرها یا ستون‌های ماتریس را بیابیم.

سطر چهارم = سطر سوم + (سطر اول) ۲

پس رتبه ماتریس تا اینجا ۳ می‌شود، با محاسبه یک دترمینان 3×3 از ماتریس A داریم:

$$|A_1| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 1\times(1-4) - 2(2-2) - 1\times(4-1) = -3 - 3 = -6 \neq 0$$

چون اولین دترمینان حاصل مخالف صفر می‌باشد، پس هیچ وابستگی دیگری بین سطرها یا ستون‌ها وجود ندارد و رتبه ماتریس همان ۳ می‌باشد.

۴ــ گزینه «۴» با توجه به این که معکوس ماتریس A برابر است با:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}N'$$

پس داریم:

$$A^{-1} = \frac{1}{BC}\begin{bmatrix} C & -I_2 \\ 0 & B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X & Y \\ Z & T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^{-1} & -C^{-1}B^{-1} \\ 0 & C^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X & Y \\ Z & T \end{bmatrix} \Rightarrow X = B^{-1}\ ,\ Z = 0\ ,\ T = C^{-1}, Y = -C^{-1}B^{-1}$$

بنابراین گزینه (۴) غلط می‌باشد.

۵ــ گزینه «۴» ابتدا باید ماتریس هشین را تشکیل دهیم.

$$Q_{x_1} = 8x_1 + 3x_2\ ,\ Q_{x_1x_1} = 8\ ,\ Q_{x_1x_2} = 3\ ,\ Q_{x_2} = 3x_1 + 4x_2 \Rightarrow Q_{x_2x_2} = 4$$

$$H = \begin{bmatrix} Q_{x_1x_1} & Q_{x_1x_2} \\ Q_{x_2x_1} & Q_{x_2x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$H_1 = 8 > 0$$

$$H_2 = \begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 32 - 9 = 23 > 0$$

چون همه H ها مثبت هستند، پس ماتریس معین مثبت است.

۶ـ گزینه «۳»

روش اول: می‌خواهیم حداکثر تابع $f: x+y$ را تحت قید $g: x^۲+y^۲-۲=۰$ به‌دست آوریم و داریم:

$$u=f+\lambda g \Rightarrow u=(x+y)+\lambda(x^۲+y^۲-۲)$$

$$\begin{cases}\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial f}{\partial x}+\lambda\frac{\partial g}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x}=۱+۲\lambda x=۰ \Rightarrow x=\frac{-۱}{۲\lambda}\\ \frac{\partial u}{\partial y}=\frac{\partial f}{\partial y}+\lambda\frac{\partial g}{\partial y} \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial y}=۱+۲\lambda y=۰ \Rightarrow y=\frac{-۱}{۲\lambda}\end{cases}$$

با جایگذاری x و y به‌دست آمده در قید داده شده مقدار λ که همان ضریب لاگرانژ می‌باشد را به‌دست می‌آوریم.

$$(-\frac{۱}{۲\lambda})^۲+(\frac{-۱}{۲\lambda})^۲=۲ \Rightarrow \frac{۱}{۴\lambda^۲}+\frac{۱}{۴\lambda^۲}=۲ \Rightarrow \frac{۲}{۴\lambda^۲}=۲ \Rightarrow \lambda^۲=\frac{۱}{۴} \Rightarrow \lambda=\pm\frac{۱}{۲} \xrightarrow{\lambda=\frac{-۱}{۲}} x=۱\ ,\ y=۱ \Rightarrow (۱,۱)$$ بحرانی

$$\max(x+y)=۱+۱=۲$$

روش دوم: برای حل این سؤال می‌توان از روش ساده شده لاگرانژ به صورت زیر استفاده کرد:

$$f(x,y)=x+y \quad ; \quad g(x,y)=x^۲+y^۲=۲$$

$$\frac{f_x}{g_x}=\frac{f_y}{g_y} \Rightarrow \frac{۱}{۲x}=\frac{۱}{۲y} \Rightarrow x=y \Rightarrow x^۲+x^۲=۲ \Rightarrow x=\pm۱, y=\pm۱$$

$$\begin{cases}x=y=۱ \Rightarrow f(x,y)=x+y=۲\\ x=y=-۱ \Rightarrow f(x,y)=x+y=-۲\end{cases} \Rightarrow \max(x+y)=۲$$

۷ـ گزینه «۲» با استفاده از رابطه‌ی $\int \frac{du}{\sqrt{u^۲+a^۲}}=\text{Ln}(u+\sqrt{u^۲+a^۲})$ که این تساوی نیز برابر $\sinh^{-۱}(u)$ می‌باشد، داریم:

$$\int_۰^۱ \frac{dx}{\sqrt{x^۲+۱}}=\text{Ln}(x+\sqrt{x^۲+۱})=\sinh^{-۱}(x))_۰^۱=\sinh^{-۱}(۱)-\underbrace{\sinh^{-۱}(۰)}_{۰}=\sinh^{-۱}(۱)$$

۸ـ گزینه «۲» با استفاده از معادله‌ی مشخصه معادلات دیفرانسیل مرتبه‌ی دوم همگن داریم:

$$\lambda^۲-۴=۰ \Rightarrow \lambda^۲=۴ \Rightarrow \lambda=\pm۲$$

$$y=c_۱e^{\lambda_۱x}+c_۲e^{\lambda_۲x} \Rightarrow y=c_۱e^{۲x}+c_۲e^{-۲x}$$

۹ـ گزینه «۴»

$$t=۱ \longrightarrow q_۱=P_۰+۲ \xrightarrow{P_۰=۲} ۲+۲=۴$$

$$q_۱=۱۰-۲P_۱ \Rightarrow ۴=۱۰-۲P_۱ \Rightarrow ۲P_۱=۶ \Rightarrow P_۱=۳$$

۱۰ـ گزینه «۳» ابتدا باید x تعادل را بیابیم و داریم:

$$e^x=۵ \Rightarrow x=\text{Ln}۵$$

مازاد عرضه‌کننده برابر است با:

$$\text{مازاد عرضه‌کننده}=\int_۰^{\text{Ln}۵}(y_e-\text{عرضه}\ y)\,dx=\int_۰^{\text{Ln}۵}(۵-e^x)dx=(۵x-e^x)_۰^{\text{Ln}۵}=۵\text{Ln}۵-e^{\text{Ln}۵}-(۰-e^۰)=۵\text{Ln}۵-۵+۱=۵\text{Ln}۵-۴$$

توجه داشته باشید که از رابطه‌ی $e^{\text{Ln}x}=x$ استفاده کرده‌ایم.