سؤالات آزمون سراسری ۹۴

زبان عمومی و تخصصی

Part A: Vocabulary

Directions: Choose the word or the phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark your answer sheet.

1- Jane was terribly bored, but she ……interest so as not to hurt her friend's feelings.

1) admitted 2) validated 3) endeavored 4) feigned

2- Having a ……knowledge of economics, I did not understand anything out of the speaker's speech.

1) rudimentary 2) superfluous 3) hazardous 4) clandestine

3- In the hands of inexperienced drivers, high-powered cars are actually ……weapons.

1) inflexible 2) lethal 3) regretful 4) spontaneous

4- The many ……in the text for sure detract from its real value.

1) safeguards 2) variables 3) digressions 4) consistencies

5- The human brain is well known to differ considerably from the chimpanzee brain in ……of size, organization and complexity, among other traits.

1) light 2) regards 3) terms 4) aspect

6- Irrigation is essential to most high-yield farming, but many aquifers that supply irrigated crops are being drawn down faster than rain can ……them.

1) deplete 2) overcome 3) vanish 4) recharge

7- It is a pity that the ……between the two neighboring countries is well rooted and hard to remove.

1) misanthropy 2) antipathy 3) urgency 4) vagueness

8- Hair that's thick and ……needs regular trimming.

1) luxuriant 2) arbitrary 3) excessive 4) fragmented

9- Their lack of qualifications ……them to a lifetime of boring, usually poorly-paid, work.

1) devoted 2) conveyed 3) condemned 4) captivated

10- The…… of differences among cultures clearly shows that mental health professionals are ill advised to apply their classifications of personality disorders to people from other cultures.

1) dispersal 2) disarray 3) ignorance 4) multitude

Part B: Cloze Passage

Directions: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark your answer sheet.

The Olympic stadium was silent. The spectators held their collective breath. The 100-meter finalists crouched against their starting blocks, (11) ……their backs as the starter raised his pistol and announced, "Set…!" Each powerful sprinter, poised to explode when the gun went off, was keenly aware of what hung in the balance. They had trained (12) …… every day for years to prepare their bodies for this one race.

But had they disciplined their minds? The runner who would break the tape would need (13) …… strong muscles, heart and lungs. He would need concentration, control, confidence – and an unerring eye (14) …… . At this tense moment, one mistimed twitch could cause a false start and cost him the race. But if he eased off in any way, his first steps would lag behind (15) ……, guaranteeing a loss. "Bang!"

11- 1) they raised 2) raising 3) raised 4) by raising

12- 1) and exhausted 2) to exhaustion 3) for being exhaustive 4) exhausting

13- 1) as well as 2) not only 3) more than 4) by far

14- 1) to the finishing line 2) to finish the line
3) for the line to finish 4) on the finish line

15- 1) those of his competitors 2) his competitors
3) what did his competitors 4) the one in his competitors

PART C: Reading Comprehension

Directions: Read the following Three passages and answer the questions by choosing the best choice (1) ,(2), (3) or (4) and then mark the correct choice on your answer sheet.

PASSAGE 1:

Remote sensing refers to obtaining information about objects or areas using electromagnetic radiation without being in direct contact with them. In remote sensing various types of tools and devices are utilized to make electromagnetic radiation outside this range visible to the human eye.

Since the first launch of an earth observation satellite, remote sensing is increasingly used to acquire information about environmental processes such as agricultural crops, land cover, vegetation dynamics, water quality, urban growth, seabed topography, etc. Remote sensing helps us to increase our understanding of the ecological system of the earth. Remote sensing helps us to measure the size of the ozone hole in the atmosphere, to notice the differences of atmospheric ozone concentrations between the southern and northern hemisphere. Remote sensing is playing a key role in our efforts to understand the complex dynamics of ocean circulation: the Northern Atlantic Oscillation and to assess their effects on global and regional climates and extreme events. Long-term remote sensing observations of the Sahel region made us at least partly understand the complex cyclic pattern radar that were developed at that time: SLAR: side-looking airborne radar and SAR: Synthetic Aperture Radar. Either development aimed at the acquisition of images at the highest possible resolution. Crucial to the SAR development was the ability to finely resolve the Doppler frequencies using a frequency analysis algorithm on the returning radar signal by the US Air Force research centre.

16- The word "Urban" in the second paragraph means:

1) Country 2) Rural area
3) The area with higher population density 4) The area surrounding cities

17- "Cyclic patterns" can be replaced by:

1) Periodic schemes
2) Plainness diagrams
3) Motifs which are complex to understand
4) Patterns which should be studied more extensively

18- According to the passage, the critical point in designing SAR is:

1) to be used in remote sensing
2) to develop an aperture for the radar
3) to combat the effect of Doppler frequency
4) to use the Doppler frequency to design a frequency analyzer

19- According to the passage, what is the purpose of remote sensing?

1) A method restricted to use radar systems for sensing
2) Making electromagnetic radiations visible to human eyes
3) Analysis of dynamics of ozone concentration in the atmosphere using radars.
4) The use of aerial sensors to detect and classify objects or their alternations which are mostly on Earth.

20- What does the sentence "Either development aimed at the acquisition of images at the highest possible resolution" mean?

1) Radar systems are required to acquire the picture of a target.
2) The goal of both SAR and SLAR is to forfeit high resolution pictures.
3) The high resolution pictures have an important role in remote sensing.
4) The high resolution image of every developed radar system might be captured as a target.

PASSAGE 2:

Renewable energy is generally defined as energy that comes from resources which are naturally replenished on a human timescale such as sunlight, wind, rain, tides, waves and geothermal heat. Renewable energy replaces conventional fuels in four distinct areas: electricity generation, hot water/space heating, motor fuels, and rural (off-grid) energy services. Renewable energy resources exist over wide geographical areas, in contrast to other energy sources, which are concentrated in a limited number of countries. Rapid deployment of renewable energy and energy efficiency is resulting in significant energy security, climate change mitigation, and economic benefits. In international public opinion surveys, there is strong support for promoting renewable sources such as solar power and wind power. At the national level, at least 30 nations around the world already have renewable energy contributing more than 20 percent of energy supply. National renewable energy markets are projected to continue to grow strongly in the coming decade and beyond.

21- The underlined word in the passage can be replaced by:

1) studies 2) storages 3) supplies 4) standards

22- Which one of the following cases is NOT a reason for renewable energy development?

1) It can be replenished.
2) It can lead to undesirable climate change.
3) It is more reasonable financially.
4) It is distributed more evenly throughout the world compared with other types of recourses.

23- The word "conventional" in the third line of the passage can be replaced by:

1) electrical 2) modern 3) solar 4) traditional

24- What is the distinct feature and characteristic of renewable energies?

1) They are not depleted over time.
2) They should be produced synthetically.
3) They cannot be consumed very quickly.
4) They are available only in certain circumstances.

PASSAGE 3:

Vacuum-channel transistor is the result of a marriage between traditional vacuum-tube technology and modern semiconductor-fabrication techniques. This curious hybrid combines the best aspects of vacuum tubes and transistors and can be made as small and as cheap as any solidstate device. Indeed, making them small is what eliminates the well-known drawbacks of vacuum tubes.

In a vacuum tube, an electric filament is used to heat the cathode sufficiently for it to emit electrons. This is why vacuum tubes need time to warm up and consume so much power. It is also the reason they frequently burn out. However, vacuum-channel transistors do not need a filament or hot cathode. If the device is made small enough, the electric field across it is sufficient to draw electrons from the source by a process known as field emission. Eliminating the power-sapping heating element reduces the area each device takes upon a chip and makes this new kind of transistor energy efficient. Another weak point of tubes is that they must maintain a high vacuum to avoid collisions between electrons and gas molecules. Under such low pressure, the electric field causes positive ions generated from the residual gas in a tube to accelerate and bombard the cathode, creating sharp, nanometer-scale protrusions, which degrade and, ultimately, destroy it.

These long-standing problems of vacuum electronics are not insurmountable. If the distance between cathode and anode were less than the average distance an electron travels before hitting a gas molecule, a distance known as the mean free path, and the working voltage is low enough, the device can operate just fine at atmospheric pressure. That is, you do not, in fact, need to maintain any sort of vacuum at all for what is nominally a miniaturized piece of vacuum electronics.

25- What is the main idea of the above passage?

1) main problems of vacuum electronics.
2) solutions for drawbacks of vacuum tubes.
3) vacuum-tube technology and its applications.
4) combination of an extinct device with a new technology.

26- Which of the following is NOT stated in the passage as a vacuum tube problem?

1) low longevity. 2) long setup time. 3) high fabrication cost. 4) low energy efficiency

27- In a vacuum-channel transistor, electrons are drawn from the source by a process called …….

1) field emission. 2) power-sapping.
3) mean free path. 4) nanometer-scale protrusions.

28- The pronoun "it" in the second paragraph refers to ……. .

1) tube 2) cathode 3) residual gas 4) electric field

29- The word "insurmountable" in the last paragraph is closest in meaning to ……. .

1) unsolvable 2) inaccessible 3) invaluable 4) unpredictable

30- The word "drawbacks" in the first paragraph cannot be replaced by……. .

1) benefits 2) problems 3) impairments 4) adverse aspects

ریاضیات (معادلات دیفرانسیل، ریاضیات مهندسی، آمار و احتمالات)

۳۱ـ جعبه I شامل ۵ مهره سفید و ۷ مهره سیاه است. جعبه II شامل ۲ مهره سفید و ۲ مهره سیاه است. دو مهره به تصادف و بدون جایگذاری از جعبه I انتخاب و بدون مشاهده رنگ مهره‌ها در جعبه II قرار می‌دهیم. سپس دو مهره از جعبه II به تصادف و بدون جایگذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال پیشامد دو مهره سفید از جعبه II کدام است؟

۱) $\frac{۱۳}{۱۶۵}$ ۲) $\frac{۳۱}{۱۵۶}$ ۳) $\frac{۳۱}{۱۶۵}$ ۴) $\frac{۱۳}{۱۵۶}$

۳۲ـ تابع چگالی احتمال یک قطعه الکترونیکی بر حسب ساعت به صورت $f(x)=\begin{cases}\frac{C}{x^۲} & x>۱۰\\ ۰ & x\le ۱۰\end{cases}$ است. احتمال آنکه از ۶ قطعه‌ی الکترونیکی حداکثر ۲ قطعه برای حداقل ۱۵ ساعت کار کنند (با فرض مستقل بودن پیشامد خراب شدن قطعات)کدام است؟

۱) $\frac{۶۰}{۳^۶}$ ۲) $\frac{۷۳C}{۳^۶}$ ۳) $\frac{۷۳}{۳^۶}$ ۴) $\frac{۶۰C}{۳^۶}$

۳۳ـ اگر رنسکین $w(f,g)$ مربوط به توابع f و g برابر $۳e^{۴t}$ و $f(t)=e^{۲t}$ باشد، در این صورت کلیه توابع g ممکن کدام است؟

۱) $(۴t+c)e^{۲t}$ ۲) $۳t+c$ ۳) $(۲t+c)e^{۲t}$ ۴) $(۳t+c)e^{۲t}$

۳۴ـ اگر $y_۱(x)=e^x$ یک جواب معادله دیفرانسیل $xy''-(x+n)y'+ny=۰$ و $n\in\mathbb{N}$ باشد، جواب مستقل دیگر کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱) $\sum_{k=۰}^{n}\frac{۱}{k!}x^k$ ۲) $\sum_{k=۱}^{n+۱}\frac{۱}{k!}x^k$ ۳) $\sum_{k=۱}^{n}\frac{۱}{k!}x^k$ ۴) $\sum_{k=۰}^{n-۱}\frac{۱}{k!}x^k$

۳۵ـ جواب مسأله مقدار اولیه $(x+۱)^۲y''+(x+۱)y'+۴y=۰$, $y(۰)=۱$, $y'(۰)=۲$ کدام است؟

۱) $(x+۱)^۲$ ۲) $\cos^۲(\ln(x+۱)^۲)+\sin(\ln(x+۱)^۲)$
۳) $\cos(\ln(x+۱))+۲\sin(\ln(x+۱))$ ۴) $\cos(\ln(x+۱)^۲)+\sin(\ln(x+۱)^۲)$

۳۶ـ معادله دیفرانسیل $2x^2y'' - xy' + (1+x)y = 0$ ، $x > 0$ داده شده است. معادله شاخص سری فروبنیوس، و رابطه بازگشتی بین ضرایب آن، a_n, a_{n-1} کدام است؟ $(n \geq 1)$

۱) $a_n = \frac{-a_{n-1}}{n(2n-1)}, a_n = \frac{-a_{n-1}}{n(2n+1)}, 3r^2 - 4r + 1 = 0$

۲) $a_n = \frac{-a_{n-1}}{n(2n-1)}, a_n = \frac{-a_{n-1}}{(2n+1)n}, 2r^2 - 3r + 1 = 0$

۳) $a_n = \frac{-a_{n-1}}{(2n-1)(n+1)}, a_n = \frac{-a_{n-1}}{(2n+1)n}, 2r^2 - 3r + 1 = 0$

۴) $a_n = \frac{-a_{n-1}}{(2n-1)n}, a_n = \frac{-a_{n-1}}{(2n+1)(n+1)}, 2r^2 - 3r + 1 = 0$

۳۷ـ اگر $f(x) = \int_0^{+\infty} A(\omega)\cos(\omega x)d\omega$ و $g(x) = \int_0^{+\infty} \omega \frac{dA(\omega)}{d\omega}\cos(\omega x)d\omega$، در این صورت $g(x)$ کدام است؟

۱) $-f(x) - xf'(x)$ ۲) $f(x) + xf''(x)$ ۳) $f(x) - xf''(x)$ ۴) $f(x) - xf'(x)$

۳۸ـ در مسأله مقدار اولیه ـ مرزی $\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = \sin^3(\pi x) & , \quad 0 < x < 1, \ t > 0 \\ u(0,t) = 0 = u(1,t) & , \quad t > 0 \text{ شرایط مرزی} \\ u(x,0) = 0 & , \quad u_t(x,0) = 0 \text{ شرایط اولیه} \end{cases}$، جوابی مستقل از زمان از معادله دیفرانسیل که در شرایط مرزی نیز صدق کند، کدام است؟

۱) $\frac{2}{3\pi^2}\sin(\pi x) + \frac{1}{9\pi^2}\sin^2(\pi x)$ ۲) $x(1-x) + \frac{2}{3\pi^2}\sin(\pi x) + \frac{1}{9\pi^2}\sin^3(\pi x)$

۳) $\frac{2}{3\pi^2}\sin(\pi x) + \frac{1}{9\pi^2}\sin^3(\pi x)$ ۴) $\frac{2}{\pi^2}\sin(\pi x) + \frac{1}{3\pi^2}\sin^3(\pi x)$

۳۹ـ جواب معادله با مشتقات جزئی زیر، با شرایط اولیه ـ مرزی داده شده، کدام است؟

$$\begin{cases} u_{xx} = tu_t & , \quad 0 < x < \pi, \ t > 1 \\ u(0,t) = u(\pi,t) = 0 & , \quad t \geq 1 \\ u(x,1) = 1 & , \quad 0 < x < \pi \end{cases}$$

۱) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{4}{k\pi} t^{-k^2} \sin kx$ ۲) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{4}{(2k+1)\pi} t^{-(2k+1)^2} \sin(2k+1)x$

۳) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{4}{(2k+1)\pi} e^{-(2k+1)^2 t} \sin(2k+1)x$ ۴) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{4}{k\pi} e^{-k^2 t} \sin kx$

۴۰ـ می‌دانیم پاسخ معادله‌ی حرارت به صورت: $\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $0 < x < l$, $t > 0$

با شرایط مرزی $\frac{\partial u(l,t)}{\partial x} + hu(l,t) = 0$, $\frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0$ به شکل روبرو است: $u(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n e^{-k_n^2 c^2 t}\cos(k_n x)$

در این صورت k_nها در کدام معادله زیر صدق می‌کنند؟

۱) $k_n \tan k_n l = -h$ ۲) $k_n \tan k_n l = h$ ۳) $k_n \cot k_n l = h$ ۴) $k_n \cot k_n l = -h$

۴۱ـ حاصل $\oint_C \frac{z^2}{z-i}\log(\frac{z+1}{z-1})dz$ در صورتی که C دایره $|z-i| = \frac{1}{2}$ باشد که در جهت مثلثاتی پیموده شده است، برابر کدام گزینه است؟

۱) $-i\pi^2$ ۲) π^2 ۳) $i\pi^2$ ۴) $-\pi^2$

۴۲ـ مقدار انتگرال $\oint_C \frac{dz}{2-\sin z}$ بر روی دایره C به مرکز مبدأ و به شعاع $\frac{3}{2}$، کدام است؟ (C در جهت مثلثاتی پیموده شده است.)

۱) 0

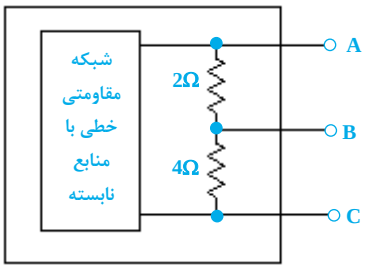
۲) $2\pi i[\frac{\pi}{2} - i\text{Ln}(2+\sqrt{3})]$

۳) $2\pi i[-\frac{\pi}{2} + i\text{Ln}(2+\sqrt{3})]$

۴) $2\pi i[\frac{\pi}{2} + i\text{Ln}(2+\sqrt{3})]$

مدارهای الکتریکی ۱ و ۲

۴۳ـ در مدار شکل زیر، اگر بین A و B را اتصال کوتاه کنیم، جریان ۲^A از A به B می‌گذرد و اگر بین B و C را اتصال کوتاه کنیم، جریان ۳^A از B به C می‌گذرد. شبکه معادل تونن دیده شده (V_{th}, R_{th}) از سرهای A و B به ترتیب از راست به چپ چند اهم و ولت است؟



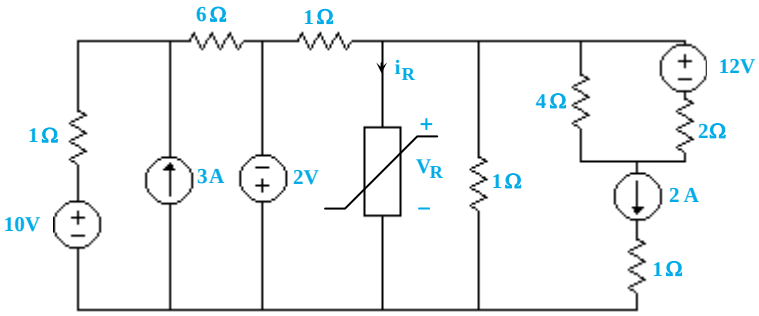
۱) ۲ ،۳

۲) ۱۲ ،۲

۳) $۳, \frac{۳}{۲}$

۴) ۴ ،۳

۴۴ـ در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت غیرخطی با مشخصه $V_R = \frac{۳}{۲} i_R^۲$ چند وات است؟



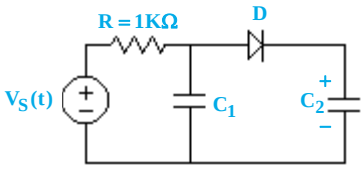
۱) $\frac{۳}{۲}$

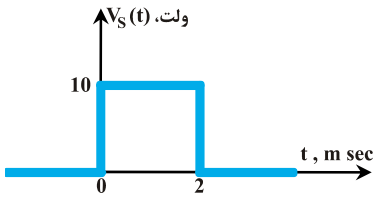
۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{۱}{۳}$

۴) ۳

۴۵ـ در مدار شکل زیر، خازن $C_۱ = ۱\mu F$ و بی‌بار است. خازن $C_۲ = ۲\mu F$ و به میزان ۲۵ میکرو ژول انرژی ذخیره شده با پلاریته داده شده دارد. با ورودی منبع ولتاژ $V_S(t)$ شکل زیر، کدام گزینه در مورد بازه زمانی هدایت دیود ایده‌آل D برحسب میلی ثانیه صحیح است؟





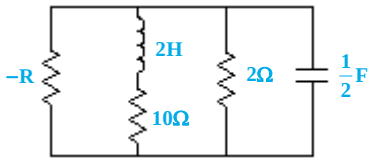
۱) $\ln\frac{۳}{۲} \le t \le ۲\ln ۲$

۲) $\ln ۲ \le t \le ۲$

۳) $\ln\frac{۳}{۲} \le t \le ۲$

۴) $\ln ۲ \le t \le ۲\ln ۲$

۴۶ـ مدار شکل زیر، به ازای چه مقدار مقاومت R (برحسب اهم) نوسان می‌کند؟



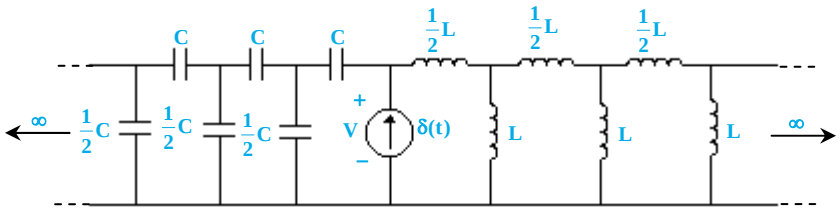
۱) ۳

۲) $\frac{۱۰}{۶}$

۳) $\frac{۱}{۳}$

۴) به ازای هیچ مقدار R نوسان نمی‌کند.

۴۷ـ مدار شکل زیر، از هر دو طرف به سمت بینهایت می‌رود. با شرایط اولیه صفر، معادله‌ی ولتاژ دو سر منبع جریان ضربه برای $t > 0$ برابر کدام است؟



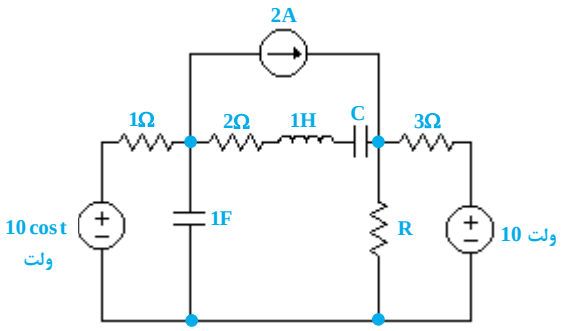
۱) $\frac{۲}{C}\sin\sqrt{\frac{۲}{LC}}t$

۲) $\frac{۱}{C}\cos\frac{t}{\sqrt{LC}}$

۳) $\frac{۱}{C}\sin\frac{t}{\sqrt{LC}}$

۴) $\frac{۲}{C}\cos\sqrt{\frac{۲}{LC}}t$

۴۸ـ در شبکه‌ی شکل زیر که در حالت دائمی قرار دارد، مقدار ظرفیت خازن C باید چند فاراد باشد تا حداکثر توان متوسط به مقاومت R برسد؟



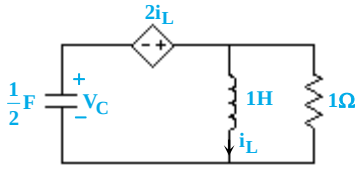
۱) ۱

۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) ۲

۴) $\frac{۱}{۲}$

۴۹ـ در مدار شکل زیر، بردار حالت $x \triangleq \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix}$ ، $x(۰) = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۲ \end{bmatrix}$ می‌باشد. معادله‌ی مسیر حالت مدار کدام است؟



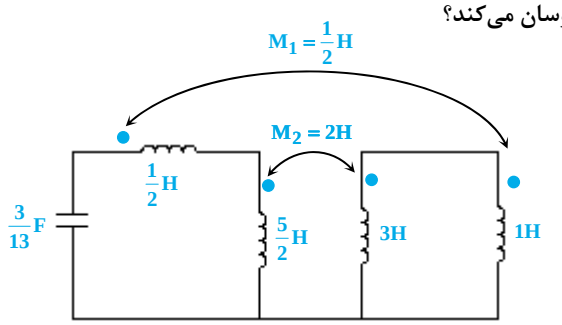
۱) $v_C^۲ + ۶i_L^۲ + ۴v_C i_L = ۴$

۲) $v_C^۲ + ۴i_L^۲ + ۴v_C i_L = ۴$

۳) $۲v_C^۲ + i_L^۲ - ۲v_C i_L = ۸$

۴) $۶v_C^۲ + i_L^۲ - ۴v_C i_L = ۴$

۵۰ـ مدار شکل زیر، به ازای شرایط اولیه غیرصفر، در چه فرکانسی (برحسب هرتز) نوسان می‌کند؟



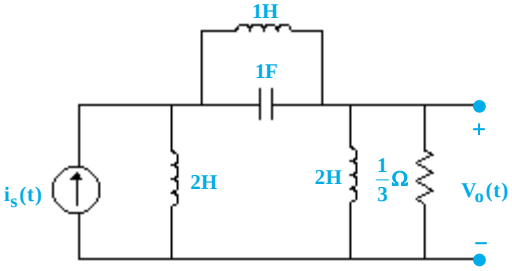
۱) $\frac{۳}{۲\pi}$

۲) $\frac{۴}{۳\pi}$

۳) $\frac{۳}{۴\pi}$

۴) $\frac{۲}{۳\pi}$

۵۱ـ در مدار شکل زیر، تابع انتقال شبکه‌ی $H(s) = \frac{V_o(S)}{I_s(S)}$ ، دارای چند قطب است و چه تعداد از آنها صفر است؟



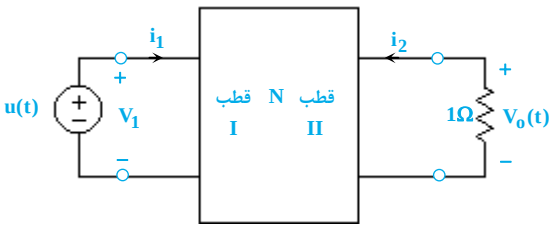
۱) ۴، یکی

۲) ۳، هیچکدام صفر نیستند.

۳) ۳، یکی

۴) ۴، هیچکدام صفر نیستند.

۵۲ـ پارامتر Y_{21} از ماتریس ادمیتانس و پارامتر A از ماتریس انتقال $T=\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ برای دو دهنه‌ی خطی و تغییرناپذیر با زمان N به صورت زیر داده شده‌اند:



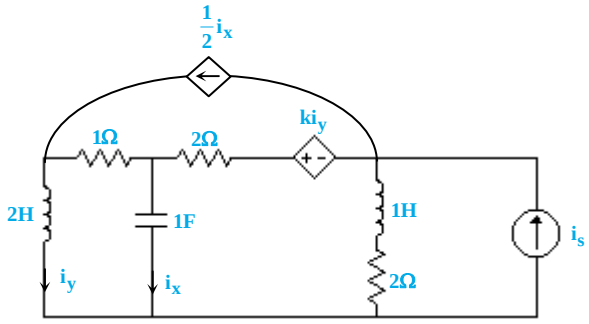
$$Y_{21}=\frac{-S}{S+2},\ A=\frac{1}{S}$$

پاسخ حالت صفر برای خروجی $V_0(t)$ در آزمایش شکل زیر، کدام است؟

۱) $(1-e^{-2t})u(t)$ ۲) $e^{-3t}u(t)$

۳) $e^{-2t}u(t)$ ۴) $(1-e^{-3t})u(t)$

۵۳ـ به ازای چه مقدار k، مدار شکل زیر، فرکانس طبیعی صفر دارد؟



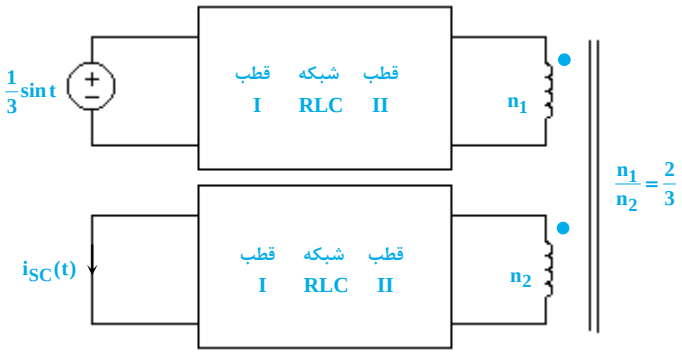
۱) ۵

۲) $\frac{1}{5}$

۳) $-\frac{1}{5}$

۴) -5

۵۴ـ در شکل زیر، ۲ شبکه RLC یکسان در قطب دوم بـه واسـطه یک ترانسفورماتور ایده‌آل به یکدیگر متصل شده‌اند. در صورتی که تـوان لحظه‌ای تحویل داده شده به سـیم‌پـیچ n_1 معـادل $p(t)=\sin 2t$ باشـد، جریان اتصال کوتاه $i_{SC}(t)$ کدام است؟



۱) $-5\cos t$

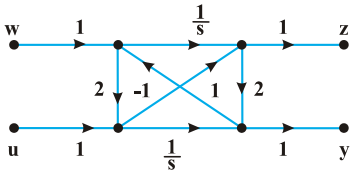
۲) $5\sin t$

۳) $13\cos t$

۴) $-13\cos t$

سیستم‌های کنترل خطی

۵۵ـ شکل زیر یک سیستم دو دهانه را نشان می‌دهد. اگر قانون کنترلی به شکل $u=-ky$ تعریف گردد، تابع تبدیل $\frac{z}{w}$ کدام است؟



۱) $\frac{s+k}{s^2+(k+4)s}$ ۲) $\frac{2s^2+s+k}{(5+2k)s^2+(4+k)s}$

۳) $\frac{2s^2+s+k}{5s^2+(4+k)s}$ ۴) $\frac{2s^2+s+k}{5s^2+ks}$

۵۶ـ بخشی از جدول راث متناظر با یک سیستم مرتبه ۷ به شکل زیر داده شده است. در مورد پایداری سیستم گزینه صحیح کدام است؟ (تمام پارامترهای جدول غیر از K مثبت هستند.)

s^7	A	B	C	D
s^6	E	F	G	H
s^5	I	J	K	۰

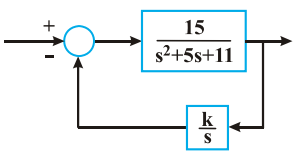
۱) پایدار

۲) بدون دانستن مقادیر عددی پارامترها نمی‌توان اظهارنظر کرد.

۳) پایدار مرزی

۴) ناپایدار

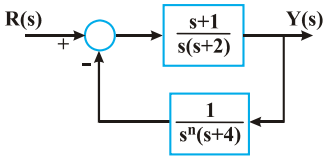
۵۷ـ سیستم کنترلی زیر را در نظر بگیرید. برای اینکه فقط دو قطب سیستم حلقه بسته در محدوده $-2<Re(s)<0$ قرار گیرنـد، کـدام بـازه k صحیح است؟



۱) $\frac{1}{5}<k<\frac{11}{3}$ ۲) $\frac{2}{3}<k<\frac{11}{3}$

۳) $\frac{7}{15}<k<\frac{11}{3}$ ۴) امکان‌پذیر نیست.

۵۸ـ در سیستم شکل زیر، برای $n \geq 0$ و ورودی پله واحد، با توجه به تعریف خطای دائم سیستم به صورت $e_{ss} = \lim_{t\to\infty}(r(t)-y(t))$، گزینه صحیح کدام است؟



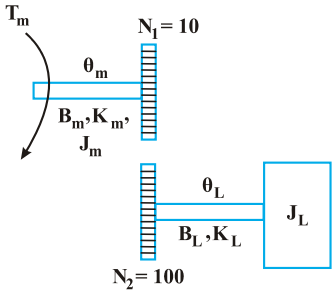
۱) برای $n > 2$ سیستم ناپایدار است.

۲) برای $n \geq 0$ خطای حالت دائم سیستم صفر است.

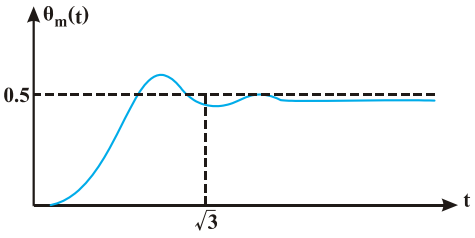
۳) برای $n = 0$ خطای حالت دائم پاسخ پله سیستم $e_{ss} = -3$ است.

۴) هر دو گزینه ۱ و ۳ صحیح است.

۵۹ـ سیستم شکل الف شفت یک موتور DC را که توسط جعبه دنده به بار مکانیکی J_L متصل شده است، نشان می‌دهد. شکل ب، پاسخ زاویه شفت موتور ($\theta_m(s)$) را به ورودی پله واحد ($T_m(s) = \frac{1}{5}$) نشان می‌دهد، در صورتی که $K_L = 100$ بوده و بدانیم زاویه قطب‌های سیستم با محور حقیقی برای ۶۰ درجه است، مقادیر ω_n (فرکانس طبیعی سیستم) و k_m به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



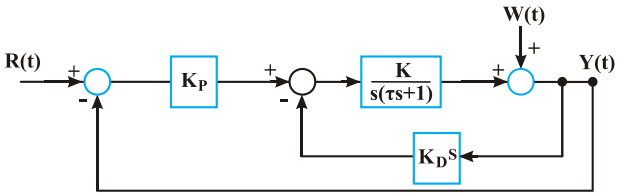
شکل الف



شکل ب

۱) $1, \frac{2\pi}{3}$ ۲) $2, \frac{4\pi}{3}$ ۳) $1, \frac{4\pi}{3}$ ۴) $2, \frac{2\pi}{3}$

۶۰ـ سیستم زیر را در نظر بگیرید. اگر سیگنال‌های $W(t)$ و $R(t)$ پله واحد باشند، خطای حالت دائم ناشی از $R(t)$ و $W(t)$ به ترتیب چگونه خواهد بود؟



۱) صفر ـ صفر

۲) غیرصفر محدود ـ نامحدود

۳) غیرصفر محدود ـ صفر

۴) صفر ـ نامحدود

۶۱ـ گزینه صحیح کدام است؟

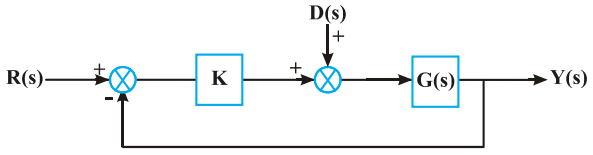
۱) همه قطب‌هایی که روی خط $\sigma = -2$ قرار می‌گیرند زمان نشست معادل ۲ ثانیه (با معیار دو درصد) دارند.

۲) اگر سیستم ناکمینه فاز باشد، حتماً پدیده پایین‌زدگی (undershoot) در پاسخ پله رخ می‌دهد.

۳) اغتشاشی که مستقیماً به خروجی سیستم وارد می‌شود راحت‌تر از اغتشاشی که به ورودی سیستم وارد می‌شود، حذف می‌شود.

۴) فرکانسی که منحنی نایکوئیست در آن محور حقیقی را قطع می‌کند، جزو مکان ریشه‌های سیستم است $(0 < k < \infty)$

۶۲ـ در سیستم زیر $G(s)$ یک سیستم مرتبه دوم پایدار با قطب‌های مختلط می‌باشد. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد این سیستم نادرست است؟



۱) اگر $G(s)$ کمینه فاز و دارای بهره‌ی DC مثبت باشد، برای همه مقادیر $k > 0$ پاسخ پله واحد به ورودی مرجع $R(s)$ محدود است.

۲) اگر $G(s)$ کمینه‌ی فاز و دارای بهره‌ی DC مثبت باشد، با افزایش k به سمت بی‌نهایت مقدار ماندگار پاسخ پله واحد به ورودی $D(s)$، به سمت صفر میل می‌کند.

۳) اگر $G(s)$ ناکمینه‌ی فاز و دارای بهره‌ی DC مثبت باشد، همواره به ازای بعضی مقادیر $k > 0$، پاسخ پله واحد به ورودی مرجع $R(s)$ نامحدود خواهد شد.

۴) اگر $G(s)$ ناکمینه‌ی فاز و دارای بهره‌ی DC منفی باشد، پاسخ پله واحد به ورودی $D(s)$ به ازای هیچ $k > 0$ میرای شدید نخواهد بود.

۶۳ـ کدام یک از سیستم‌های با معادله‌ی مشخصه زیر، می‌تواند به ازای بهره‌های مثبت بزرگ k پایدار باشد؟

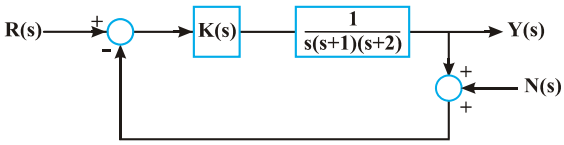
۱) $s^5+18s^4+108s^3+(278+13k)s^2+467s+280+60k=0$

۲) $s^5+18s^4+108s^3+(278+13k)s^2+(467+25k)s+280+60k=0$

۳) $s^5+18s^4+(108+k)s^3+(278+13k)s^2+(467+25k)s+280+60k=0$

۴) هر سه گزینه دارای پنج قطب است. پس حتماً به ازای بهره‌های بزرگ ناپایدار خواهد بود.

۶۴ـ سیستم حلقه بسته‌ی شکل زیر را در نظر بگیرید. کدام یک از کنترل‌کننده‌های زیر قابلیت بیشتری برای حذف نویز اندازه‌گیری N(s) دارد؟



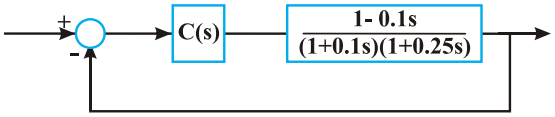
۱) تناسبی ـ انتگرالی

۲) تناسبی ـ مشتق‌گیر

۳) انتگرالی

۴) تناسبی

۶۵ـ در سیستم حلقه بسته‌ی شکل زیر، ساده‌ترین کنترل‌کننده‌ی C(s) کدام است؟ به طوری که خطای دائم برای ورودی شیب محدود باشد و سیستم حلقه بسته سریع‌ترین پاسخ پله بدون بالازدگی را داشته باشد.



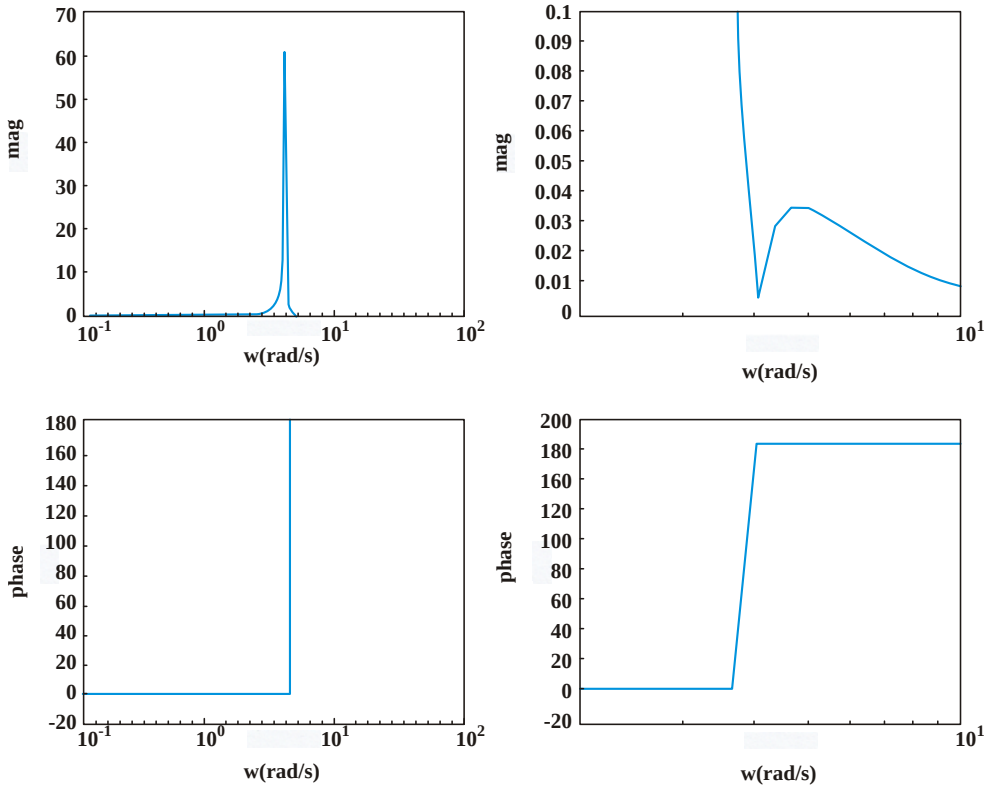
۱) PD

۲) Lead

۳) PID

۴) PI

۶۶ـ پاسخ فرکانسی تابع تبدیل G(s) که در یک سیستم فیدبک واحد به کار برده می‌شود در شکل زیر نشان داده شده است، (دقت کنید که اندازه پاسخ فرکانسی و نه لگاریتم آن ترسیم شده و همچنین پاسخ فرکانسی در بازه‌ی ۲ تا ۱۰ رادیان بر ثانیه در اشکال سمت راست بزرگنمایی شده است.) گزینه‌ی صحیح کدام است؟



۱) تابع تبدیل G(s) دارای دو صفر سمت راست است.

۲) به ازای هیچ بهره k سیستم حلقه بسته، اکیداً پایدار نمی‌شود.

۳) تابع تبدیل حلقه بسته همواره ناپایدار با ۴ قطب سمت راست است.

۴) تابع تبدیل حلقه بسته همواره پایدار است.

تجزیه و تحلیل سیستم‌ها

۶۷ـ رابطه ورودی $x(t)$ و خروجی $y(t)$ در یک سیستم توسط رابطه زیر بیان می‌شود:

$$y(t)=\begin{cases} x(t-1) & x(t-1)\le 1 \\ x(t-2) & x(t-1)>1 \end{cases}$$

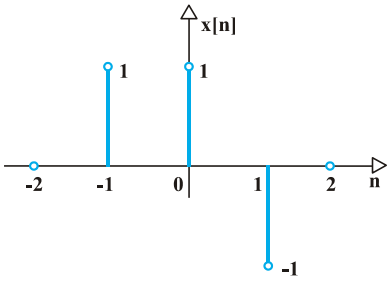
در این سیستم، کدام گزینه صحیح است؟

۱) سیستم غیرعلی و خطی است.
۲) سیستم علی و غیرخطی است.
۳) سیستم علی و خطی است.
۴) سیستم غیرعلی و غیرخطی است.

۶۸ـ برای سیستم S با رابطه ورودی ـ خروجی $y(n)=x(\lfloor \frac{n}{3} \rfloor)$ ، گزینه کامل‌تر کدام است؟ (بخش صحیح $\lfloor u \rfloor \triangleq u$)

۱) پاسخ به ورودی $\delta(n)$ مساوی $\delta(n)+\delta(n-1)+\delta(n-2)$ است.
۲) پاسخ ضربه سیستم برابر $\delta(n)+\delta(n-1)+\delta(n-2)$ است.
۳) سیستم بدون حافظه است.
۴) همه موارد

۶۹ـ مقدار کانولوشن $x[n]*x[1-2n]$ در نقطه $n=1$، کدام است؟



۱) ۱
۲) ۰
۳) -۱
۴) ۲

۷۰ـ تبدیل فوریه کدام یک از توابع (سیگنال‌های) داده شده دارای کلیه خصوصیات زیر است؟

الف) $Re\{X(j\omega)\}=0$ ، ب) $\int_{-\infty}^{\infty}\omega X(j\omega)d\omega=0$ ، ج) $\int_{-\infty}^{\infty}X(j\omega)d\omega=0$

۱) $x(t)=t^3e^{-|t|}$
۲) $x(t)=t^2e^{-|t|}$
۳) $x(t)=e^{-t^2}-1$
۴) $x(t)=te^{-|t|}$

۷۱ـ سیگنال زمانی $x(t)$ متناظر با تبدیل فوریه $X(j\omega)=\frac{d}{d\omega}\left\{\frac{\sin 2\omega-j\cos 2\omega}{1+j(\frac{\omega}{3})}\right\}$، کدام است؟

۱) $te^{-3t+2}u(t+2)$
۲) $3te^{-3(t-2)}u(t-2)$
۳) $-3te^{-3(t+2)}u(t+2)$
۴) $te^{-3t-2}u(t-2)$

۷۲ـ اگر سیگنال زمان پیوسته $x(t)$ به صورت مقابل باشد: $x(t)=\sin(\frac{2\pi}{4}\times 3t)+\sin(\frac{2\pi}{4}\times t)$ و $y(t)=x'(1-t)$

همچنین ضرایب سری فوریه $y(t)$ را b_k بنامیم، b_3 برابر است با:

۱) $\frac{\pi}{4}j$
۲) $-\frac{3\pi}{4}j$
۳) $-\frac{\pi}{4}j$
۴) $\frac{3\pi}{4}j$

۷۳ـ ضرایب سری فوریه‌ی سیگنال متناوب $x[n]$ با دوره‌ی تناوب ۶ را با α_k نشان می‌دهیم. از روی سیگنال $x[n]$ سیگنال $s(t)$ را به صورت $s(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}x[k]\delta(t-2k)$ می‌سازیم. ضرایب سری فوریه‌ی $s(t)$، کدام است؟

۱) $6\alpha_k$
۲) $\frac{1}{6}\alpha_k$
۳) $\frac{1}{2}\alpha_k$
۴) $2\alpha_k$

۷۴ـ پاسخ سیستم LTI علّی با تابع تبدیل $H(s)=\frac{s}{s+3}$ به ورودی $x(t)=e^{-2t}+u(t)$، کدام است؟

۱) $-2(e^{-2t}+e^{-3t})u(t)$
۲) $e^{-2t}u(t)+e^{-3t}$
۳) $-2e^{-2t}+e^{-3t}u(t)$
۴) $(e^{-2t}+2e^{-3t})u(t)$

۷۵ـ یک سیستم زمان پیوسته پایدار به شکل $H(s)=\frac{۱}{s+۱}$ در اختیار می‌باشد. در صورتی که ورودی این سیستم به صورت $x(t)=\cos(۲t+۱)$ باشد، در این صورت خروجی سیستم کدام است؟

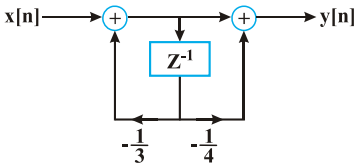
۱) $y(t)=\frac{۱}{۵}\cos(t+۱)-\frac{۲}{۵}\sin(t+۱)$

۲) $y(t)=\frac{۱}{۵}\cos(۲t+۱)$

۳) $y(t)=-\frac{۲}{۵}\sin(۲t+۱)$

۴) $y(t)=\frac{۱}{۵}\cos(۲t+۱)+\frac{۲}{۵}\sin(۲t+۱)$

۷۶ـ در سیستم علّی داده شده به ازای $x[n]=(\frac{۲}{۳})^n$، $y[n]$ کدام است؟



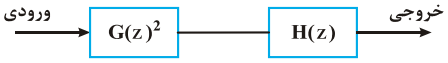
۱) $y[n]=\frac{۱۲}{۵}(\frac{۲}{۳})^n u(n)$

۲) $y[n]=\frac{۵}{۱۲}(\frac{۲}{۳})^n$

۳) $y[n]=\frac{۱۲}{۵}(\frac{۲}{۳})^n$

۴) $y[n]=\frac{۵}{۱۲}(\frac{۲}{۳})^n u(n)$

۷۷ـ اگر $G(z)$ و $H(z)$ به ترتیب تبدیل z یک فیلتر پایین گذر ایده‌آل با فرکانس قطع $\frac{\pi}{۲}$ و یک فیلتر بالاگذر ایده‌آل با فرکانس قطع $\frac{\pi}{۲}$ باشد، پاسخ فرکانسی سیستمی که در شکل زیر نشان داده شده، کدام است؟



۱) فیلتر بالاگذر که بین $\frac{\pi}{۲}$ و $\frac{۳\pi}{۲}$ را عبور می‌دهد.

۲) فیلتر میان‌گذر که بین $\frac{\pi}{۲}$ و $\frac{۳\pi}{۴}$ را عبور می‌دهد.

۳) فیلتر پایین‌گذر با فرکانس قطع $\frac{\pi}{۴}$

۴) فیلتر بالاگذر که بین $\frac{۳\pi}{۴}$ و $\frac{۵\pi}{۴}$ را عبور می‌دهد.

۷۸ـ $x[n]$ یک سیگنال علّی با تبدیل z، $X(z)=\frac{۱}{(۱+\frac{۱}{۲}z^{-۳})^۲}$ می‌باشد. $x[n]$، کدام است؟

۱) $x[n]=\begin{cases}(\frac{n}{۳}-۱)(-\frac{۱}{۲})^{\frac{n}{۳}}u[\frac{n}{۳}-۱] & \\ ۰ & \end{cases}$

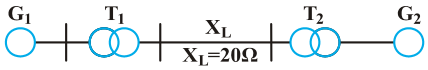
۲) $x[n]=\begin{cases}(\frac{n}{۳}-۱)(-\frac{۱}{۲})^{\frac{n}{۳}-۱}u[\frac{n}{۳}-۱] & \\ ۰ & \end{cases}$

۳) $x[n]=\begin{cases}(\frac{n}{۳}+۱)(-\frac{۱}{۲})^{\frac{n}{۳}}u[\frac{n}{۳}+۱] & \\ ۰ & \end{cases}$

۴) $x[n]=\begin{cases}(\frac{n}{۳}+۱)(-\frac{۱}{۲})^{\frac{n}{۳}+۱}u[\frac{n}{۳}+۱] & \\ ۰ & \end{cases}$

بررسی سیستم‌های قدرت (۱)

۷۹ـ در شکل زیر مقدار امپدانس ژنراتور $G_۲$ و خط انتقال X_L در مبنای مقادیر پایه ژنراتور $G_۱$ به ترتیب چند پریونیت است؟



$G_۱$: ۱۰۰MVA، ۲۰kV، ۰/۱

$T_۱$: ۸۰MVA، ۲۰/۴۰۰kV، ۰/۰۵

$G_۲$: ۶۰MVA، ۱۸kV، ۰/۱

$T_۲$: ۵۰MVA، ۲۰/۴۰۰kV، ۰/۰۸

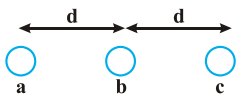
۱) ۱/۳۵ و ۰/۱۲۵

۲) ۰/۱۳۵ و ۰/۰۱۲۵

۳) ۰/۱۲۵ و ۰/۱۳۵

۴) ۱/۲۵ و ۱/۳۵

۸۰ـ در خط سه فاز زیر اگر $r=e^{\frac{۱}{۴}}$ متر باشد و اندوکتانس خودی ناشی از فاز a، $\frac{۱}{۴}$ اندوکتانس متقابل فازهای a و c باشد، d چند متر است؟



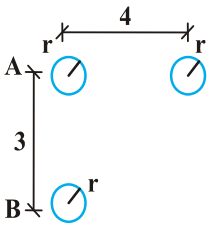
۱) ۰/۵

۲) $۸\times e^{\frac{۱}{۴}}$

۳) $۳۲\times e^{\frac{۱}{۴}}$

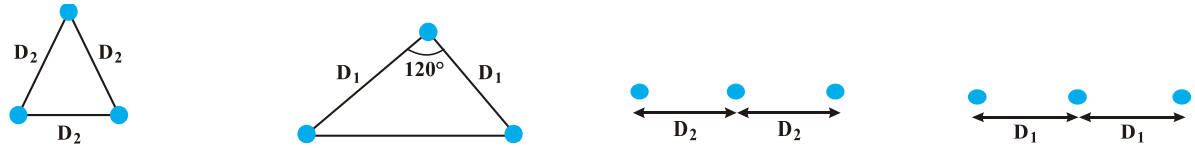
۴) $۱۶\times e^{\frac{۱}{۴}}$

۸۱ـ در خط تک فاز شکل زیر، ظرفیت خازنی واحد طول (C_{AB}) بین مجموعه‌ی هادی‌های رفت A و هادی برگشت B چقدر است؟
شعاع هادی‌ها: $r = ۱$



۱) $\frac{\pi\varepsilon_{\circ}}{\ln\sqrt{\frac{۱۵}{۲}}}$
۲) $\frac{۲\pi\varepsilon_{\circ}}{\ln\frac{\sqrt{۱۵}}{۲}}$
۳) $\frac{۲\pi\varepsilon_{\circ}}{\ln\sqrt{۱۵}}$
۴) $\frac{۲\pi\varepsilon_{\circ}}{\ln\frac{۱۵}{۲}}$

۸۲ـ یک خط انتقال به طول ۱۰۰ کیلومتر، همواره بار زیادی را عبور می‌دهد. در صورتی که سطح مقطع هادی‌های مورد استفاده در طرح‌های زیر یکسان باشد، کدام طرح بهترین پیشنهاد است؟ $(D_۲ = ۱/۵D_۱)$

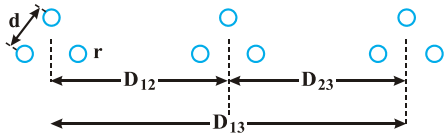


(۴) (۳) (۲) (۱)

۸۳ـ در یک خط انتقال بلند به طول ℓ، اگر داشته باشیم:
z_{sc} = امپدانس دیده شده از ابتدای خط، وقتی انتهای خط، اتصال کوتاه باشد. z_{oc} = امپدانس دیده شده از ابتدای خط، وقتی انتهای خط، مدار باز باشد.
در این صورت، ثابت انتشار خط بر حسب ℓ و z_{sc} و z_{oc} کدام است؟

۱) $\gamma = \frac{۱}{\ell}\ln\left[\frac{\sqrt{z_{sc}}-\sqrt{z_{oc}}}{\sqrt{z_{oc}}+\sqrt{z_{sc}}}\right]$
۲) $\gamma = \frac{۱}{\ell}\tanh^{-۱}\left[\sqrt{\frac{z_{sc}}{z_{oc}}}\right]$
۳) $\gamma = \sqrt{z_{sc}\times z_{oc}}$
۴) $\gamma = \ln\sqrt{z_{sc}\times z_{oc}}$

۸۴ـ خط سه فاز شکل زیر با جابجایی کامل فازها را در نظر بگیرید. مشخصات «هر هادی» از این قرار است: توپر، شعاع r متر و مقاومت R اهم بر متر. اگر این خط به صورت یک خط کوتاه با طول a کیلومتر مدل‌سازی شود، ثابت B در ماتریس انتقال $T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ کدام است؟ فاصله‌ی هادی‌ها در باندل را d متر و فرکانس را ۵۰ هرتز در نظر بگیرید.



۱) $\frac{۱}{۳}Ra\times۱۰^{۳} + j۲\pi\times۱۰^{-۷}.a.\ln\frac{\sqrt[۳]{D_{۱۲}.D_{۲۳}.D_{۱۳}}}{\sqrt[۳]{\frac{-۱}{e^{۴}rd^{۲}}}}$
۲) $Ra\times۱۰^{۳} + j۲\times۱۰^{-۷}.a.\ln\frac{\sqrt[۳]{D_{۱۲}.D_{۲۳}.D_{۱۳}}}{\sqrt[۳]{\frac{-۱}{e^{۴}.rd^{۲}}}}$
۳) $\frac{۱}{۳}Ra\times۱۰^{۳} + j۲\pi\times۱۰^{-۲}.a.\ln\frac{\sqrt[۳]{D_{۱۲}.D_{۲۳}.D_{۱۳}}}{\sqrt[۳]{\frac{-۱}{e^{۴}.rd^{۲}}}}$
۴) $Ra\times۱۰^{۳} + j۲\times۱۰^{-۲}.a.\ln\frac{\sqrt[۳]{D_{۱۲}.D_{۲۳}.D_{۱۳}}}{\sqrt[۳]{\frac{-۱}{e^{۴}.rd^{۲}}}}$

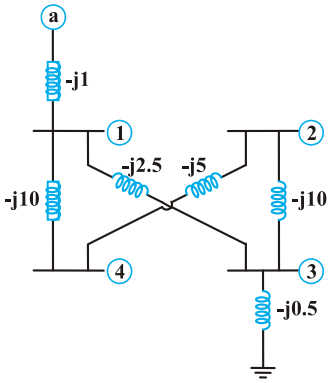
۸۵ـ یک خط انتقال با ضرایب عمومی ABCD را در نظر بگیرید، در ابتدای این خط انتقال یک خازن سری قرار داده می‌شود. سپس این خازن در انتهای خط انتقال قرار داده می‌شود. تحت این دو آزمایش، کدام یک از ضرایب عمومی کل خط انتقال تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد؟

۱) A ۲) B ۳) D ۴) C

۸۶ـ یک خط انتقال تک فاز با امپدانس $Z = R + jX^{\Omega}$ در هر فاز، دارای ولتاژهای ابتدا و انتها به ترتیب برابر با V_S و V_R است. کدام گزینه برای بیشینه توان انتقالی صحیح است؟ $(Z = \sqrt{R^{۲}+X^{۲}})$

۱) $\frac{V_R^{۲}}{Z}\left[\frac{V_S}{V_R}R - Z\right]$
۲) $\frac{V_R^{۲}}{Z}\left[\frac{ZV_S}{V_R} - R\right]$
۳) $\frac{V_R^{۲}}{Z^{۲}}\left[\frac{ZV_S}{V_R} - R\right]$
۴) $\frac{V_R^{۲}}{Z^{۲}}\left[\frac{V_S}{V_R}R - Z\right]$

۸۷ـ در شبکه قدرت شکل زیر، اگر $\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = Y_{bus} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$ باشد، Y_{bus} کدام است؟ (مقادیر روی خطوط بر حسب ادمیتانس نوشته شده‌اند.)



۱) $j\begin{bmatrix} -15 & 5 \\ 5 & -15 \end{bmatrix}$

۲) $j\begin{bmatrix} -13/5 & 2/5 \\ 2/5 & -13 \end{bmatrix}$

۳) $j\begin{bmatrix} 0 & 10 \\ 10 & 0 \end{bmatrix}$

۴) $j\begin{bmatrix} -6 & 5 \\ 5 & -5/5 \end{bmatrix}$

۸۸ـ مطالعات پخش بار در حالت‌های کم‌باری و پرباری، به ترتیب به چه منظورهایی انجام می‌گیرد؟

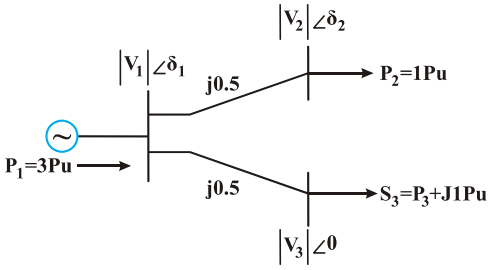
۱) نیاز خازن‌گذاری و تشخیص نقاط افت ولتاژ

۲) تشخیص اضافه ولتاژ باس‌ها و نیاز به خازن‌گذاری

۳) نیاز به راکتور جبران موازی و تشخیص نقاط اضافه ولتاژ

۴) تشخیص اضافه ولتاژ و نیاز به راکتور جبران موازی

۸۹ـ در سیستم قدرت شکل زیر می‌خواهیم درصد تنظیم ولتاژ باس ۳ برابر ۵۰% باشد، مقدار توان راکتیو مورد نیاز تزریقی این باس چقدر است؟ ولتاژ باس ۳ در بار کامل **۱pu** فرض شود.



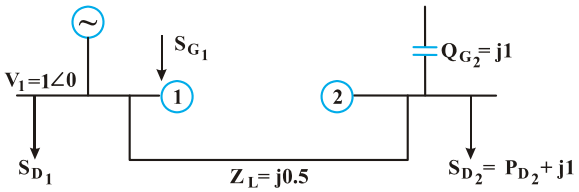
۱) صفر

۲) $\frac{1}{3}$

۳) ۳

۴) $3-\sqrt{5}$

۹۰ـ در شبکه شکل زیر مقدار ولتاژ باس ۲ کدام است؟



۱) $\frac{-P_{D_2}}{(2\sin\delta_2)}$

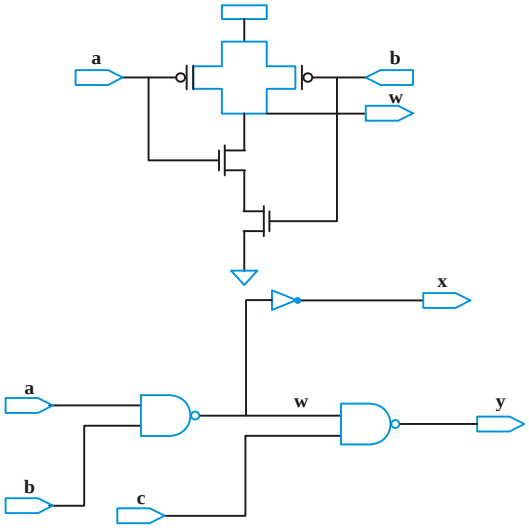
۲) $\frac{-P_{D_2}}{(2\tan\delta_2)}$

۳) $\frac{-2P_{D_2}}{(\tan\delta_2)}$

۴) $\frac{-2P_{D_2}}{(\sin\delta_2)}$

مدار منطقی و ریزپردازنده‌ها

۹۱ـ به فرض اینکه خازن گیت هر ترانزیستور c_g و on-resistance برای ترانزیستورهای NMOS و PMOS به ترتیب R_n و R_p باشد، برای محاسبه t_{plh} و t_{phl} در نقطه w، چه ثابت زمان‌هایی استفاده می‌شود؟ (راهنمایی: ساختار CMOS برای گیت nand در شکل نشان داده شده است.)



۱) $t_{plh} = R_n * 4c_g \quad , \quad t_{phl} = 2R_n * 4c_g$

۲) $t_{plh} = R_p * 2c_g \quad , \quad t_{phl} = 2R_n * 2c_g$

۳) $t_{plh} = R_p * 4c_g \quad , \quad t_{phl} = 2R_n * 4c_g$

۴) $t_{plh} = R_p * 4R_n \quad , \quad t_{phl} = 2R_n * 4R_p$

۹۲ـ ساده‌سازی مشترک برای دو تابع روبرو چه می‌باشد؟

$F_1(wxyz) = \sum m\ (3, 11, 12, 14)$

$F_2(wxyz) = \sum m\ (3, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14)$

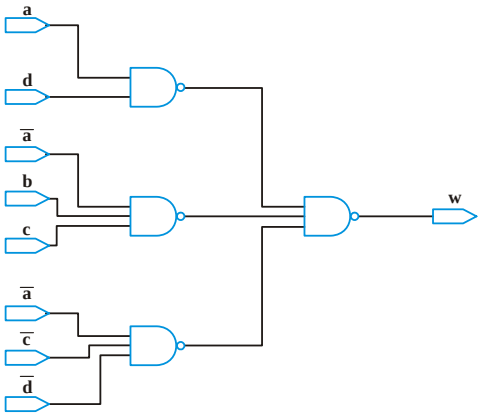
۱) $F_1 = w.x.y.z' + w.x.y.z' + y.z.x' \ , F_2 = w'.x.y + w.x'$

۲) $F_1 = w.x.z' + y.z.x' \ , F_2 = w.x' + w.z'$

۳) $F_1 = w.x.z' + y.z.x' \ , F_2 = w.x' + w.z' + w'.x.y + x'.y.z$

۴) $F_1 = w.x.z' + y.z.x' \ , F_2 = w.x' + w'.x.y + w.x.z' + y.z.x'$

۹۳ـ در مدار زیر تنها Static potential hazard که قطعاً باعث ایجاد glitch می‌شود، کدام است؟ تأخیر nandهای دو ورودی، ۳ نانوثانیه و برای nandهای سه ورودی، ۵ نانوثانیه است. فرض بر آن است که گیت‌های این مدار ایده‌آل هستند و ورودی‌ها تأخیری ندارند.



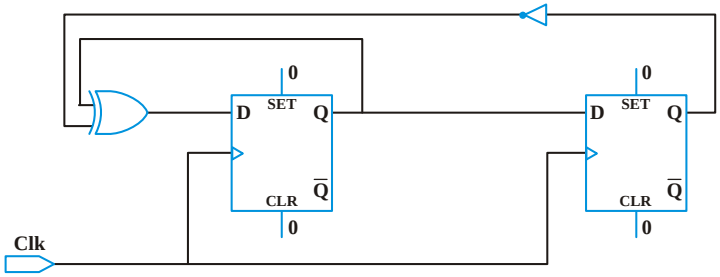
۱) تغییر ۰۱۱۱ به ۱۱۱۱ یا برعکس

۲) تغییر ۰۱۰۱ به ۰۱۱۰ یا برعکس

۳) تغییر ۱۰۱۱ به ۱۱۱۰ یا برعکس

۴) تغییر ۱۱۱۱ به ۱۰۱۱ یا برعکس

۹۴ـ در مدار زیر، ترتیب شمارش در خروجی‌های دو فلیپ فلاپ از چپ به راست کدام است؟



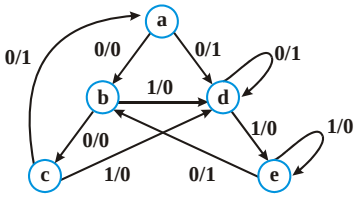
۱) ۰۰ → ۱۰ → ۱۱ → ۰۰

۲) ۰۰ → ۱۰ → ۰۱ → ۰۰

۳) ۰۰ → ۱۱ → ۰۱ → ۰۰

۴) ۰۰ → ۰۰ → ۰۰ → ۱۰

۹۵ـ کدام جمله در رابطه با State Diagram زیر صحیح است؟



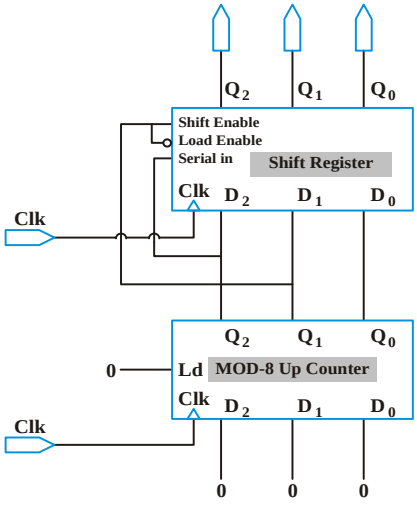
۱) یک Mealy ماشین است که رشته‌های ۱۱۰ و ۰۰۰ و overlap آنها را تشخیص می‌دهد.

۲) یک Mealy ماشین است که رشته‌های ۰۰۱ و ۱۰۰ و overlap آنها را تشخیص می‌دهد.

۳) یک Moore ماشین است که رشته‌های ۱۱۰ و ۰۱۰ و overlap آنها را تشخیص می‌دهد.

۴) یک Mealy ماشین است که رشته‌های ۱۱۰ و ۰۱۰ و overlap آنها را تشخیص می‌دهد.

۹۶ـ مدار زیر از حالت ۰۰۰ در کانتر و شیفتر آغاز به کار می‌کند. در هشت کلاک، خروجی شیفت رجیستر چه می‌شود؟



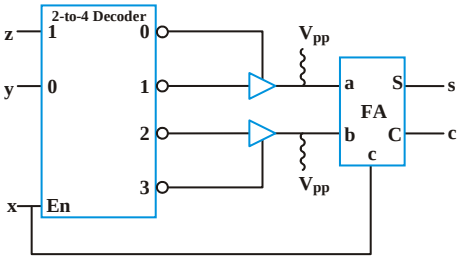
۱) ۰۰۰ → ۰۰۰ → ۰۰۱ → ۰۰۰ → ۰۰۰ → ۰۰۰ → ۱۱۱ → ۱۰۰ → ۱۱۱

۲) ۰۰۰ → ۰۰۱ → ۰۱۰ → ۰۱۱ → ۱۰۰ → ۱۰۱ → ۱۱۰ → ۱۱۱ → ۰۰۰

۳) ۰۰۰ → ۰۰۰ → ۰۰۱ → ۰۰۰ → ۱۱۱ → ۱۰۱ → ۱۰۱ → ۱۰۰ → ۱۱۱

۴) ۰۰۰ → ۰۰۰ → ۰۰۱ → ۰۰۰ → ۰۰۰ → ۱۰۰ → ۱۰۱ → ۱۱۰ → ۱۱۱

۹۷ـ مجموع تعداد ماکسترم‌های بر خروجی‌های s و c کدام است؟



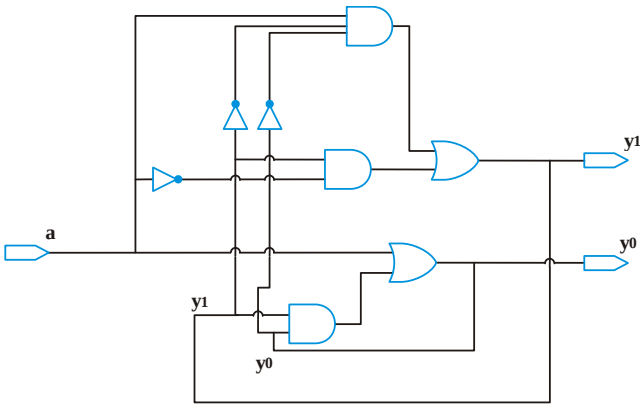
۱) ۶

۲) ۵

۳) ۷

۴) ۸

۹۸ـ در مدار زیر در رابطه با Raceها و Critical بودن آنها چه می‌توان گفت؟



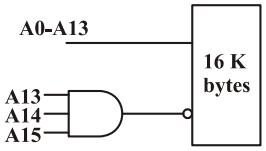
۱) مدار تنها یک Race دارد که Non-critical است.

۲) مدار دو Race دارد که هر دو critical هستند.

۳) مدار دو Race دارد که هر دو Non-critical هستند.

۴) مدار یک Critical Race و یک Non-critical Race دارد.

۹۹ـ در شکل زیر برای دسترسی به محل شماره ۲A۰۰ حافظه، کدام آدرس مورد استفاده قرار می‌گیرد؟ (راهنمایی: به خط‌های آدرس به روی بـاس آدرس و ورودی CS دقت کنید.)



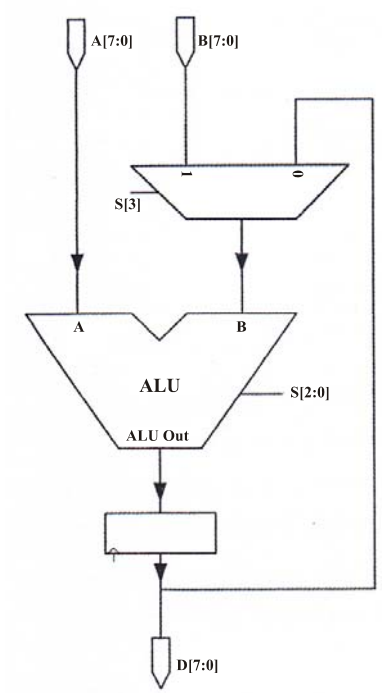
۱) ۲B۰۰

۲) ۲A۰۰

۳) ۴A۰۰

۴) ۸A۰۰

۱۰۰ـ در سه کلاک پشت‌سرهم مقدار $s\{۳:۰\}$ به ترتیب با (از چپ به راست) ۱۰۱۰، ۱۰۱۱، ۰۰۱۰ خواهد بود. پس از این در خروجی این datapath که در پایین شکل نشان داده شده است، چه مقداری قرار خواهد گرفت؟



S[2:0]	SLU out
000	A
001	B
010	Add(A,B)
011	B >> 1
100	B << 1
101	A >> 1
110	A << 1
111	AND(A,B)

۱) $۱/۵A + B$

۲) $۱/۵A + ۰/۵B$

۳) $۱/۱A + B$

۴) $A + ۰/۵B$

۱۰۱ـ در یک CPU که سخت‌افزارش از stack استفاده نمی‌کند، به هنگام اجرای یک زیربرنامه (subroutine)، ابتدا آدرس برگشت در اولین مکان سابروتین (α) ذخیره شده و سپس زیربرنامه از آدرس ($\alpha+1$) اجرا می‌شود. در انتها، هنگام Return هم از پرش غیرمستقیم (Indirect Jump) به آدرس α (که محتوی آدرس برگشت به برنامه اصلی است) استفاده می‌شود.

چنین سخت‌افزاری از لحاظ nesting و parameter passing:

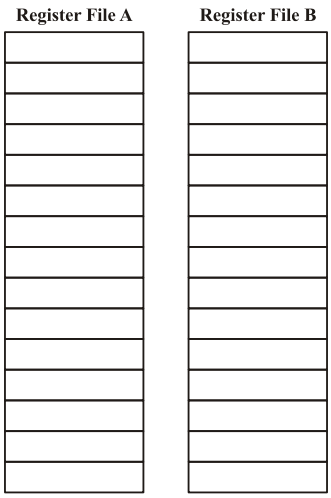
۱) nesting در حد دو level می‌تواند انجام شود ولی پارامترها در هیچ سطحی قابل دسترسی نخواهند بود.

۲) کاملاً مانند ماشین‌های دارای stack است و همه امکانات دسترسی به پارامترها را هم دارد.

۳) nesting در حد دو level می‌تواند انجام شود و همه پارامترهای level اول هم در دسترس خواهند بود.

۴) nesting فقط در حد یک level می‌تواند انجام شود و پارامترها هم به راحتی در دسترس سابروتین قرار نمی‌گیرند.

۱۰۲ـ با انجام یک دستور که در یک یا دو کلاک پس از عمل fetch انجام می‌شود، عمل تعویض RF_A با RF_B صورت می‌پذیرد. چگونگی انجام کار به کدام صورت است؟



۱) rotate کردن دیتای ۳۲ بیت به طرف پایین

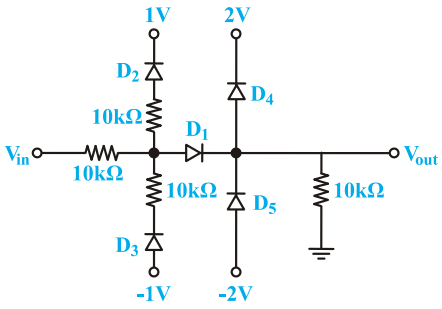
۲) با toggle کردن یک فلیپ فلاپ در address space

۳) با toggle کردن یک فلیپ فلاپ در data space

۴) با استفاده از کلاک دیگری که سرعت آن ۱۶ برابر کلاک اصلی است.

الکترونیک (۱ و ۲)

۱۰۳ـ در مدار شکل زیر، همه دیودها ایده‌آل هستند. به ازای ورودی V_{in} برابر با ۲ ولت، ولتاژ خروجی V_{out} چند ولت است؟



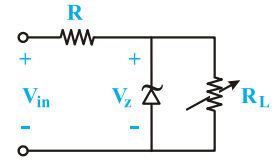
۱) صفر

۲) $\frac{۴}{۳}$

۳) ۱

۴) ۲

۱۰۴ـ در مدار یکسوکننده زیر مقدار مقاومت R چند کیلو اهم بایستی باشد تا عمل یکسوسازی برای حداکثر محدوده بار R_L صورت گیرد؟ همچنین حداقل مقدار R_L برای عملکرد صحیح مدار چند کیلو اهم است؟



$V_z = 5V, V_{in,max} = 18V, V_{in,min} = 15V$

$I_{z,max} = 5mA, R_{L,max} = 25k\Omega$

$P_{z,min} = 1mW$

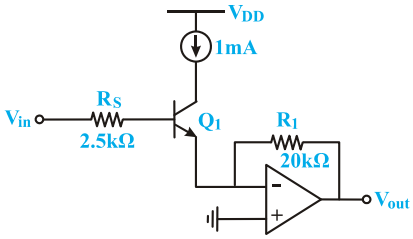
۱) $R_L \geq ۰ , R = \frac{۲۵}{۱۳}$

۲) $R_L \geq ۱ , R = ۲/۵$

۳) $R_L \geq ۱ , R = \frac{۲۵}{۱۳}$

۴) $R_L \geq \frac{۲۵}{۱۹} , R = ۲/۵$

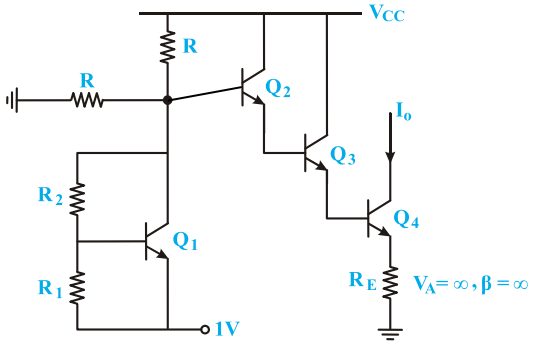
۱۰۵ـ در مدار شکل زیر تقویت‌کننده عملیاتی و منبع جریان ایده‌آل هستند. مقدار بهره ولتاژ $A_v = \frac{V_{out}}{V_{in}}$ آن تقریباً برابر کدام است؟



$Q_1 : V_T = 25mV, \beta = 100$

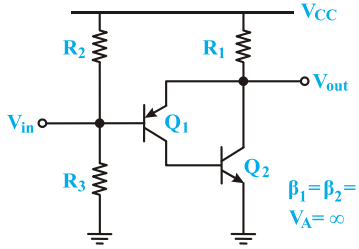
۱) -۴
۲) -۲۰۰
۳) -۸
۴) -۴۰۰

۱۰۶ـ در مدار شکل زیر نسبت $\frac{R_۲}{R_۱}$ چقدر بایستی باشد تا جریان I_o نسبت به تغییرات V_{BE} غیرحساس باشد؟ همه ترانزیستورها یکسان هستند.



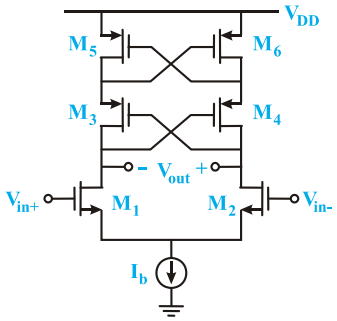
۱) ۴
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۱

۱۰۷ـ مقدار بهره ولتاژ $A_v = \frac{V_{out}}{V_{in}}$ مدار زیر، به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟



۱) $\frac{R_۱}{r_{e۱}}$
۲) $\frac{R_۱}{R_۱ + r_{e۱}}$
۳) $\frac{R_۱}{r_{e۲}}$
۴) $\frac{R_۱}{R_۱ + r_{e۲}}$

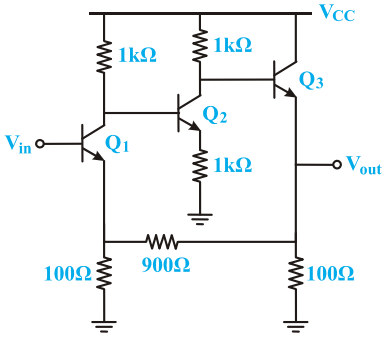
۱۰۸ـ در مدار تقویت‌کننده تفاضلی شکل زیر همه ترانزیستورهای متناظر با هم یکسان بوده و در ناحیه اشباع بایاس شده‌اند. در محاسبات خود از اثر مدولاسیون طول کانال و بدنه ترانزیستورها صرف‌نظر کنید. مقدار بهره ولتاژ تفاضلی $A_d = \frac{V_{out}}{V_{in^+} - V_{in^-}}$ آن برابر کدام است؟



$V_A = \infty$
$g_{m1,2} = 20mA/V$
$g_{m3,4} = 10mA/V$
$g_{m5,6} = 2mA/V$

۱) ۱۲
۲) ۸
۳) ۱۰
۴) ۶

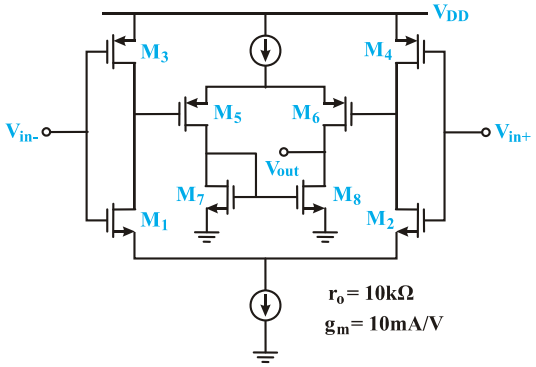
۱۰۹ـ در مدار شکل زیر همه ترانزیستورها در ناحیه فعال بایاس شده‌اند. مقدار بهره ولتاژ $A_v = \frac{V_{out}}{V_{in}}$ آن به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟



$V_A = \infty$
$g_m = 10\ mA/V$
$\beta = 100$

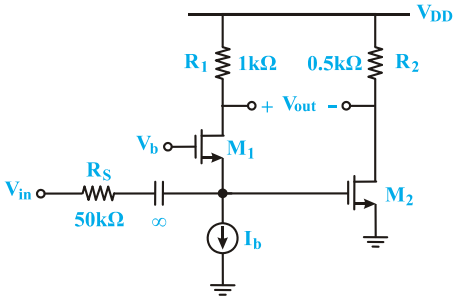
۱) ۲
۲) ۱۰
۳) ۵/۵
۴) ۷/۵

۱۱۰ـ در مدار تقویت‌کننده تفاضلی شکل زیر همه ترانزیستورها با هم یکسان بوده و در ناحیه اشباع بایاس شده‌اند. مقدار بهره ولتاژ تفاضلی $A_d = \frac{V_{out}}{V_{in+} - V_{in-}}$ آن تقریباً برابر کدام است؟



۱) ۱۰۰۰
۲) ۱۰۰۰۰
۳) ۵۰۰۰
۴) ۲۰۰۰۰

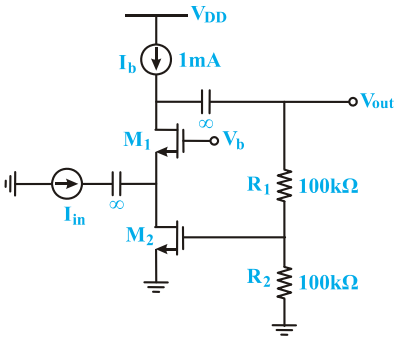
۱۱۱ـ در مدار تقویت کننده شکل زیر همه ترانزیستورها در ناحیه اشباع بایاس شده‌اند و منبع جریان I_b ایده‌آل است. در محاسبات خود از اثر مدولاسیون طول کانال و بدنه ترانزیستورها صرف نظر کنید. مقدار بهره ولتاژ $A_v = \frac{V_{out}}{V_{in}}$ آن برابر کدام است؟



$V_A = \infty$
$g_{m1} = 20mA/V$
$g_{m2} = 40mA/V$

۱) ۲۰
۲) ۴۰
۳) ۱۰
۴) ۳۰

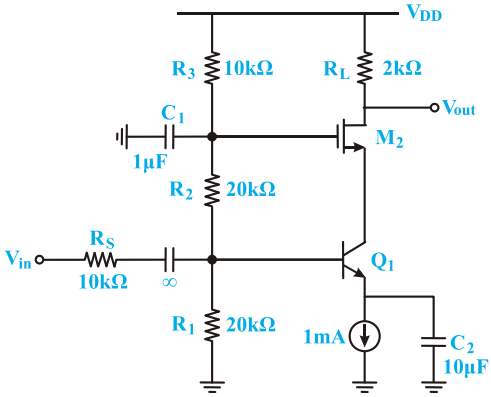
۱۱۲ـ در مدار شکل زیر همه ترانزیستورها در ناحیه اشباع بایاس شده‌اند و منبع جریان I_b ایده‌آل است. مقدار بهره $A_m = \frac{V_{out}}{V_{in}}$ آن تقریباً چند اهم است؟



$V_{GS} - V_{TH} = 0.2V$
$V_A = \infty$

۱) ۴۰۰
۲) ۲۰۰
۳) ۳۰۰
۴) ۱۰۰

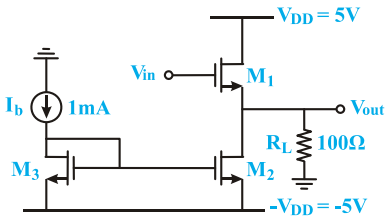
۱۱۳ـ در مدار تقویت‌کننده شکل زیر همه ترانزیستورها در ناحیه فعال بایاس شده‌اند و منبع جریان ایده‌آل است. مقدار فرکانس قطع $-3dB$ پایین آن تقریباً چند کیلورادیان بر ثانیه است؟



$M_2 : V_A = \infty, g_m = 10mA/V$
$Q_1 : V_A = \infty, V_T = 25mV, \beta = 100$

۱) $\frac{۳}{۴}$
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) $\frac{۴}{۳}$
۴) ۴

۱۱۴ـ در مدار تقویت‌کننده توان شکل زیر حداکثر مقدار ولتاژ ورودی V_{in} برابر با ۵ ولت است. حداکثر مقدار دامنه سوئینگ متقارن ولتاژ خروجی V_{out} آن چند ولت است؟

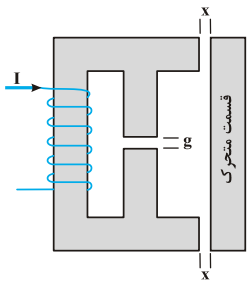


$\mu_n C_{ox}(W/L)_1 = 25mA/V^2$
$(W/L)_2 = 30(W/L)_3$
$(V_{GS} - V_{TH})_{2,3} = 1V$
$V_{TH} = 1V$
$V_A = \infty$

۱) ۳
۲) ۱
۳) ۴
۴) ۲

ماشین‌های الکتریکی (۱ و ۲)

۱۱۵ـ معادله نیروی وارد بر قسمت متحرک در مبدل الکترومکانیکی شکل زیر کدام است؟ سطح مقطع هسته در تمام قسمت‌ها A است و از افت آمپر ـ دور در هسته و نیز از نشت و پراکندگی فلو چشم‌پوشی می‌شود. تعداد دور سیم‌پیچی N و شدت جریان گذرنده از آن I آمپر است. طول فواصل هوایی در شکل مشخص شده است.



۱) $-\frac{\mu_0 AN^2 g}{2}.\frac{I^2}{x^2}$
۲) $-\frac{\mu_0 AN^2 g}{4}.\frac{I^2}{x^2}$
۳) $-\frac{\mu_0 AN^2}{2}.\frac{I^2}{x^2}$
۴) $-\frac{\mu_0 AN^2}{4}.\frac{I^2}{x^2}$

۱۱۶ـ در یک سیستم الکترومکانیکی دو تحریکه که سیم‌پیچی‌ها سری‌اند، داریم: $L_{12} = (1-3\theta)$ و $L_{11} = L_{22} = \frac{3}{1-\theta}$ (θ بر حسب رادیان و L بر حسب هانری). اگر جریان گذرنده از سیم‌پیچی‌ها برابر یک آمپر و ثابت باشد، مقدار انرژی مبادله شده با بخش مکانیکی (سر مکانیکی) به ازای حرکت از $\theta = 0/5$ به $\theta = 0$ رادیان، چند ژول است؟

۱) ۴
۲) ۱/۵
۳) ۳
۴) ۰/۷۵

۱۱۷ـ یک ژنراتور جریان مستقیم با تحریک جداگانه با سرعت $3000rpm$ می‌چرخد و جریان $100A$ را در ولتاژ $290V$ به باری که یک مقاومت اهمی ثابت است، تحویل می‌دهد. اگر سرعت ژنراتور به $2100rpm$ کاهش داده شود، توان تحویل داده شده به بار چند وات می‌شود؟ مقاومت آرمیچر $0/1$ اهم است.

۱) ۱۴۲۶۰
۲) ۱۳۲۷۸
۳) ۱۴۲۱۰
۴) ۱۲۳۷۸

۱۱۸ـ یک ژنراتور شنت با سرعت نامی چرخانده می‌شود. مقاومت میدان طوری تنظیم شده است که ولتاژ نامی در بی‌باری تولید شود. اگر سرعت ژنراتور و نیز مقاومت میدان شنت به طور همزمان به اندازه ۲۰% افزایش داده شود، ولتاژ بی‌باری ژنراتور چگونه تغییر می‌کند؟ افت آرمیچر در بی‌باری قابل چشم‌پوشی است.

۱) کمتر از ۲۰% افزایش می‌یابد ولی مقدار آن به شکل مشخصه بستگی دارد.
۲) مستقل از شکل مشخصه، به اندازه ۴۴% افزایش می‌یابد.
۳) بیشتر از ۲۰% افزایش می‌یابد ولی مقدار آن به شکل مشخصه بستگی دارد.
۴) مستقل از شکل مشخصه، به اندازه ۲۰% افزایش می‌یابد.

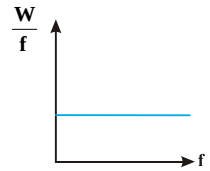
۱۱۹ـ مشخصه مدار باز یک ژنراتور شنت dc به صورت $E_a = 200\sqrt{I_f}$ است. مقاومت تحریک 200Ω و مقاومت آرمیچر 1Ω است. حداکثر مقدار ممکن جریان آرمیچر (نقطه بازگشت مشخصه $E_a - I_a$) چند آمپر است؟

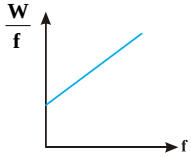
۱) ۱۰۰
۲) ۲۵
۳) ۵۰
۴) ۵

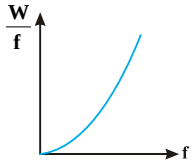
۱۲۰ـ ژنراتور کمپوند شنت کوتاه با سرعت نامی چرخانده شده و در حالت بی‌بار و زیر بار کامل ولتاژ نامی خود را تولید می‌کند (کمپوند تراز). ژنراتور متوقف شده و در جهت مخالف و با همان سرعت چرخانده می‌شود و برای آنکه مجدداً ولتاژ تولید شود، جهت اتصال سیم‌پیچی شنت به آرمیچر عوض می‌شود و ژنراتور مجدداً ولتاژ نامی خود را در حالت بی‌بار تولید می‌کند. در این حالت، پلاریته ولتاژ تولید شده ..... و ژنراتور به صورت کمپوند ..... .

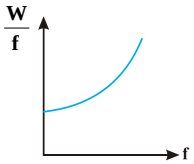
۱) عوض می‌شود ـ نقصانی در می‌آید
۲) ثابت می‌ماند ـ نقصانی در می‌آید
۳) عوض می‌شود ـ تراز باقی می‌ماند
۴) ثابت می‌ماند ـ تراز باقی می‌ماند

۱۲۱ـ یک ترانسفورماتور تکفاز در حالت بی‌بار از یک منبع ولتاژ سینوسی با دامنه ثابت تغذیه می‌شود. اگر W تلفات هسته و f فرکانس منبع باشد، کدام منحنی رابطه $\frac{W}{f}$ بر حسب f را نشان می‌دهد؟

۱) 

۲) 

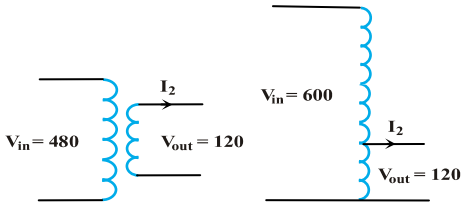
۳) 

۴) 

۱۲۲ـ درصد کاهش تلفات پسماند و فوکو در ترانسفورماتور تک فاز $۲۰۰\,V$ و $۵۰\,Hz$ وقتی با منبع $۱۶۰\,V$ و $۴۰\,Hz$ کار می‌کند، به ترتیب کدام است؟

۱) ۴۲ ،۲۵ ۲) ۴۲ ،۲۰ ۳) ۳۶ ،۲۵ ۴) ۳۶ ،۲۰

۱۲۳ـ یک ترانسفورماتور تک فاز، $۴۸۰\,V/۱۲۰\,V$ را به صورت اتو ترانسفورماتور برای تغذیه یک بار $۱۲۰\,V$ که قرار است توسط منبع $۶۰۰\,V$ تغذیه شود، تبدیل می‌کنیم. نسبت تلفات مس ترانسفورماتور به اتو ترانسفورماتور، کدام است؟ توان ظاهری بار در هر دو حالت یکسان $(S \neq ۰)$ است.



۱) $\frac{۲۵}{۱۶}$ ۲) $\frac{۱۶}{۲۵}$ ۳) $\frac{۱۶}{۹}$ ۴) $\frac{۹}{۱۶}$

۱۲۴ـ یک موتور القایی سه فاز ۴ قطب $۵۰\,Hz$، از نوع روتور سیم‌پیچی شده مفروض است. مقاومت روتور این ماشین، برابر $۰/۱\,\Omega$ و راکتانس نشتی آن در حالت سکون برابر $۱/۶\,\Omega$ است. اگر بخواهیم توان خروجی ماکزیمم در سرعت $۱۲۳۰\,rpm$ رخ دهد، چند اهم باید به مدار روتور اضافه کنیم؟ از امپدانس استاتور صرف‌نظر می‌شود.

۱) ۰/۴۷ ۲) ۰/۲۶ ۳) ۰/۳۸ ۴) ۰/۱۱

۱۲۵ـ در یک موتور القایی سه فاز $۵۰\,Hz$ و $۱۴۴۰\,rpm$، گشتاور راه‌اندازی دو برابر گشتاور بار کامل است. بازه کار پایدار موتور بر حسب rpm به صورت تقریبی کدام است؟

۱) ۱۰۸۰ الی ۱۵۰۰ ۲) ۱۲۰۰ الی ۱۵۰۰ ۳) ۱۱۸۰ الی ۱۵۰۰ ۴) ۱۴۴۰ الی ۱۵۰۰

۱۲۶ـ یک موتور القایی سه فاز شش قطبی با اتصال ستاره، توان ورودی $۱۰\,kW$ را از یک سیستم با فرکانس $۵۰\,Hz$ دریافت می‌کند و با سرعت ۹۵۰ دور بر دقیقه می‌چرخد. در صورتی که تلفات مسی استاتور $۲۰۰\,W$ و تلفات هسته $۱۰۰\,W$ باشد، تلفات مسی رتور تحت شرایط بالا چند وات خواهد بود؟

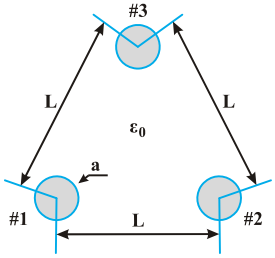
۱) ۳۵۵ ۲) ۷۱۵ ۳) ۴۸۵ ۴) ۹۷۵

الکترومغناطیس

۱۲۷ـ مرکز یک آهنربای کوچک استوانه‌ای شکل به شعاع a و طول $۲L$ در مبدأ مختصات واقع و محور آن بر محور z منطبق است. اگر بردار مغناطیس‌شدگی این آهنربا به صورت $\vec{M} = M_۰ \frac{z^۲}{L^۲} \hat{a}_z$ باشد، میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در فاصله‌ای دور از آهنربا در نقطه $(x,۰,۰)$ کدام است؟

۱) $-\mu_۰ \frac{۳a^۲L}{۲x^۳} M_۰ \hat{a}_z$ ۲) $-\mu_۰ \frac{a^۲L}{۶x^۳} M_۰ \hat{a}_z$ ۳) $-\mu_۰ \frac{a^۲L}{۳x^۳} M_۰ \hat{a}_z$ ۴) $-\mu_۰ \frac{a^۲L}{۲x^۳} M_۰ \hat{a}_z$

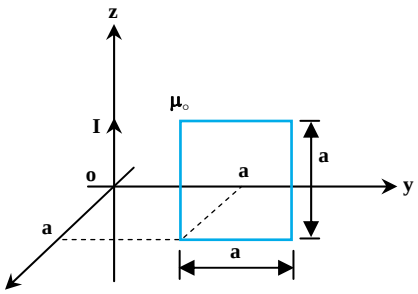
۱۲۸ـ سه کره رسانای مجزا (ایزوله) هر یک به شعاع a و بار اولیه q در سه گوشه یک مثلث متساوی‌الاضلاع با ضلع L قرار گرفته‌اند. ابتدا کره اول را به زمین متصل می‌کنیم تا این مجموعه به حالت تعادل الکترواستاتیک برسد و پس از آن این کره را از زمین قطع می‌کنیم. سپس همین کار را برای کره‌های دوم و سوم تکرار می‌کنیم. بار نهایی روی کره سوم کدام است؟ فرض کنید $L >> a$ باشد.



۱) $q\frac{a}{L}(۳-۲\frac{a}{L})$ ۲) $q\frac{a^۲}{L^۲}(۲-۳\frac{a}{L})$

۳) $q\frac{a^۲}{L^۲}(۳-۲\frac{a}{L})$ ۴) $q\frac{a}{L}(۲-۳\frac{a}{L})$

۱۲۹ـ مطابق شکل یک حلقه سیم مربع شکل در مجاورت یک سیم طویل حامل جریان I قرار دارد. توجه شود که حلقه و سیم طویل در یک صفحه واقع نیستند. اندازه اندوکتانس متقابل بین حلقه و سیم طویل کدام است؟



۱) $\frac{\mu_0 a}{4\pi}\ln(\frac{5}{2})$

۲) $\frac{\mu_0 a}{2\pi}\ln(\frac{5}{3})$

۳) $\frac{\mu_0 a}{2\pi}\ln(\frac{5}{2})$

۴) $\frac{\mu_0 a}{4\pi}\ln(\frac{5}{3})$

۱۳۰ـ بار نقطه‌ای $4q$ در مبدأ مختصات و بار نقطه‌ای $-q$ در نقطه $(x,y,z)=(0,0,d)$ قرار دارند. یک خط میدان الکتریکی که با زاویه θ با محور z بار $4q$ را ترک می‌کند، به صورت قائم بر محور z به بار $-q$ وارد می‌شود. مقدار θ چقدر است؟

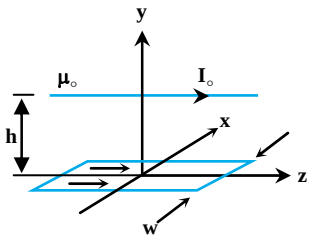
۱) $\cos^{-1}(\frac{1}{2})$

۲) $\cos^{-1}(\frac{4}{5})$

۳) $\cos^{-1}(\frac{3}{4})$

۴) $\cos^{-1}(\frac{3}{5})$

۱۳۱ـ همانند شکل جریان خطی $I=I_0\hat{a}_z$ به فاصله h بالا و موازی محور تقارن یک نوار جریان سطحی با پهنای w و چگالی جریان $\vec{J}_s=J_0\hat{a}_z(\frac{A}{m})$ قرار دارد. نیروی وارد بر واحد طول جریان خطی یعنی $\frac{d\vec{F}}{dz}$ کدام است؟



۱) $-\frac{\mu_0 I_0 J_0}{\pi}\tan^{-1}(\frac{w}{2h})\hat{a}_y$

۲) $-\frac{\mu_0 I_0 J_0}{2\pi h}\tan^{-1}(\frac{w}{2h})\hat{a}_y$

۳) $-\frac{\mu_0 I_0 J_0}{\pi h}\tan^{-1}(\frac{w}{2h})\hat{a}_y$

۴) $-\frac{\mu_0 I_0 J_0}{2\pi}\tan^{-1}(\frac{w}{2h})\hat{a}_y$

۱۳۲ـ یک کره‌ی رسانای مجزا (ایزوله) به شعاع a و بار q (با فرض $q>0$) مفروض است. اگر یک بار نقطه‌ای به همان مقدار q را از نزدیکی سطح کره‌ی رسانا به تدریج دور کنیم، این بار نقطه‌ای باید حداقل در چه فاصله‌ای از مرکز کره‌ی رسانا قرار گیرد، تا چگالی بارهای سطحی روی کره‌ی رسانا در همه‌جا مثبت شود؟

۱) $d=\sqrt{3}\,a$

۲) $d=\frac{3+\sqrt{5}}{2}a$

۳) $d=\frac{1+\sqrt{5}}{2}a$

۴) $d=\sqrt{5}a$

پاسخنامه آزمون سراسری ۹۴

زبان عمومی و تخصصی

۱ـ گزینه «۴» جین خیلی خسته بود، با این حال برای اینکه احساسات دوستش جریحه‌دار نشود، تظاهر به علاقه کرد.

۱) اجازه دخول دادن ـ روا داشتن ۲) تأیید کردن ـ اعتبار بخشیدن

۳) کوشیدن ـ همت کردن ـ تقلا کردن ۴) تظاهر کردن به ـ از خود در آوردن

۲ـ گزینه «۱» سواد کمی از علم اقتصاد داشتم و هیچ چیز از سخنرانی آن متکلم نفهمیدم.

۱) کم ـ ابتدایی ـ اساسی ۲) زیادی ـ زائد ـ غیرضروری ۳) خطرناک ـ پرمخاطره ۴) مخفی ـ زیر جلی ـ زیرزمینی

۳ـ گزینه «۲» در حقیقت ماشین‌های پرشتابی که در اختیار رانندگان بی‌تجربه قرار می‌گیرند، سلاح‌های مرگبار محسوب می‌شوند.

۱) سخت ـ غیرقابل انعطاف ۲) مرگبار ـ مهلک ـ کشنده ۳) متأسف ـ پشیمان ۴) خودجوش ـ فی‌البداهه

۴ـ گزینه «۳» مطمئناً، مطالب نامربوط زیاد موجود در این متن از ارزش واقعی آن می‌کاهد.

۱) پناه ـ حفاظ ـ پاسداشت ۲) متغیرها ـ ناپایداری‌ها

۳) مطالب نامربوط ـ جملات یا عبارات معترضه ۴) انسجام ـ روابط منطقی

۵ـ گزینه «۳» کاملاً مشخص است که مغز انسان از لحاظ اندازه، ساختار و پیچیدگی، در میان دیگر مشخصه‌ها به طور قابل توجهی با مغز شامپانزه فرق دارد.

۱) نور ـ چراغ ـ سبک ۲) احترام ـ عطف ـ ملاحظه ۳) مدت ـ ثلث ـ لحن ۴) بُعد ـ جنبه

نکته: اصطلاحات in (the) light of به معنی «از نقطه نظر، با در نظر گرفتن»، in terms of به معنی «برحسب، از لحاظ» و with/in regard to به معنی «با توجه به، در بابِ» هستند.

۶ـ گزینه «۴» آبیاری برای اکثر محصولات پر بازده کشاورزی ضروری است، اما بسیاری از سفره‌ها (آبخیزها) که محصولات آبیاری شده را تأمین (آماد) می‌کنند، سریع‌تر از اینکه باران بتواند دوباره آن‌ها را پُر کند، خشک می‌شوند.

۱) تهی کردن ـ ته کشیدن ـ خالی کردن ۲) چیره شدن ـ غلبه کردن ـ برنده شدن ـ شکست دادن

۳) ناپدید شدن ـ از میان رفتن ۴) دوباره پر (مملو) کردن

۷ـ گزینه «۲» افسوس که دشمنی و عناد بین دو کشور همسایه ریشه‌ای است و به سختی برطرف می‌شود.

۱) انسان‌گریزی ـ بیزاری از انسان ۲) بیزاری ـ تنفر ـ دشمنی ـ عناد ۳) ابرام ـ اصرار ـ فوریت ۴) ابهام ـ گنگی ـ تاری

۸ـ گزینه «۱» مویی که ضخیم و زود رشد است، باید مرتباً اصلاح (کوتاه) شود.

۱) زود رشد ـ پرپشت ـ انبوه ۲) الکی ـ دیمی ۳) بسیار زیاد ـ مفرط ۴) ناقص ـ پراکنده

۹ـ گزینه «۳» آن‌ها به خاطر نداشتن شرایط لازم، محکوم به یک عمر کار خسته‌کننده و معمولاً کم درآمد شدند.

۱) وقف کردن ـ فدا کردن ـ کنار گذاشتن ۲) بردن ـ رساندن ـ معنی دادن

۳) محکوم کردن ـ سرزنش کردن ـ مردود شمردن ۴) دلباخته کردن ـ اسیر عشق کردن

۱۰ـ گزینه «۴» تفاوت‌های زیاد میان فرهنگ‌ها کاملاً نشان می‌دهند متخصصین بهداشت روانی، در به کار بردن طبقه‌بندی اختلالات شخصیتی مردم در دیگر فرهنگ‌ها ناآگاه هستند.

۱) پاشیدگی ـ پراکندگی ـ انتشار ۲) آشفتگی ـ نابسامانی ۳) نادانی ـ جهالت ـ بی‌خبری ۴) زیاد ـ متعدد

ترجمه متن:

استادیوم المپیک در سکوت بود. تماشاگرها نفسشان را حبس کرده بودند. فینالیست‌های ۱۰۰ متر در پشت تخته‌های آغاز دولا شده بودند و هنگامی که داور آغاز، تپانچه‌اش را بالا برد و اعلام کرد آماده باشید، کمرشان را بالا بردند. هر یک از دوندگان پرتوان (قدرتمند) آماده حرکت انفجاری بودند. هنگامی که تپانچه شلیک شد، آن‌ها با اشتیاق می‌خواستند بدانند نتیجه چه خواهد شد. آن‌ها سال‌ها برای آماده نگه داشتن بدنشان برای چنین مسابقه‌ای، چندین ساعت در روز تا رمق آخر تمرین کرده بودند. اما آیا آن‌ها افکارشان را منظم کرده بودند؟ دونده‌ای که از (نوار) خط پایان مسابقه می‌گذرد، نیاز به چیزی بیشتر از عضلات، قلب و ریه قوی و سالم دارد. او در خط پایان، نیاز به تمرکز، کنترل، اعتماد به نفس و یک چشم دقیق دارد. در این لحظه‌ی بحرانی، یک حرکت بی‌موقع می‌تواند منجر به استارت اشتباه و در نهایت شکست در مسابقه شود. اما اگر او به هر دلیلی کوشش نکند، اولین گام‌هایش از اولین گام‌های رقبایش عقب می‌افتند که متضمن باخت است. صدای شلیک گلوله.

۱۱ـ گزینه «۳» ویرگول نشانه موازنه است و از آنجایی که فاعل دو عبارت (The 100-meter finalists) مشترک است، در جمله دوم، فاعل را به قرینه لفظی حذف کرده و با توجه به اینکه زمان جمله گذشته ساده است، لذا بعد از کاما فعل در زمان گذشته می‌آید.

۱۲ـ گزینه «۲» train to exhaustion به معنی (تمرین کردن تا رمق آخر) است.

۱۳ـ گزینه «۳» با توجه به مفهوم جمله، نیاز به صفت تفضیلی می‌باشد. (دونده‌ای که از (نوار) خط پایان مسابقه می‌گذرد نیاز به چیزی بیشتر از عضلات، قلب و ریه سالم و قوی دارد.)

۱۴ـ گزینه «۴» با توجه به مفهوم تست، گزینه ۴ صحیح است. (او در خط پایان، نیاز به تمرکز، کنترل، اعتماد به نفس و یک چشم دقیق دارد.)

نکته: بهتر بود در گزینه ۴ از حرف اضافه at (at the finish line) استفاده می‌شد.

۱۵ـ گزینه «۱» ضمیر those به first steps ارجاع دارد.

the first steps of his competitors
those

متن ۱:

منظور از حس‌گرهای کنترل از راه دور کسب اطلاعات از اشیاء یا مناطق با استفاده از پرتو الکترومغناطیس بدون برخورد با آن‌ها است. در حس‌گرهای کنترل از راه دور انواع ابزار و تجهیزات با خارج ساختن از این دامنه‌ی الکترومغناطیس برای قابل رؤیت ساختن چشم انسان به کار گرفته می‌شود.

از پرتاب نخستین ماهواره‌ی قابل رصد، حس‌گرهای کنترل از راه دور به طرز فزاینده‌ای برای کسب اطلاعات در مورد پدیده‌های طبیعی همچون محصولات کشاورزی، پوشش زمین، نیروهای نباتی، کیفیت آب، توسعه شهری، نقشه‌نگاری بستر دریا و غیره کاربرد داشته است. حس‌گرهای کنترل از راه دور به ما کمک می‌کنند تا در مورد اکوسیستم زمین بیشتر بدانیم. حس‌گرهای کنترل از راه دور به ما کمک می‌کنند تا با اندازه‌گیری حفره‌ی اوزون در اتمسفر، تفاوت‌های غلظت‌های اوزون جوی میان نیمکره‌ی شمالی و جنوبی را متوجه شویم. حس‌گرهای کنترل از راه دور نقش اساسی را در مجاهدت‌های ما برای فهم جریان‌های پیچیده اقیانوس ایفا می‌کند: نوسان‌های اقیانوس اطلس شمالی و ارزیابی تأثیرات آن‌ها بر اقلیم‌هایی منطقه‌ای و جهانی و حوادث طبیعی. مشاهدات بلندمدت حس‌گرهای کنترل از راه دور از منطقه‌ی ساحل منجر شد تا ما تا حدودی رادار الگوی چرخه‌ای پیچیده را متوجه شویم که در آن زمان گسترش یافته بودند: SLAR: رادار هوا برد جهت بالا و SAR: رادار حفره‌ای ترکیبی هر یک از این تجهیزات بر آن است تا تصاویری با بالاترین وضوح را به دست دهد. آنچه که برای ظاهر ساختن تصویر SAR مشکل بود قابلیت تحلیل مناسب فرکانس‌های Doppler با استفاده از یک الگوریتم تحلیل فرکانس بر روی سیگنال رادار برگشتی بود که توسط مرکز تحقیقات نیروی هوایی ایالات متحده آمریکا انجام شد.

۱۶ـ گزینه «۴» لغت «urban» در پاراگراف دوم به معنی:

۱) روستایی ۲) منطقه روستایی ۳) منطقه‌ای با تراکم جمعیت بالا ۴) منطقه‌ی احاطه کننده‌ی شهرها

۱۷ـ گزینه «۱» «الگوهای تناوبی» می‌تواند با ..... جایگزین شود.

۱) نقشه‌های چرخه‌ای ۲) نمودارهای سادگی
۳) اشکالی که فهمشان پیچیده است. ۴) الگوهایی که می‌بایست وسعت بیشتری داشته باشند.

۱۸ـ گزینه «۳» طبق متن، نکته انتقادی در طراحی SAR:

۱) کاربردش در حس‌گرهای کنترل از راه دور است. ۲) یک دریچه دیافراگم را برای رادار ایجاد می‌کند.
۳) تأثیر فرکانس Doppler را درگیر می‌کند. ۴) از فرکانس Doppler برای طراحی یک تحلیل‌گر فرکانس استفاده می‌کند.

۱۹ـ گزینه «۲» طبق متن، هدف حس‌گر کنترل از راه دور چیست؟

۱) روشی برای محدود کردن کاربرد سیستم‌های راداری برای تشخیص

۲) قابل رویت ساختن امواج الکترومغناطیس برای چشم انسان

۳) تحلیل نیروهای پویای توده‌ی اوزون در اتمسفر با استفاده از رادارها

۴) کاربرد سنسورهای هوایی برای آشکار ساختن و طبقه‌بندی اشیا یا تناوب‌هایشان که اغلب روی زمین است.

۲۰ـ گزینه «۲» جمله‌ی « هر دوی این تجهیزات برای به دست آوردن تصاویری با بالاترین وضوح» به چه معنا است؟

۱) سیستم‌های رادار برای دریافت تصویر هدف به کار گرفته می‌شود.

۲) هدف SAR و SLAR هر دو از دست دادن تصاویری با وضوح بالاست.

۳) تصاویری با وضوح بالا نقش اساسی را در حس‌گرهای کنترل از راه دور دارند.

۴) تصویری با وضوح بالا در هر سیستم راداری پیشرفته به عنوان هدف در نظر گرفته می‌شود.

متن ۲:

انرژی تجدیدپذیر عموماً به عنوان انرژی تعریف می‌شود که از منابعی که به طور طبیعی در مقیاس زمانی انسان تجدیدپذیر است همانند انرژی خورشیدی و باد، باران، جذر و مد، امواج و گرمای مرتبط با حرارات مرکزی. انرژی تجدیدپذیر در چهار حوزه متمایز جایگزین سوخت‌های متداول می‌شود: تولید الکتریسیته، گرمایش فضا / آب داغ، سوخت‌های فسیلی و خدمات انرژی کشاورزی (شبکه‌ای). منابع انرژی تجدیدپذیر در مقایسه با سایر منابع انرژی که در شمار محدودی از کشورها تمرکز یافته، در مناطق جغرافیایی سراسر جهان موجود است. گسترش سریع انرژی تجدیدپذیر و کارآمدی انرژی سبب حفاظت انرژی، کاهش تغییرات آب و هوا و مزایای اقتصادی می‌شود. در نظر سنجی‌های عمومی بین‌المللی، حمایت قدرتمندی از منابع انرژی تجدیدپذیر همانند نیروی خورشیدی و نیروی باد وجود دارد. در سطح جهانی، حداقل ۳۰ ملت در سراسر جهان دارای انرژی تجدیدپذیر هستند که به بیش از ۲۰ درصد ذخیره انرژی کمک می‌کند. بازارهای انرژی تجدیدپذیر ملی درصدد هستند تا به طور جدی در جهت افزایش آن در دهه جاری و پس از آن برنامه‌ریزی کنند.

۲۱ـ گزینه «۱» لغت زیر خط‌دار در متن می‌تواند با ..... جایگزین شود.

۱) مطالعات ۲) انباره‌ها ۳) ذخایر ۴) استانداردها

۲۲ـ گزینه «۲» کدام یک از موارد زیر دلیلی برای توسعه انرژی تجدیدپذیر نیست؟

۱) می‌تواند تجدید شود. ۲) می‌تواند به تغییرات آب و هوایی نامطلوب منجر شود.

۳) از نظر اقتصادی منطقی‌تر به نظر می‌رسد. ۴) در مقایسه با انواع دیگر منابع حتی در سراسر جهان بیشتر توزیع شده است.

۲۳ـ گزینه «۴» لغت conventional در خط سوم متن می‌تواند با ..... جایگزین شود.

۱) الکتریکی ۲) نو ۳) خورشیدی ۴) سنتی

۲۴ـ گزینه «۱» ویژگی بارز و مشخصه انرژی‌های تجدیدپذیر چه می‌باشد؟

۱) در طول زمان تمام نمی‌شوند. ۲) می‌بایست به صورت مصنوعی تولید شوند.

۳) نمی‌توانند بسیار سریع مصرف شوند. ۴) فقط در مناطق مشخصی در دسترس هستند.

متن ۳:

ترانزیستور شبکه خلأ حاصل امتزاج میان فناوری سنتی لوله خلأ و فنون امروزی ساخت نیمه رسانا است. این دو ریختی کنجکاوانه دو ویژگی از بهترین‌های لوله‌ها و ترانزیستورهای خلأ را با هم ترکیب نموده که می‌تواند به کوچکی و به ارزانی هر نوع دستگاهی در حالت جامد، ایجاد شود. در واقع، با کوچک ساختن آن‌ها، آن چیزی که تحت عنوان موانع و اشکالات لوله‌های خلأ برشمرده می‌شد را حذف نموده است.

در یک لوله خلأ، یک رشته الکتریکی جهت گرمایش دادن به کاتد به مقدار کافی به کار می‌رود تا الکترون‌های موجود حذف شوند. این موضوع به این دلیل است که لوله‌های خلأ برای گرم شدن، نیاز به زمان داشته و به همان نسبت برق مصرف می‌کنند و همچنین به این علت است که آن‌ها اغلب در حین مصرف می‌سوزند. با این حال، ترانزیستورهای شبکه خلأ به رشته الکتریکی یا کاتد داغ احتیاجی ندارند. اگر دستگاه به اندازه کافی کوچک ساخته شود، میدان الکتریکی گذرنده از آن جهت خارج کردن الکترون‌ها از منبع با فرایندی که تحت عنوان حذف میدان شناخته می‌شود، به اندازه کافی و مناسبی خواهد بود. حذف المنت گرمایی کاهش برق، ناحیه در برگیرنده هر قطعه توسط دستگاه را کاهش داده و باعث می‌شود تا این نوع از ترانزیستور، از لحاظ مصرف انرژی، کارا باشد. نقطه ضعف دیگری از لوله‌ها این است که آن‌ها می‌بایست جهت نادیده گرفتن برخوردهای موجود میان الکترون‌ها و مولکول‌های گاز، میزان خلأء بالایی را در اختیار داشته باشند. تحت چنین فشار کمی، میدان الکتریکی منجر می‌شود تا یون‌های مثبت تولید شده توسط گاز باقی مانده در یک لوله جهت تسریع و بمباران کردن کاتدها، پیش‌آمدگی‌های برنده را در مقیاس نانومتر ایجاد کند که در نهایت میزان آن را کاهش داده و نابود سازد.

این مشکلات طولانی‌مدت از مبحث الکترونیک خلأ، غیرقابل حل نیستند. اگر فاصله میان کاتد و آند کمتر از میانگین فاصله الکترونی باشد که بیش از یک مولکول ضربه زننده‌ی گاز قرار دارد، فاصله‌ای تحت عنوان میانه مسیر آزاد و ولتاژ فعال به اندازه کافی وجود خواهد داشت و دستگاه می‌تواند تنها در فشار اتمسفر به خوبی عمل کند.

در واقع نیازی نیست تا شما برای چیزی که به طور اسمی قطعه مینیاتوری از الکترونیک خلأ است، وقت گذاشته و از آن نگهداری کنید.

۲۵ـ گزینه «۱» ایده اصلی متن فوق چیست؟

۱) مسائل اصلی الکترونیک خلأ
۲) راه‌حل‌هایی برای موانع لوله‌های خلأ
۳) فناوری لوله خلأ و کاربردهایش
۴) ترکیب یک دستگاه منسوخ با فناوری جدید

۲۶ـ گزینه «۳» کدام یک از موارد زیر تحت عنوان مشکلی از لوله خلأ، مطرح نشده است؟

۱) طول عمر کوتاه
۲) زمان راه‌اندازی طولانی
۳) هزینه ساخت بالا
۴) کارایی انرژی پایین

۲۷ـ گزینه «۱» در یک ترانزیستور شبکه خلأ، الکترون‌ها توسط فرایندی تحت عنوان ..... از منبع خارج می‌شوند.

۱) حذف میدان
۲) کاهش برق
۳) مسیر آزاد میانه
۴) پیش‌آمدگی‌هایی نانومتر مقیاس

۲۸ـ گزینه «۴» ضمیر «it» در پاراگراف دوم به ..... باز می‌گردد.

۱) لوله
۲) کاتد
۳) گاز باقی‌مانده
۴) میدان الکتریکی

۲۹ـ گزینه «۱» کلمه «insurmountable» در آخرین پاراگراف از لحاظ معنایی به ..... نزدیک‌تر است.

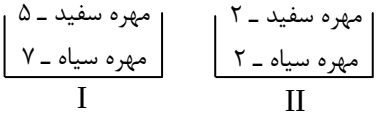
۱) غیر قابل حل
۲) غیرقابل دستیابی
۳) بی‌ارزش
۴) غیرقابل پیش‌بینی

۳۰ـ گزینه «۱» کلمه «drawback» در پاراگراف اول نمی‌تواند توسط ..... جایگزین شود.

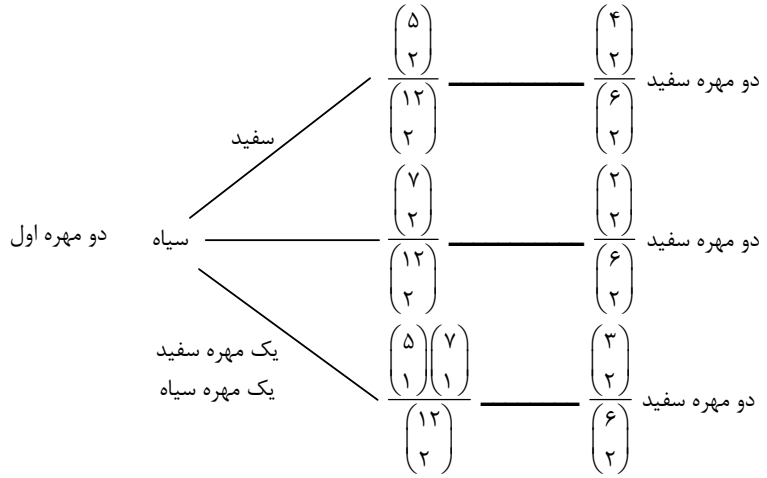
۱) منافع
۲) مشکلات، مسائل
۳) اختلالات
۴) ویژگی‌های وارونه

ریاضیات (معادلات دیفرانسیل، ریاضیات مهندسی، آمار و احتمالات)

۳۱ـ گزینه «۳»



نمودار درختی برای این مسأله را رسم می‌کنیم:



طبق قانون احتمال کل شاخه‌ها را در هم ضرب کرده و با هم جمع می‌کنیم:

$$P(\text{دو مهره سفید}) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{12}{2}}\cdot\frac{\binom{4}{2}}{\binom{6}{2}} + \frac{\binom{7}{2}}{\binom{12}{2}}\cdot\frac{\binom{2}{2}}{\binom{6}{2}} + \frac{\binom{5}{1}\binom{7}{1}}{\binom{12}{2}}\cdot\frac{\binom{3}{2}}{\binom{6}{2}} = \frac{\cancel{10}^{2}}{\cancel{66}_{11}}\cdot\frac{\cancel{6}}{\cancel{15}_{3}} + \frac{\cancel{21}^{7}}{66}\cdot\frac{1}{\cancel{15}_{5}} + \frac{\cancel{35}^{7}}{66}\cdot\frac{\cancel{3}}{\cancel{15}_{5}} = \frac{2}{33} + \frac{7}{5\times 66} + \frac{7}{66} = \frac{20+7+35}{330} = \frac{62}{330} = \frac{31}{165}$$

۳۲ـ گزینه «۳» ابتدا مقدار مجهول را به دست می‌آوریم. دقت کنید گزینه‌هایی که برحسب C می‌باشند نادرست هستند.

طبق خاصیت تابع چگالی احتمال: $\int f(x)dx = ۱$

$$\int_{۱۰}^{\infty} \frac{c}{x^۲}dx = \int_{۱۰}^{\infty} cx^{-۲}\,dx = ۱ \Rightarrow -cx^{-۱}\Big|_{۱۰}^{\infty} = ۱ \Rightarrow \frac{c}{۱۰} = ۱ \Rightarrow c = ۱۰$$

اکنون با یک متغیر دوجمله‌ای به صورت $Y \sim Bin(۶,p)$ روبرو هستیم.

$$P = P(\text{حداقل ۱۵ساعت}) = \int_{۱۵}^{\infty} \frac{۱۰}{x^۲}dx = \frac{-۱۰}{x}\Big|_{۱۵}^{\infty} = \frac{۱۰}{۱۵} = \frac{۲}{۳}$$

$$P(Y \le ۲) = P(Y=۰) + P(Y=۱) + P(Y=۲) = \binom{۶}{۰}(\frac{۲}{۳})^{۰}(\frac{۱}{۳})^{۶} + \binom{۶}{۱}\cdot(\frac{۲}{۳})^{۱}(\frac{۱}{۳})^{۵} + \binom{۶}{۲}\cdot(\frac{۲}{۳})^{۲}\cdot(\frac{۱}{۳})^{۴} = \frac{۱}{۳^۶} + \frac{۱۲}{۳^۶} + \frac{۶۰}{۳^۶} = \frac{۷۳}{۳^۶}$$

۳۳ـ گزینه «۴» با توجه به تعریف رنسکین برای دو تابع f و g داریم:

$$w(f,g) = \begin{vmatrix} f & g \\ f' & g' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} e^{۲t} & g \\ ۲e^{۲t} & g' \end{vmatrix} = e^{۲t}g' - ۲e^{۲t}g = ۳e^{۴t}$$

با تقسیم طرفین بر $e^{۲t}$ به معادله‌ی دیفرانسیل خطی مرتبه‌ی اول برای g می‌رسیم:

$$g' - ۲g = ۳e^{۲t}$$

$$p(t) = -۲\ ,\ q(t) = ۳e^{۲t}$$

عامل انتگرال‌ساز برابر است با:

$$\mu = e^{\int -۲dt} = e^{-۲t}$$

و جواب عمومی معادله چنین است:

$$g(t) = \frac{\int \mu(t)q(t)\,dt + c}{\mu(t)} = \frac{\int e^{-۲t}۳e^{۲t}dt + c}{e^{-۲t}} = (۳t + c)e^{۲t}$$

۳۴ـ گزینه «۱» با تقسیم بر ضریب y'' فرم استاندارد این معادله به صورت مقابل است:

$$y'' - \frac{x+n}{x}y' + \frac{n}{x}y = ۰$$

بنابراین ضریب y'؛ تابع $p(x) = -\frac{x+n}{x}$ خواهد بود.

اگر $y_۱ = e^x$ جوابی از معادله باشد، جواب مستقل خطی دیگر آن عبارت است از:

$$y_۲ = y_۱\int \frac{۱}{y_۱^۲}e^{-\int p(x)dx}dx = e^x\int e^{-۲x}e^{\int \frac{x+n}{x}dx}dx = e^x\int e^{-۲x}e^{\int (۱+\frac{n}{x})dx}dx = e^x\int e^{-۲x}e^{x+n\mathrm{Ln}\,x}dx = e^x\int e^{-x}x^n dx$$

با استفاده از جدول جزء به جزء خواهیم داشت:

$$y_۲ = e^x[-e^{-x}(x^n + nx^{n-۱} + n(n-۱)x^{n-۲} + \cdots + n!] = -(x^n + nx^{n-۱} + \cdots + n!)$$

اکنون توجه کنید که اگر $y_۲$ جواب معادله باشد، هر مضرب آن نیز جوابی از معادله است.

$$-\frac{۱}{n!}y_۲ = \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n-۱}}{(n-۱)!} + \cdots + ۱ = \sum_{k=۰}^{n}\frac{۱}{k!}x^k$$

بنابراین $\sum_{k=۰}^{n}\frac{۱}{k!}x^k$ جواب مستقل خطی معادله است.

۳۵ـ گزینه «۴» با تغییر متغیر $z = \mathrm{Ln}(x+۱)$ معادله‌ی اویلر داده شده به معادله‌ی با ضرایب ثابت زیر تبدیل می‌شود:

$$y'' + (۱-۱)y' + ۴y = ۰ \Rightarrow y'' + ۴y = ۰$$

معادله‌ی مشخصه‌ی آن $r^۲ + ۴ = ۰$ و ریشه‌ها $r = \pm ۲i$ هستند.

بنابراین:

$$y = c_۱\cos(۲z) + c_۲\sin(۲z)$$

با جایگذاری $z = \mathrm{Ln}(x+۱)$ داریم:

$$y = c_۱\cos(۲\mathrm{Ln}(x+۱)) + c_۲\sin(۲\mathrm{Ln}(x+۱)) = c_۱\cos(\mathrm{Ln}(x+۱)^۲) + c_۲\sin(\mathrm{Ln}(x+۱)^۲)$$

بنابراین فقط گزینه‌ی (۴) صحیح است و به شرایط مرزی نیاز نداریم.

۳۶ـ گزینه «۲» با تقسیم بر ضریب y'' خواهیم داشت:

$$y'' - \frac{۱}{۲x}y' + \frac{۱+x}{۲x^۲}y = ۰$$

نقطه‌ی $x_۰ = ۰$ نقطه‌ی منفرد معادله است و داریم $p(x) = -\frac{۱}{۲x}$ و $q(x) = \frac{۱+x}{۲x^۲}$. با محاسبه‌ی حدهای $p_۰$ و $q_۰$ خواهیم داشت:

$$p_۰ = \lim_{x\to ۰} xp(x) = -\frac{۱}{۲} \qquad q_۰ = \lim_{x\to ۰} x^۲q(x) = \lim_{x\to ۰}\frac{۱+x}{۲} = \frac{۱}{۲}$$

معادله‌ی مشخصه‌ی فروبنیوس چنین است: $r^۲ + (p_۰ - ۱)r + q_۰ = r^۲ - \frac{۳}{۲}r + \frac{۱}{۲} = ۰$

به عبارتی با ضرب طرفین در ۲ خواهیم داشت: $\mathbf{۲r^۲ - ۳r + ۱ = ۰}$

بنابراین ریشه‌های معادله‌ی مشخصه‌ی فروبنیوس عبارتند از: $r_۱ = ۱$ و $r_۲ = \frac{۱}{۲}$. جواب‌های مستقل معادله به صورت زیر هستند:

$$y_۱ = x\sum_{n=۰}^{\infty} a_n x^n \quad , \quad y_۲ = x^{\frac{۱}{۲}}\sum_{n=۰}^{\infty} b_n x^n$$

با جایگذاری جمله‌ی عمومی $y_۱$ یعنی $a_n x^{n+۱}$ در معادله خواهیم داشت:

$$\sum_{n=۰}^{\infty} ۲x^۲(n(n+۱)a_n x^{n-۱}) - \sum_{n=۰}^{\infty} x((n+۱)a_n x^n) + \sum_{n=۰}^{\infty}(۱+x)(a_n x^{n+۱}) = ۰$$

بنابراین: $$\sum_{n=۰}^{\infty}[۲n(n+۱)a_n]x^{n+۱} - \sum_{n=۰}^{\infty}(n+۱)a_n x^{n+۱} + \sum_{n=۰}^{\infty} a_n x^{n+۱} + \sum_{n=۰}^{\infty} a_n x^{n+۲} = ۰$$

در آخرین سری، به جای nها، $n-۱$ قرار می‌دهیم تا با سایر سری‌ها متشابه شود.

$$X^{n+۱} \text{ ضریب} = ۲n(n+۱)a_n - (n+۱)a_n + a_n + a_{n-۱} = ۰$$

$$\Rightarrow [۲n^۲ + ۲n - n - ۱ + ۱]a_n = -a_{n-۱} \Rightarrow a_n = -a_{n-۱} \Rightarrow \mathbf{a_n = \frac{-a_{n-۱}}{n(۲n+۱)}}$$

حال با جایگذاری $y_۲$ در معادله و طی کردن همین مراحل به رابطه‌ی بازگشتی دوم خواهیم رسید:

$$y = \sum_{n=۰}^{\infty} a_n x^{n+\frac{۱}{۲}}$$

$$۲x^۲\sum_{n=۰}^{\infty}(n+\tfrac{۱}{۲})(n-\tfrac{۱}{۲})a_n x^{n-\frac{۳}{۲}} - x\sum_{n=۰}^{\infty}(n+\tfrac{۱}{۲})a_n x^{n-\frac{۱}{۲}} + \sum_{n=۰}^{\infty} a_n x^{n+\frac{۱}{۲}} + x\sum_{n=۰}^{\infty} a_n x^{n+\frac{۱}{۲}} = ۰$$

با وارد کردن ضرایب به داخل سری‌ها داریم:

$$\sum_{n=۰}^{\infty} ۲(n+\tfrac{۱}{۲})(n-\tfrac{۱}{۲})a_n x^{n+\frac{۱}{۲}} - \sum_{n=۰}^{\infty}(n+\tfrac{۱}{۲})a_n x^{n+\frac{۱}{۲}} + \sum_{n=۰}^{\infty} a_n x^{n+\frac{۱}{۲}} + \sum_{n=۰}^{\infty} a_n x^{n+\frac{۳}{۲}} = ۰$$

در آخرین سری، به جای nها، $n-۱$ قرار می‌دهیم تا با سایر سری‌ها متشابه شود. به این ترتیب خواهیم داشت:

$$x^{n+\frac{۱}{۲}} \text{ ضریب} = ۲(n+\tfrac{۱}{۲})(n-\tfrac{۱}{۲})a_n - (n+\tfrac{۱}{۲})a_n + a_n + a_{n-۱} = ۰ \Rightarrow [۲n^۲ - \tfrac{۲}{۴} - n - \tfrac{۱}{۲} + ۱]a_n = -a_{n-۱} \Rightarrow \mathbf{a_n = \frac{-a_{n-۱}}{n(۲n-۱)}}$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) صحیح است.

۳۷ـ گزینه «۱» سؤال را به دو روش پاسخ می‌دهیم:

از تساوی $f(x) = \int_۰^{\infty} A(\omega)\cos(\omega x)\,d\omega$ خواهیم داشت: $A(\omega) = \frac{۲}{\pi}\int_۰^{\infty} f(x)\cos(\omega x)\,dx$

با مشتق‌گیری از طرفین نسبت به ω به تساوی مقابل می‌رسیم: $\frac{dA(\omega)}{d\omega} = \frac{۲}{\pi}\int_۰^{\infty} -x f(x)\sin(\omega x)\,dx \Rightarrow \frac{dA(\omega)}{d\omega} = \frac{۲}{\pi}\int_۰^{\infty} -xf(x)\sin(\omega x)dx$

بنابراین $\frac{dA(\omega)}{d\omega}$ ضریب انتگرال فوریه‌ی تابع $-xf(x)$ است. یعنی داریم: $-xf(x) = \int_۰^{\infty}\frac{dA(\omega)}{d\omega}\sin(\omega x)\,d\omega$

حالا از طرفین نسبت به x مشتق می‌گیریم: $-f(x) - xf'(x) = \int_۰^{\infty}\omega\frac{dA(\omega)}{d\omega}\cos(\omega x)\,d\omega \Rightarrow \mathbf{g(x) = -f(x) - xf'(x)}$

روش حل بدون دخالت دست و خودکار: خب طراح سؤال از ما $g(x)$ رو خواسته و گزینه‌ها هم بر حسب x هستن و این یعنی ما می‌تونیم بـه جـای x، هر مقداری دوست داشتیم قرار بِدیم. مثلاً می‌تونیم به جای x، عدد صفر قرار بِدیم و دنبال $g(\circ)$ باشیم، که گزینه‌ها به صورت زیر میشه:

۱) $-f(\circ)$ ۲) $f(\circ)$ ۳) $f(\circ)$ ۴) $f(\circ)$

دقت کنین به این زودی نمی‌تونیم بگیم (۱) جوابه، پس به ازای $x=\circ$ داریم:

$$g(\circ)=\int_{\circ}^{\infty}\omega\,dA(\omega)\ ,\quad f(\circ)=\int_{\circ}^{\infty}A(\omega)\,d\omega$$

حالا باید $g(\circ)$ رو به دست بیاریم، پس از روش جزءبه‌جزء استفاده می‌کنیم. فرض کنین $dv=dA(\omega)$ و $u=\omega$ باشه، پس $v=A(\omega)$ و $du=d\omega$ میشه.

$$g(\circ)=\omega A(\omega)\Big|_{\circ}^{\infty}-\int_{\circ}^{\infty}A(\omega)\,d\omega=\circ-f(\circ)$$

بنابراین فقط گزینه‌ی (۱) می‌تونه درست باشه. (چون فقط تو این گزینه $g(\circ)=-f(\circ)$ هستش.)

توضیح در مورد صفر شدن $\omega A(\omega)]_{\circ}^{\infty}$: توجه کنین که مطابق گزینه‌ها $f(x)$ مشتق‌پذیره، پـس وقتـی $\omega\to\infty$ میـل کنـه، ضـریب $A(\omega)$ حـداقل بـا سرعت $\frac{c}{\omega^{۲}}$ به صفر میل می‌کنه.

یه تحلیل دیگه برای رد دو گزینه: البته از اونجایی که انتگرال‌های فوریه‌ی $f(x)$ و $g(x)$ هر دو کسینوسی هـستن، پـس $f(x)$ و $g(x)$ هـر دو زوجـن. بنابراین $f'(x)$ فرد و $f''(x)$ زوج. همچنین $xf'(x)$ زوج و $xf''(x)$ فردِ. خُب، پس گزینه‌های (۲) و (۳) رد می‌شن، چون زوج نیستن. اما بین گزینـه‌هـای (۱) و (۴) از این روش نمی‌تونیم یکی رو حذف کنیم.

۳۸ـ گزینه «۳» اگر u مستقل از زمان باشد، داریم: $u_{tt}=\circ$، پس معادله‌ی دیفرانسیل به شکل زیر درمی‌آید:

$$-u_{xx}=\sin^{۳}(\pi x)\Rightarrow -u_{xx}=(\sin^{۲}\pi x)\sin\pi x=(۱-\cos^{۲}\pi x)\sin\pi x\ \Rightarrow\ u_{xx}=(\cos^{۲}\pi x-۱)\sin\pi x$$

با انتگرال‌گیری از طرفین داریم: $\Rightarrow u_x=\int(\cos^{۲}\pi x-۱)\sin\pi x\,dx=\frac{۱}{\pi}(-\frac{\cos^{۳}\pi x}{۳}+\cos\pi x)+a=\frac{۱}{\pi}[-\frac{۱}{۳}(۱-\sin^{۲}\pi x)\cos\pi x+\cos\pi x]+a$

با انتگرال‌گیری مجدد خواهیم داشت: $u=\frac{۱}{\pi}[-\frac{۱}{۳}(\frac{۱}{\pi}\sin\pi x-\frac{۱}{۳\pi}\sin^{۳}\pi x)+\frac{۱}{\pi}\sin\pi x]+ax+b=\frac{۲}{۳\pi^{۲}}\sin\pi x+\frac{۱}{۹\pi^{۲}}\sin^{۳}\pi x+ax+b$

اکنون شرایط مرزی $u(\circ,t)=\circ$ و $u(۱,t)=\circ$ را به‌کار می‌گیریم. $u(\circ,t)=\circ\ \Rightarrow\ b=\circ\ ,\ u(۱,t)=\circ\ \Rightarrow\ a+b=\circ\xrightarrow{b=\circ}a=\circ$

بنابراین $a=b=\circ$ است، و لذا جواب به این صورت به دست می‌آید: $u=\frac{۲}{۳\pi^{۲}}\sin\pi x+\frac{۱}{۹\pi^{۲}}\sin^{۳}\pi x$

۳۹ـ گزینه «۲» به نظرم جدیدترین و بهترین سؤال آزمون ۹۴، این سؤال اسـت. اگـر اشـتباه تـایپی در گزینـه‌هـای (۱) و (۴) نبـود، تـست بـسیار زیبـا و هوشمندانه طرح شده بود. چون اولاً شرایط مرزی در تمام چهار گزینه صدق می‌کنند و از این حیث نمی‌توان به تست کلک زد!؟ ثانیاً طراح معادله‌ی گرمای استاندارد را نداده و بنابراین داوطلبان محکوم به اسـتفاده از روش ضـربی بودنـد! و ثالثـاً طـراح سـعی کـرده داوطلبـان بـی‌دقـت را گـول بزنـد و بـا آوردن فرم $e^{-c^{۲}\lambda t}\sin\sqrt{\lambda}x$ در گزینه‌های (۳) و (۴)، دانشجویان را به سمت این دو گزینه هدایت کند که اتفاقاً هیچکـدام جـواب صـحیح نیـستند! بـرویم سـراغ جواب تشریحی!

ابتدا دقت کنید که در این مثال، ضریب u_t غیرثابت است. بنابراین نباید انتظار داشته باشید فرم کلی جواب، با حالـت اسـتاندارد معادلـه‌ی حـرارت یکـسان باشد. فرض کنیم $u(x,t)=F(x)T(t)$ باشد. در این صورت داریم: $u_{xx}=tu_t\ \Rightarrow\ F''(x)T(t)=tF(x)T'(t)$

با جدا کردن متغیرها خواهیم داشت: $\frac{F''(x)}{F(x)}=\frac{tT'(t)}{T(t)}=-\lambda$

با توجه به شرط مرزی $u(\circ,t)=\circ$، می‌دانیم که $F_n(x)=\sin(\sqrt{\lambda}x)$ است. حال از شرط مرزی $u(\pi,t)=\circ$ داریم $\sin(\sqrt{\lambda}\pi)=\circ$. بنـابراین $\sqrt{\lambda_n}=n$ خواهد بود. اکنون به حل معادله‌ی دوم، یعنی $\frac{tT'(t)}{T(t)}=-\lambda_n=-n^{۲}$ می‌پردازیم.

$$\frac{tT'(t)}{T(t)}=-n^{۲}\ \Rightarrow\ \frac{T'(t)}{T(t)}=-\frac{n^{۲}}{t}\ \Rightarrow\ \int\frac{T'(t)}{T(t)}dt=\int-\frac{n^{۲}}{t}dt$$

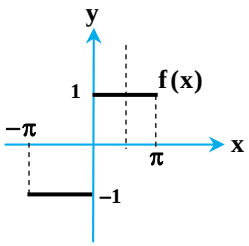
با حل انتگرال‌ها داریم: $LnT(t) = -n^2 Lnt + Lnc = Ln(ct^{-n^2})$

بنابراین $T(t) = ct^{-n^2}$ به‌دست می‌آید. بدون در نظر گرفتن ضریب ثابت c، می‌توان گفت جواب‌های $T(t)$ به صورت $T_n(t) = t^{-n^2}$ هستند.

در نتیجه داریم: $u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(nx)\, t^{-n^2}$

اکنون از شرط اولیه‌ی ناهمگنِ $f(x) = u(x,1) = 1$ برای پیدا کردن ضرایب B_n استفاده می‌کنیم. به ازای $t = 1$ خواهیم داشت:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(n\pi x)$$



سری سینوسی نشان می‌دهد گسترش فردِ $f(x)$ موردنظر بوده است. با توجه به آن‌که f فرد است، اما نسبت به $x = \frac{L}{2} = \frac{\pi}{2}$ تقارن زوج دارد، معلوم است فقط هارمونیک‌های فرد در این سری باقی خواهند ماند.

$$B_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \sin nx\, dx = -\frac{2}{n\pi}\cos(nx)\Big|_0^{\pi} = -\frac{2}{n\pi}((-1)^n - 1) \Rightarrow \begin{cases} B_{2n} = 0 \\ B_{2n-1} = \frac{4}{(2n-1)\pi} \end{cases}$$

بنابراین با جایگذاری B_{2n-1} و حذف هارمونیک‌های زوج از سری جواب خواهیم داشت: $u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(2n-1)\pi}\sin(2n-1)x\, t^{-(2n-1)^2}$

که به صورت مقابل نیز می‌توان آن را نوشت: $u(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4}{(2n+1)\pi}\sin(2n+1)x\, t^{-(2n+1)^2}$

روش حل بدون دخالت دست و خودکار: اولاً گزینه‌های (۱) و (۴) به وضوح غلطن، چون k اصلاً نمی‌تونه صفر باشه! (به مخرج $\frac{4}{k\pi}$ توجه کنین.) حالا اگه طراح بی‌دقتی نکرده بود و مثلاً k از ۱ شروع می‌شد، چی؟ یعنی به نظر شما چه جوری می‌شه این دو گزینه رو رد کرد؟ خُب خودم جواب می‌دم!! یه دلیل دیگه برای رد گزینه‌های (۱) و (۴) اینه که $f(x) = u(x,1) = 1$ برای $0 < x < \pi$ هستش و اگه بخوایم بسط سینوسی برای f بنویسیم، فقط هارمونیک‌های فرد باقی می‌مونن، چون f نسبت به وسط نیم دامنه یعنی $x = \frac{1}{2}$ زوجه.

خُب برگردیم سراغ ادامه‌ی حل سؤال! حالا از بین گزینه‌های (۲) و (۳) یکی باید حذف بشه. فرض کنیم دانشجو نتونه تحلیل کنه که چون پشت t ،u_t وجود داره، دیگه جواب به صورت نمایی $(e^{-c^2\lambda_n t})$ نیست و گزینه (۲) رو انتخاب کنه. اینجاست که باید به شرط $u(x,1) = 1$ توجه کنین. که فارسی این فرمول این میشه؛ جواب باید طوری باشه که اگه به جای t های اون عدد ۱ رو قرار دادیم، همواره بدون توجه به مقدار x مساوی یک بِشه، خُب حالا باید ببینیم کدوم گزینه این شرایط رو داره؟ چون x باید تو نامساوی $0 < x < \pi$ صدق کنه، مثلاً $x = \frac{\pi}{2}$ رو انتخاب می‌کنیم: یعنی گزینه‌ای جوابه که $u(\frac{\pi}{2},1) = 1$ بِشه؛

$$t = 1 \text{ و } x = \frac{\pi}{2} \text{ مقدار گزینه (۲) به ازای } = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{4}{(2k+1)\pi}\sin(2k+1)\frac{\pi}{2} = \frac{4}{\pi} - \frac{4}{3\pi} + \cdots$$

$$t = 1 \text{ و } x = \frac{\pi}{2} \text{ مقدار گزینه (۳) به ازای } = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{4}{(2k+1)\pi} \times \frac{1}{e^{(2k+1)^2}} \times \sin(2k+1)\frac{\pi}{2} = \frac{4}{\pi}\times\frac{1}{e}\times 1 - \frac{4}{3\pi}\times\frac{1}{e^9} + - \cdots$$

خُب به نظر شما با مقایسه‌ی هارمونیک‌های اول و یا اگه دوست داشتین دو هارمونیک اول، کدوم گزینه مقدارش به ۱ نزدیک‌تره؟ حواستون باشه که $\frac{4}{\pi} \simeq 1/2$ هستش ولی $\frac{4}{\pi e} \simeq \frac{4}{9} \simeq 0/45$. آفرین! معلومه تا حالا فهمیدین گزینه (۲) جوابه

۴۰ـ گزینه «۲» از صورت سؤال مشخص است که جواب‌های ویژه‌ی x به صورت $F_n(x) = \cos(k_n x)$ هستند.

از شرط مرزی $u_x(\ell,t) + hu(\ell,t) = 0$ خواهیم داشت: $F_n'(\ell) + hF_n(\ell) = 0 \Rightarrow -k_n \sin(k_n\ell) + h\cos(k_n\ell) = 0$

$$\Rightarrow -k_n \sin(k_n\ell) = -h\cos(k_n\ell) \Rightarrow \mathbf{k_n \tan(k_n\ell) = h}$$

دقت کنید که همه‌ی جواب‌های $F_n(x) = \cos(k_n x)$ در شرط مرزی $u_x(0,t) = 0$ نیز صدق می‌کنند.

۴۱ـ گزینه «۴» (این تست عیناً حتی بدون تغییر در گزینه‌ها از متن و مثال‌های تألیفی کتاب ریاضی مهندسی مدرسان شریف می‌باشد که در آزمون سال ۹۴ برق آمده است!!)

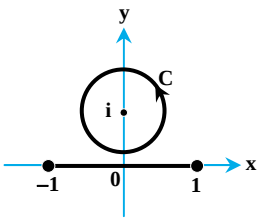
ابتدا باید ببینیم تابع $\text{Ln}(\frac{z+1}{z-1})$، داخل و روی منحنی C تحلیلی می‌باشد یا نه، می‌دانیم تابع Ln فقط روی مجموعه $\{z \mid \text{Re}\, z \le 0 \ , \ \text{Im}\, z = 0\}$ تحلیلی نیست، لذا داریم:

$$\frac{z+1}{z-1} = \frac{x+1+iy}{x-1+iy} = \frac{(x+1+iy)[(x-1)-iy]}{(x-1)^2+y^2} = \frac{x^2+y^2-1}{(x-1)^2+y^2} + i\frac{-2y}{(x-1)^2+y^2}$$

پس تابع $\text{Ln}(\frac{z+1}{z-1})$ روی مجموعه‌ی مقابل تحلیلی نیست:

$$\begin{cases} x^2+y^2-1 \le 0 \\ -2y = 0 \end{cases} \xrightarrow{y=0} x^2-1 \le 0 \Rightarrow x^2 \le 1 \Rightarrow -1 \le x \le 1$$

همان‌طور که در نمودار مشخص است، نقاط غیر تحلیلی تابع لگاریتم داخل و روی منحنی C (دایره $|z-i| = \frac{1}{2}$) نیستند.



اگر فرض کنیم $f(z) = z^2 \text{Ln}(\frac{z+1}{z-1})$، آن‌گاه انتگرال زیر را داریم که بر اساس قضیه‌ی کوشی به راحتی حل می‌شود:

$$I = \oint_C \frac{f(z)}{z-i} dz = 2\pi i f(i) = 2\pi i (i)^2 \text{Ln}(\frac{i+1}{i-1}) = -2\pi i \text{Ln}[\frac{(i+1)(i+1)}{(i-1)(i+1)}] = -2\pi i \text{Ln}(\frac{2i}{-2}) = -2\pi i \text{Ln}(-i)$$

اما مقدار اصلی $\text{Ln}(-i)$ برابر است با: $\text{Ln}(-i) = \text{Ln}\,|-i| + i\text{Arg}(-i) = \text{Ln}1 - i\frac{\pi}{2} = -i(\frac{\pi}{2})$، بنابراین حاصل انتگرال برابر با مقدار زیر است:

$$\mathbf{I = -2\pi i(-i\frac{\pi}{2}) = -\pi^2}$$

۴۲ـ گزینه «۱» مهم‌ترین قسمت حل این سؤال، پیدا کردن ریشه‌های معادله‌ی $\sin z = 2$ است. ابتدا نقاط تکینِ تابع $f(z) = \frac{1}{2-\sin z}$ را مشخص می‌کنیم.

$$2 - \sin z = 0 \Rightarrow \sin z = 2 \Rightarrow \sin x \cosh y + i \cos x \sinh y = 2$$

با توجه به تساوی بخش‌های حقیقی و موهومی در دو طرف تساوی داریم:

$$\begin{cases} \sin x \cosh y = 2 \\ \cos x \sinh y = 0 \end{cases}$$

اگر $\sinh y = 0$ باشد، داریم $y = 0$. بنابراین $\cosh(0) = 1$ و به معادله‌ی $\sin x = 2$ می‌رسیم که غیرممکن است.

بنابراین $\cos x = 0$، یعنی $x = (2k+1)\frac{\pi}{2}$ می‌باشد که در این صورت خواهیم داشت:

$$|x| = |(2k+1)\frac{\pi}{2}| \ge |\frac{\pi}{2}| > \frac{3}{2}$$

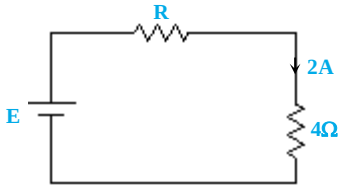
این نشان می‌دهد که اگر $z = x + iy$ ریشه‌ی مخرج باشد، برای آن داریم:

$$|z| = \sqrt{x^2+y^2} \ge \sqrt{x^2} = |x| > \frac{3}{2}$$

پس همه‌ی نقاط تکین تابع f خارج از دایره‌ی $|z| = \frac{3}{2}$ قرار گرفته‌اند. بنابراین f درون و روی این منحنی تحلیلی است و لذا داریم: $\mathbf{\int_C f(z)\,dz = 0}$

مدارهای الکتریکی ۱ و ۲

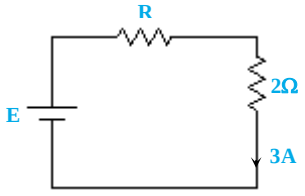
۴۳ـ گزینه «۳» هر شبکه مقاومتی خطی با منابع نابسته را می‌توان با یک مدار معادل تونن مدل کرد. در این تست، ابتدا باید از طریق اطلاعات داده شده، پارامترهای این مدار معادل تونن شامل E یا ولتاژ تونن و R یا مقاومت تونن را بدست آوریم. بدین منظور آزمایش اول که در آن دو سر A و B اتصال کوتاه شده‌اند را در نظر می‌گیریم:



با یک KVL ساده داریم:

$$\frac{E}{R+4} = 2 \Rightarrow 2R - E = -8$$

در مرحله دوم، حالتی را در نظر می‌گیریم که دو سر B و C اتصال کوتاه شده‌اند:



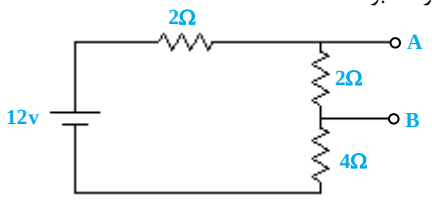
در این جا نیز با یک KVL ساده می‌توان نوشت:

$$\frac{E}{R+2}=3 \Rightarrow 3R-E=-6$$

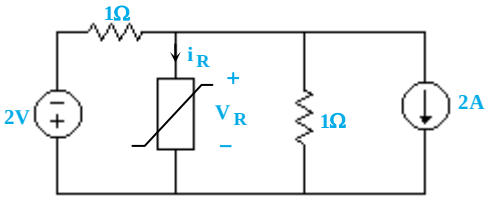
حال باید از طریق روابط بدست آمده مقدار E و R را پیدا کنیم:

$$\begin{cases}2R-E=-8\\3R-E=-6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}R=2\Omega\\E=12v\end{cases}$$

با پیدا کردن مقادیر پارامترهای E و R، یافتن مدار معادل تونن از دو سر A و B کار چندان سختی نخواهد بود:

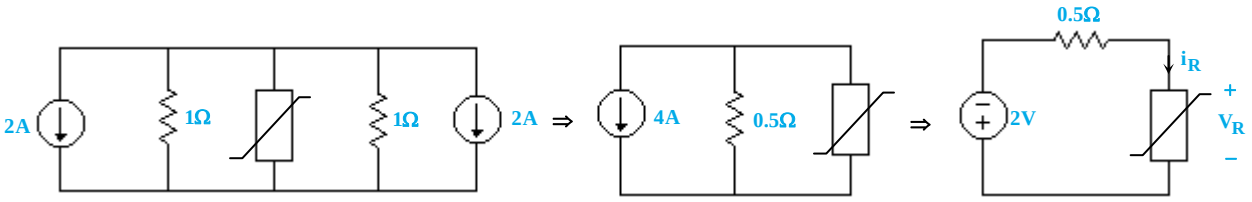


$$V_{th}=\frac{2}{2+6}\times12=3v \quad و \quad R_{th}=2\|6=\frac{2\times6}{2+6}=\frac{3}{2}\Omega$$



۴۴ـ گزینه «۱» برای محاسبه توان مصرفی مقاومت غیرخطی مشخص شده در شکل باید ولتاژ و جریان آن را محاسبه کنیم؛ با توجه به این که این دو پارامتر مجهول تنها نیازهای محاسباتی ما هستند، می‌توانیم تمامی قسمت سمت چپ مدار موازی با منبع ولتاژ ۲ ولتی و تمام شاخه‌های سری با منبع جریان ۲ آمپری در قسمت راست مدار را حذف کنیم تا مدار پیچیده موجود به مدار ساده روبرو تبدیل گردد:

حال با چند بار استفاده از قواعد تبدیل مدار تونن و نورتن می‌توان مدار معادلی که از دو سر مقاومت غیرخطی R دیده می‌شود را بدست آورد:



با KVL زدن در حلقه مدار معادل بدست آمده و با مدنظر قرار دادن مشخصه مقاومت R می‌توان نوشت:

$$2+0/5i_R+V_R=0\Rightarrow V_R=-2-0/5i_R=1/5i_R^2\Rightarrow\begin{cases}i_R=-1A\\V_R=-1/5v\end{cases}$$

و در نهایت می‌توان با استفاده از رابطه مقابل توان مصرفی مقاومت غیرخطی R را محاسبه نمود:

$$P_R=V_R\times i_R=1/5w$$

۴۵ـ گزینه «۲» در اولین گام از حل تست با داشتن مقدار انرژی ذخیره شده در خازن C_2 ولتاژ آن را محاسبه می‌کنیم:

$$W_{C_2}=\frac{1}{2}C_2V_{C_2}^2=\frac{1}{2}\times2\times10^{-6}\times V_{C_2}^2=25\times10^{-6}\Rightarrow V_{C_2}^2=25\Rightarrow V_{C_2}=5\,v$$

در ادامه باید ببینیم چه شرایطی باید در مدار حاکم باشد تا دیود D روشن شود؛ کاملاً مشخص است که اگر ولتاژ خازن C_1 بیشتر از ولتاژ خازن C_2 شود، دیود روشن خواهد شد و این زمانی اتفاق خواهد افتاد که خازن C_1 حداقل به اندازه ۵ ولت شارژ شود. ولتاژ خازن C_1 را قبل از وصل شدن دیود به راحتی می‌توان محاسبه نمود:

$$V_{C_1}(t)=V_{C_1}(\infty)+\left(V_{C_1}(0)-V_{C_1}(\infty)\right)e^{-\frac{t}{RC_1}}=10-10e^{-t}$$

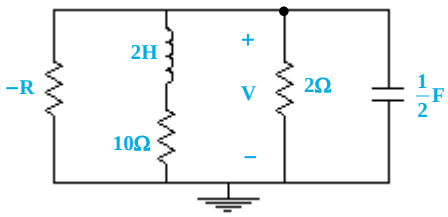
دقت کنید که t در رابطه فوق برحسب میلی‌ثانیه است.

همانطور که گفتیم دیود D زمانی وصل می‌شود که ولتاژ خازن C_1 به ۵ ولت برسد:

$$V_{C_1}(t)=10-10e^{-t}=5\Rightarrow t=-Ln(0/5)=Ln2\,ms$$

بعد از وصل شدن دیود در زمان $t=Ln2$ میلی‌ثانیه، دو خازن موازی بطور همزمان شارژ می‌شوند. در این حالت دیود تا $t=2$ میلی‌ثانیه یعنی زمانی که تغذیه مدار قطع می‌گردد، روشن بوده و هر دو خازن شارژ می‌شوند. بعد از این زمان خازن C_1 شروع به دشارژ شدن کرده و انرژی‌اش روی مقاومت مصرف می‌شود. اما ولتاژ خازن C_2 با قطع دیود D ثابت خواهد ماند.

۴۶ـ گزینه «۴» ولتاژ تنها گره موجود در مدار را V نامیده و شروع می‌کنیم به KCL زدن تا از طریق یافتن معادله مشخصه V فرکانس‌های طبیعی مدار را مشخص کنیم:



$$KCL:\ (-\frac{1}{R}+\frac{1}{2S+10}+\frac{1}{2}+\frac{S}{2})V=0 \Rightarrow \frac{-2S-10+R+R(S+1)(S+5)}{(2S+10)R}V=0$$

$$\Rightarrow \frac{RS^2+(6R-2)S+6R-10}{(2S+10)R}V=0$$

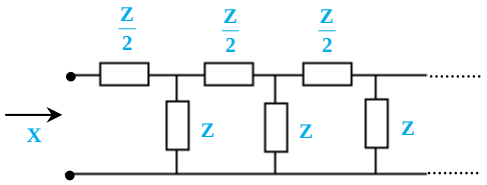
بنابراین $RS^2+(6R-2)S+6R-10=0$ معادله مشخصه V بوده و ریشه‌های آن فرکانس‌های طبیعی مدار هستند. برای این که مدار نوسان کند باید فرکانس‌های طبیعی مدار موهومی محض باشند، یعنی ضریب S در چندجمله‌ای مشخصه صفر بوده و دو ضریب دیگر چندجمله‌ای هم‌علامت باشند:

$$6R-2=0 \Rightarrow R=\frac{1}{3}\Omega \quad و \quad \begin{cases} R=\frac{1}{3}>0 \\ 6R-10=-8<0 \end{cases}$$

می‌بینیم که تنها Rای که شرط اول را ارضا می‌کند، نمی‌تواند شرط دوم را برآورده سازد؛ بنابراین، این مدار هرگز نوسانی نخواهد شد.

◆ ◆ ◆ ◆

۴۷ـ گزینه «۴» مدار زیر را در نظر گرفته، سعی می‌کنیم امپدانس معادل X را بدست آوریم:



با توجه به نامحدود بودن مدار می‌توان نوشت:

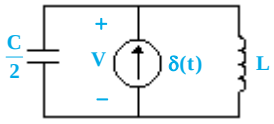
$$X=\frac{Z}{2}+Z \,\|\, X=\frac{Z}{2}+\frac{XZ}{X+Z} \xrightarrow{\times(X+Z)} X^2+XZ=\frac{Z^2}{2}+\frac{XZ}{2}+XZ \Rightarrow X^2-\frac{XZ}{2}-\frac{Z^2}{2}=0$$

$$X=\frac{1}{2}\times\left(\frac{Z}{2}\pm\sqrt{\frac{Z^2}{4}-4\times1\times\left(-\frac{Z^2}{2}\right)}\right)\Rightarrow\begin{cases} X=Z \\ X=-\frac{Z}{2} \end{cases}$$

از دو مقدار به دست آمده برای X تنها مقدار اول یعنی $X=Z$ قابل قبول می‌باشد. حال با توجه به نتایج این محاسبات می‌توان هم شبکه سلفی و هم شبکه خازنی را براحتی مدل کرد:

$$L_{eq}=L \quad C_{eq}=\frac{C}{2}$$

دقت کنید که امپدانس Z را در شبکه سلفی باید LS و در شبکه خازنی باید $\frac{2}{CS}$ در نظر گرفت. با جایگذاری سلف و خازن معادل مداری به شکل روبرو خواهیم داشت:



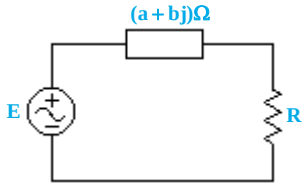
حال به سادگی می‌توان ولتاژ دو سر منبع جریان را محاسبه نمود:

$$V(S)=1\times\frac{LS\times\frac{2}{CS}}{LS+\frac{2}{CS}}=\frac{2LS}{LCS^2+2}=\frac{\frac{2}{C}S}{S^2+\frac{2}{LC}} \Rightarrow V(t)=\frac{2}{C}\cos\sqrt{\frac{2}{LC}}t$$

۴۸ـ گزینه «۳» برای حل این تست باید دو نکته اساسی زیر را در نظر بگیرید:

۱ـ مقدار خازن C در حالت DC هیچ‌گونه تأثیری در توان نهایی مقاومت R نخواهد داشت، چرا که در نهایت خازن مدار باز خواهد شد.

۲ـ در این تست نمی‌توانیم از صورت اصلی قضیه تطبیق امپدانس استفاده کنیم و بگوییم امپدانس شبکه باید برابر مزدوج امپدانس بار باشد، چرا که این قضیه مقدار بهینه امپدانس **بار** را تعیین می‌کند، اما در اینجا ما می‌خواهیم مقدار بهینه امپدانس **شبکه** را تعیین کنیم.



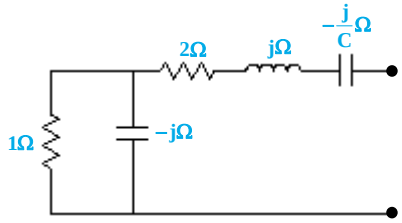
با مدنظر قرار دادن نکته اول بی‌مقدمه منابع ولتاژ DC را صفر کرده و به سراغ منبع سینوسی می‌رویم. قبل از تحلیل مدار، بیایید مدار روبرو را در نظر گرفته ببینیم مقدار بهینه پارامتر b برای این که حداکثر توان به مقاومت R برسد، چقدر است:

با یک تقسیم ولتاژ ساده داریم:

$$V_R=\frac{R}{a+R+bj}E\Rightarrow P_R=\frac{|V_R|^2}{2R}=\frac{R}{2((a+R)^2+b^2)}|E|^2$$

از رابطه نهایی کاملاً مشخص است برای این که حداکثر توان به مقاومت R برسد باید داشته باشیم $b=0$.

با در نظر گرفتن این نکته اکنون می‌توانیم به حل تست بپردازیم. کافیست راکتانس معادل شبکه را از دید بار مقاومتی محاسبه کرده و آن را برابر صفر قرار دهیم:



با توجه به شکل فوق داریم:

$$Z_n=\frac{1\times -j}{1-j}+2+j-\frac{j}{C}=2/5+j\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{C}\right)$$

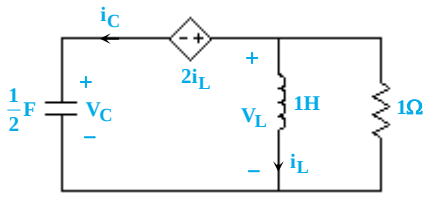
حال مقدار راکتانس شبکه را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{C}=0\Rightarrow C=2F$$

لازم به ذکر است، بود یا نبود مقاومت سه اهمیِ سمت راست در بهینه‌سازی مقدار C تأثیرگذار نیست؛ زیرا زمانی که توان حداکثری به مجموعه دو مقاومت موازی با مقادیر ثابت و معین برسد، می‌توان گفت هر یک از این دو مقاومت نیز در حال دریافت توان حداکثری خود هستند؛ بنابراین در عمل می‌توان مقاومت ۳ اهمی را قسمتی از بار در نظر گرفت؛ در این حالت مقدار ولتاژ تونن E یا ولتاژ مدار باز دیده شده از دو سر بار، مستقل از مقدار خازن C خواهد بود.

◆ ◆ ◆ ◆

۴۹ـ گزینه «۱» برای پیدا کردن معادله مسیر حالت در این تست چاره‌ای جز محاسبه متغیرهای حالت مدار و یافتن رابطه میان آن‌ها نداریم. شکل مدار را در نظر گرفته، با یک KVL ساده، ولتاژ سلف و مشتق جریان سلف را بدست می‌آوریم:



$$\dot{i}_L=V_L=V_C+2i_L$$

حال با یک KCL در گره مرکزی مدار جریان خازن و مشتق ولتاژ آن را پیدا می‌کنیم:

$$i_C+i_L+\frac{V_L}{1}=\frac{1}{2}\dot{V}_C+i_L+V_C+2i_L=0\Rightarrow\dot{V}_C=-6i_L-2V_C$$

بنابراین معادلات حالت سیستم به شکل زیر بوده و می‌توان با توجه به شرایط اولیه مقدار متغیرهای حالت سیستم را محاسبه کرد:

$$\begin{bmatrix}\dot{i}_L\\ \dot{V}_C\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 1\\ -6 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_L\\ V_C\end{bmatrix}$$

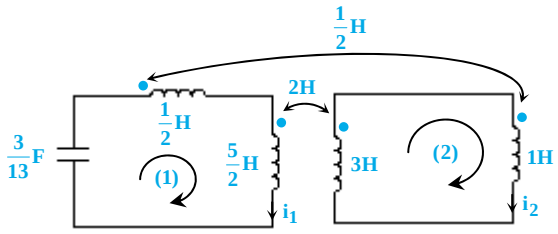
$$\begin{bmatrix}i_L(S)\\ V_C(S)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}S-2 & -1\\ 6 & S+2\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}i_L(0)\\ V_C(0)\end{bmatrix}=\frac{1}{S^2+2}\begin{bmatrix}S+2 & 1\\ -6 & S-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{2}{S^2+2}\\ \frac{2S-4}{S^2+2}\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{cases}i_L(t)=\frac{2}{\sqrt{2}}\sin\sqrt{2}t\\ V_C(S)=2\cos\sqrt{2}t-\frac{4}{\sqrt{2}}\sin\sqrt{2}t\end{cases}$$

با کمی دقت در گزینه‌ها و سعی و خطا می‌توان به گزینه (۱) بعنوان پاسخ صحیح تست رسید:

$$V_C^2+6i_L^2+4V_Ci_L=4\cos^2\sqrt{2}t+8\sin^2\sqrt{2}t-\frac{16}{\sqrt{2}}\sin\sqrt{2}t\cos\sqrt{2}t+12\sin^2\sqrt{2}t+\frac{16}{\sqrt{2}}\sin\sqrt{2}t\cos\sqrt{2}t-16\sin^2\sqrt{2}t=$$

$$4\cos^2\sqrt{2}t+4\sin^2\sqrt{2}t=4$$

۵۰ـ گزینه «۴» با تعریف جریان‌های i_1 و i_2 بعنوان جریان حلقه‌های مدار شروع به تحلیل مدار می‌کنیم:



ابتدا در حلقه (۱) ، KVL می‌زنیم:

$$\frac{۱۳}{۳S}i_۱+\frac{۱}{۲}Si_۱+\frac{۱}{۲}Si_۲+\frac{۵}{۲}Si_۱-۲Si_۲=۰\Rightarrow\left(\frac{۱۳}{۳S}+۳S\right)i_۱-\frac{۳}{۲}Si_۲=۰$$

و سپس در حلقه (۲):

$$۳Si_۲-۲Si_۱+Si_۲+\frac{۱}{۲}Si_۱=۰\Rightarrow-\frac{۳}{۲}Si_۱+۴Si_۲=۰$$

با جمع‌آوری روابط بدست آمده داریم:

$$\begin{bmatrix}\frac{۱۳}{۳S}+۳S & -\frac{۳}{۲}S\\ -\frac{۳}{۲}S & ۴S\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_۱\\ i_۲\end{bmatrix}=۰$$

با محاسبه ریشه‌های دترمینان ماتریس ضرایب در رابطه فوق می‌توان فرکانس نوسانات مدار را محاسبه نمود:

$$\begin{vmatrix}\frac{۱۳}{۳S}+۳S & -\frac{۳}{۲}S\\ -\frac{۳}{۲}S & ۴S\end{vmatrix}=\frac{۳۹}{۴}S^۲+\frac{۵۲}{۳}=۰\Rightarrow S^۲+\frac{۱۶}{۹}=۰\Rightarrow\omega=\frac{۴}{۳}\Rightarrow f=\frac{\omega}{۲\pi}=\frac{۲}{۳\pi}\ Hz$$

۵۱ـ گزینه «۲» با داشتن ۴ عنصر ذخیره‌کننده انرژی شامل ۳ سلف و یک خازن، این مدار دارای ۴ فرکانس طبیعی می‌باشد. از طرفی وجود یک حلقه سلفی در مدار تضمین می‌کند که یکی از این فرکانس‌های طبیعی صفر باشد. از آنجایی که قطب‌های توابع انتقال مختلف در مدار بطور پیش‌فرض برابر فرکانس‌های طبیعی مدار هستند، بنابراین انتظار داریم که تابع انتقال $\frac{V_o}{I_S}$ دارای چهار قطب باشد که یکی از آن‌ها صفر است. اما نکته‌ی مهمی که در این تست نباید نادیده گرفته شود، صفرهای تابع انتقال است. در فرکانس $S=۰$ علاوه بر اتصال کوتاه شدن خروجی مدار ناشی از سلف سمت راست مدار، دو سر منبع جریان نیز بدلیل وجود سلف موازی با آن اتصال کوتاه می‌شود؛ بنابراین در عمل خروجی صفر خواهد بود و لذا تابع انتقال $\frac{V_o}{I_S}$ باید حداقل یک صفر در $S=۰$ داشته باشد؛ این یعنی $S=۰$ دیگر نمی‌تواند قطب $H(S)$ باشد و در عمل تابع انتقال $\frac{V_o}{I_S}$ دارای سه قطب بوده که هیچ یک صفر نیستند.

۵۲ـ گزینه «۲» با توجه به شکل مدار اگر بتوانیم مقدار پارامتر $V_۲$ دوقطبی را برحسب پارامترهای $V_۱$ و $i_۲$ بیان کنیم، می‌توانیم با توجه به مشخص بودن $V_۱$ و با نوشتن $i_۲$ برحسب $V_۲$، مقدار $V_۲$ یا همان V_o را حساب کنیم. بنابراین در عمل نیازمند تعیین پارامترهای رابطه زیر هستیم:

$$V_۲=\alpha V_۱+\beta i_۲$$

$$\alpha=\left.\frac{V_۲}{V_۱}\right|_{i_۲=۰}\ ,\quad \beta=\left.\frac{V_۲}{i_۲}\right|_{V_۱=۰}$$

حال بیایید ببینیم تست چه اطلاعاتی در اختیار ما قرار داده است:

$$Y_{۲۱}=\left.\frac{i_۲}{V_۱}\right|_{V_۲=۰}=\frac{-S}{S+۲}\qquad ,\qquad A=\left.\frac{V_۱}{V_۲}\right|_{i_۲=۰}=\frac{۱}{S}$$

با توجه به روابط فوق، مشخص است که پارامتر α برابر معکوس پارامتر A می‌باشد:

$$\alpha=\frac{۱}{A}=S$$

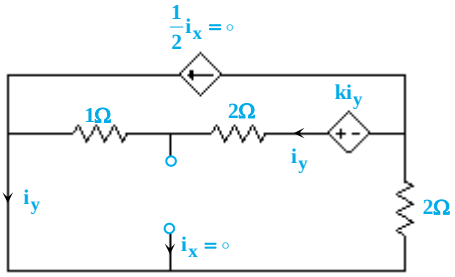
از طرف دیگر می‌توان با صفر قرار دادن V_2 در رابطه مذکور، Y_{21} را برحسب α و β بیان کرد:

$$V_2 = \alpha V_1 + \beta i_2 = 0 \Rightarrow \left.\frac{i_2}{V_1}\right|_{V_2=0} = -\frac{\alpha}{\beta} = Y_{21} = \frac{-S}{S+2} \Rightarrow \beta = \frac{S+2}{S}\alpha = S+2$$

اکنون با داشتن α و β به محاسبه V_o می‌پردازیم:

$$V_o = V_2 = \alpha V_1 + \beta i_2 = S \times \frac{1}{S} - (S+2) \times V_o \Rightarrow (S+3)V_o = 1 \Rightarrow V_o = \frac{1}{S+3} \Rightarrow V_o(t) = e^{-3t}u(t)$$

۵۳ـ گزینه «۱» برای تحلیل این تست کافی است منابع مستقل مدار را غیرفعال کرده و مدار را در حالت DC تحلیل کنیم:

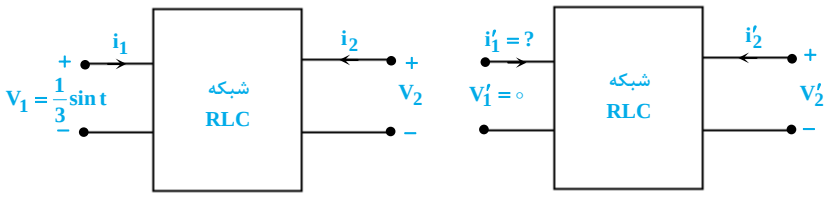


با نوشتن KVL در حلقه پایینی مدار داریم:

$$-1 \times i_y - 2 \times i_y + ki_y - 2i_y = 0 \Rightarrow (k-5)i_y = 0 \Rightarrow k = 5$$

۵۴ـ گزینه «۳» یک تست نه چندان سخت اما زیبا و ظریف که علاوه بر اطلاعات علمی شما، دقتتان در انجام محاسبات را نیز بخوبی محک می‌زند. با توجه به قضیه تلگان می‌دانید که اگر برای یک شبکه دو قطبی، تحت دو آزمایش مختلف، ولتاژ و جریان‌های اولیه و ثانویه V_1، V_2، i_1، i_2 و V_1'، V_2'، i_1' و i_2' بدست آید، می‌توان نوشت $V_1 i_1' + V_2 i_2' = V_1' i_1 + V_2' i_2$. حال بیایید از این قاعده برای حل این تست استفاده کنیم. در عمل می‌توان مدار بالایی در شکل را آزمایش اول و مدار پایینی را آزمایش دوم قلمداد کرد چرا که هر دو دارای دوقطبی واحدی هستند.

حال باید مقدار جملات موجود در رابطه گفته شده را تعیین کنیم.



توانی که به سیم‌پیچ n_1 می‌رسد، برابر $\sin 2t$ است و این یعنی $V_2 i_2 = -\sin 2t$. دقت کنید که جهت جریان i_2 در خلاف جهت جریان دریافتی سیم‌پیچ می‌باشد. از طرفی با توجه به روابط ترانسفورماتور داریم $i_2' = -\frac{2}{3}i_2$. پس می‌توان نوشت:

$$V_2 i_2' = \frac{2}{3}\sin 2t = \frac{4}{3}\sin t \cos t$$

از طرفی با توجه به روابط ترانسفورماتور داریم $V_2' = \frac{3}{2}V_2$ و بنابراین خواهیم داشت:

$$V_2' i_2 = -\frac{3}{2}\sin 2t = -3\sin t \cos t$$

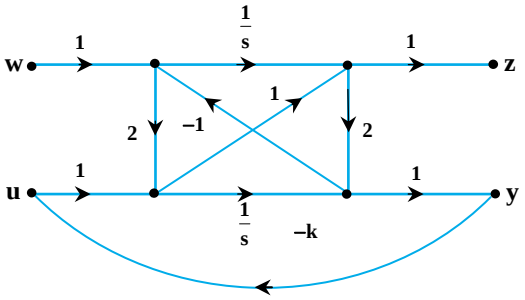
اکنون همه چیز برای استفاده از رابطه مذکور آماده است:

$$V_1 i_1' + V_2 i_2' = V_1' i_1 + V_2' i_2 \Rightarrow \frac{1}{3}i_1' \sin t + \frac{4}{3}\sin t \cos t = 0 - 3\sin t \cos t \Rightarrow i_1' = \frac{-\frac{13}{3}\cos t \sin t}{\frac{1}{3}\sin t} = -13\cos t$$

$$i_{SC} = -i_1' = 13\cos t$$

سیستم‌های کنترل خطی

۵۵ـ گزینه «۲» ابتدا قانون کنترلی $u=-ky$ را اعمال می‌کنیم و داریم:



اکنون با توجه به نمودار SFG فوق، تابع تبدیل $\frac{z}{w}$ را به کمک قاعده میسون می‌نویسیم:

حلقه‌ها:

$$\left.\begin{array}{l} L_1=(1)(2)(-1)(2)=-4 \\ L_2=(-1)(2)(\frac{1}{s})=-\frac{2}{s} \\ L_3=(-1)(\frac{1}{s})(2)=-\frac{2}{s} \\ L_4=(1)(1)(2)(1)(-k)=-2k \\ L_5=(1)(\frac{1}{s})(1)(-k)=-\frac{k}{s} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta=1-(-4-\frac{2}{s}-\frac{2}{s}-2k-\frac{k}{s}) \Rightarrow \Delta=1+4+(4+k)\frac{1}{s}+2k \Rightarrow \Delta=2k+5+(k+4)\frac{1}{s}$$

مسیرهای پیشرو:

$$P_1=\frac{1}{s} \quad , \quad \Delta_1=1+\frac{k}{s} \quad , \quad P_2=2 \quad , \quad \Delta_2=1$$

با توجه به حلقه‌ها و مسیرهای پیشرو خواهیم داشت:

$$\frac{z}{w}=\frac{P_1\Delta_1+P_2\Delta_2}{\Delta}=\frac{\frac{1}{s}(1+\frac{k}{s})+2}{2k+5+(k+4)\frac{1}{s}}=\frac{2s^2+s+k}{(2k+5)s^2+(k+4)s}$$

۵۶ـ گزینه «۴» ابتدا جدول راث را تکمیل می‌کنیم، سپس به کمک ستون اول جدول راث روی پایداری بحث می‌کنیم.

S^7	A	B	C	D
S^6	E	F	G	H
S^5	I	J	K	0
S^4	$\frac{IF-EJ}{I}=M$	$\frac{IG-EK}{I}=N$	H	
S^3	$\frac{MJ-IN}{M}=Z$	$\frac{MK-IH}{M}=X$	0	
S^2	$\frac{ZN-MX}{Z}=Q$	H		
S^1	$\frac{QX-ZH}{Q}=P$			
S^0	H			

با کمک پارامترهای جدید M و N و X و Z و P و Q که روی جدول راث تعریف کرده‌ایم؛ روی عناصر ستون اول جدول بحث می‌کنیم و نشان می‌دهیم که به هر صورت حداقل یک تغییر علامت روی ستون اول خواهیم داشت.

اگر $M<0$ باشد که تغییر علامت داریم و ناپایدار است. پس فرض می‌کنیم $M>0$ است که با این فرض قطعاً $x<0$ خواهد بود. از طرف دیگر، اگر $Q<0$ و Z بگیریم که باز هم ناپایدار است پس با فرض خوش‌بینانه $Q>0$ و Z ادامه می‌دهیم.

با این فرضیات باز هم این بار $P<0$ خواهد بود و تغییر علامت داشته و سیستم ناپایدار است.

بنابراین می‌توان توضیحات فوق را به صورت مقابل خلاصه کرد: $M>0 \rightarrow X<0$ $\quad$ $M<0 \rightarrow$ ناپایدار

علامت Z و Q به طور قطعی قابل تعیین نیست، پس:

$$\begin{cases} Z<0 \\ \text{یا} \\ Q<0 \end{cases} \rightarrow \text{ناپایدار} \qquad \begin{cases} Z>0 \\ \text{و} \\ Q>0 \end{cases} \rightarrow P=\frac{\overset{\oplus\ominus}{\uparrow\uparrow}\overset{\oplus\oplus}{\uparrow\uparrow}}{Q\ X-Z\ H}<0$$

$$\downarrow \oplus$$

۵۷ـ گزینه «۲» ابتدا بازه‌ی k برای $Re(s)<0$ را تعیین کرده، سپس بازه‌ی k برای $Re(s)>-2$ را می‌یابیم، اشتراک دو ناحیه‌ی به‌دست آمده، پاسخ مسأله خواهد بود.

$$\Delta(s)=1+\frac{k}{s}\frac{15}{s^2+5s+11}=0 \rightarrow s^3+5s^2+11s+15k=0$$

ابتدا ناحیه k برای دستیابی به $Re(s)<0$:

s^3	1	11
s^2	5	15k
s^1	$\frac{55-15k}{5}>0$	$55-15k>0 \rightarrow k<\frac{11}{3}$
s^0	$15k>0$	$15k>0 \rightarrow k>0$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} 0<k<\frac{11}{3}$$

ناحیه k برای دستیابی به $Re(s)>-2$:

برای یافتن وضعیت قطبها نسبت به خط $Re(s)=-2$ ابتدا معادله مشخصه را اصلاح می‌کنیم، به این ترتیب که در معادله مشخصه $s-2$ را جایگزین s می‌کنیم. پس داریم:

$$\Delta'(s)=\Delta(s-2)=(s-2)^3+5(s-2)^2+11(s-2)+15k=0$$

$$\Delta'(s)=s^3-6s^2+12s-8+5s^2-20s+20+11s-22+15k=0$$

$$\Delta'(s)=s^3-s^2+3s+15k-10=0$$

جدول راث را تشکیل می‌دهیم، چون می‌خواهیم فقط دو ریشه‌ی معادله مشخصه سمت راست خط $Re(s)=-2$ باشد؛ پس باید ستون اول جدول راث، دو تغییر علامت داشته باشد. بنابراین دو حالت می‌تواند رخ دهد:

حالت اول:

s^3	1	3
s^2	-1	$15k-10$
s^1	$\frac{-3+10-15k}{-1}<0$	$\frac{7-15k}{-1}<0 \rightarrow 7-15k>0 \rightarrow 15k<7 \rightarrow k<\frac{7}{15}$
s^0	$15k-10>0$	$15k-10>0 \rightarrow 15k>10 \rightarrow k>\frac{2}{3}$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} \text{تهی } \Phi$$

حالت دوم:

s^3	1	3
s^2	-1	$15k-10$
s^1	$\frac{-3+10-15k}{-1}>0$	$\frac{7-15k}{-1}>0 \rightarrow 7-15k<0 \rightarrow 15k>7 \rightarrow k>\frac{7}{15}$
s^0	$15k-10>0$	$15k-10>0 \rightarrow 15k>10 \rightarrow k>\frac{2}{3}$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} k>\frac{2}{3}$$

برای این‌که $Re(s) < ۰$ باشد ناحیه $۰ < k < \frac{۱۱}{۳}$ و برای این‌کـه $Re(s) > -۲$ باشـد ناحیـه $k > \frac{۲}{۳}$ بـه دسـت آمـد. بنـابراین بـرای $-۲ < Re(s) < ۰$، اشتراک دو ناحیه‌ی فوق پاسخ خواهد بود:

$$\{۰ < k < \frac{۱۱}{۳}\} \bigcap \{k > \frac{۲}{۳}\} = \{\frac{۲}{۳} < k < \frac{۱۱}{۳}\}$$

۵۸ـ گزینه «۱» برای پاسخ به این سؤال ابتدا تابع تبدیل حلقه بسته $T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$ را می‌نویسیم:

$$T(s) = \frac{s^{n+۲} + ۵s^{n+۱} + ۴s^{n}}{s^{n+۳} + ۴s^{n+۲} + ۲s^{n+۱} + ۴s^{n} + s + ۱}$$

اکنون به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه (۱) درست است. اگر $n > ۲$ قرار دهیم، در معادله مشخصه (مخرج تابع تبدیل حلقه بسته) ترم‌های با توان ۲ تا توان $n-۱$ ظاهر نمی‌شـود، بنـابراین سیستم قطعاً ناپایدار است.

گزینه (۲) نادرست است. با توجه به رابطه‌ی $\frac{a_۰ - b_۰}{a_۰}$ که در تعیین خطای حالت دائمی به کمک تابع تبدیل حلقه بسته مطرح است، مشخص می‌شود که:

$$n = ۰ \rightarrow e_{ss} = \frac{a_۰ - b_۰}{a_۰} = \frac{۵ - ۴}{۴} = \frac{۱}{۴} \quad , \quad n > ۰ \rightarrow e_{ss} = \frac{a_۰ - b_۰}{a_۰} = \frac{۱ - ۰}{۱} = ۱$$

گزینه (۳) نادرست است. با کمک e_{ss} برای $n = ۰$ در بالا که برابر $\frac{۱}{۴}$ شد، واضح است که این گزینه نیز نادرست است.

کلید اولیه سازمان سنجش گزینه (۴) (یعنی صحیح بودن گزینه های ۱ و ۳) را اعلام کرده است که با توجه به توضیحات بالا مشخص است کـه گزینـه (۳) نادرست است.

۵۹ـ گزینه «۳» به کمک شکل سمت چپ و انتقال امپدانس بار به سمت موتور، تابع تبدیل $\frac{\theta_m}{T_m}$ به دست می‌آید:

امپدانس‌های منتقل شده: $k'_L = (\frac{۱}{۱۰})^۲ k_L$ و $B'_L = (\frac{۱}{۱۰})^۲ B_L$ و $J'_L = (\frac{۱}{۱۰})^۲ J_L$.

بنابراین تابع تبدیل $\frac{\theta_m}{T_m}$ چنین است:

$$\frac{\theta_m}{T_m} = \frac{۱}{\frac{۱}{۱۰۰} J_L S^۲ + (B_m + \frac{۱}{۱۰۰} B_L)S + K_m + \frac{۱}{۱۰۰} K_L} = G(s)$$

از طرف دیگر اطلاعات داده شده در صورت سؤال چنین است:

$$T_m(s) = \frac{۱}{s} \ , \ \cos\theta = \cos(۶۰^\circ) = \frac{۱}{۲} = \xi \ , \ K_L = ۱۰۰$$

$$\text{پاسخ دائمی} = G(۰) = \frac{۱}{۲} \qquad t_{P_۲} = \sqrt{۳} \quad \text{زمان پیک دوم}$$

بنابراین داریم:

$$G(۰) = \frac{۱}{۲} \rightarrow \frac{۱}{k_m + \frac{۱}{۱۰۰} k_L} = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{k_L = ۱۰۰} k_m = ۱$$

$$t_{p_n} = \frac{n\pi}{\omega_d} \rightarrow t_{P_۲} = \frac{۲\pi}{\omega_d} = \frac{۲\pi}{\omega_n \sqrt{۱ - \xi^۲}} = \frac{۲\pi}{\omega_n \sqrt{۱ - \frac{۱}{۴}}}$$

$$t_{P_۲} = \sqrt{۳} \rightarrow \frac{۲\pi}{\omega_n \frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \sqrt{۳} \rightarrow \omega_n = \frac{۴\pi}{۳}$$

توجه: $T_m(s) = \frac{۱}{۵}$ در صورت سؤال، اشتباه تایپی است و صحیح آن $T_m(s) = \frac{۱}{s}$ می‌باشد.

۶۰ـ گزینه «۱» ابتدا تابع تبدیل $\frac{Y}{R}$ و $\frac{Y}{W}$ را می‌یابیم:

$$G_p=\frac{Y}{R}=\frac{\frac{kk_p}{s(\tau s+1)}}{1+\frac{kk_D s}{s(\tau s+1)}+\frac{kk_p}{s(\tau s+1)}}=\frac{kk_p}{\tau s^2+(kk_D+1)s+kk_p}$$

$$G_w=\frac{Y}{W}=\frac{1}{1+\frac{kk_D s}{s(\tau s+1)}+\frac{kk_p}{s(\tau s+1)}}=\frac{s(\tau s+1)}{\tau s^2+(kk_D+1)s+kk_p}$$

از تابع تبدیل $\frac{Y}{R}$ پیداست که با توجه به رابطه‌ی $e_{ss}=\frac{a_0-b_0}{a_0}$ در تعیین خطا به ورودی مرجع پله‌ی واحد، خطای حالت دائمی بـه ورودی $R(t)$ برابر صفر است.

برای تعیین خطای ناشی از اغتشاش $W(t)$، پاسخ حالت دائمی را به اغتشاش $W(t)$ به دست می‌آوریم:

$$Y_w=W(s)G_w(s)$$

$$y_w(\infty)=\lim_{s\to 0}sY_w(s)=\lim_{s\to 0}s\frac{1}{S}G_w(s)=G_w(0)=0$$

از آنجایی‌که $W(t)$ اغتشاش است، پس خطای حالت دائمی به $W(t)$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$e_{ssw}=0-y_w(\infty)=0-0=0$$

◆ ◆ ◆ ◆

۶۱ـ گزینه «۳» گزینه (۱) نادرست است. این گزاره اگر به‌طور نسبی بیان شود صحیح است؛ یعنی اگر گفته می‌شد در صورتی‌که قطبها سمت چپ یا راست $\sigma=-2$ باشد زمان نشست کمتر یا بیشتر از ۲ ثانیه است صحیح بود. اما در اینجا چون به‌طور مطلق بیان شده نادرست است.

گزینه (۲) نادرست است. اگر سیستم ناکمینه فاز دارای تعداد زوج صفر سمت راست محور موهومی باشد آنگاه پدیده پایین‌زدگی رخ نمی‌دهد.

گزینه (۳) درست است.

با توجه به این‌که می‌دانیم، اغتشاش از هر نقطه‌ای که به سیستم وارد شود باید قطبهای تبدیل لاپلاس اغتشاش به عنوان قطب حداقل یکی از بلوک‌های قبل از آن در مسیر پیشرو دیده شود تا اثر اغتشاش حذف شود. بنابراین اگر اغتشاش مستقیماً به خروجی وارد شود فقط می‌تواند به وسیله‌ی قطب‌های سیستم یا کنترلر حذف شود و اگر به ورودی سیستم وارد شود فقط می‌تواند به وسیله‌ی قطب‌های کنترلر حذف شود. بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

از یک نگاه دیگر، اگر اغتشاش مستقیم به خروجی وارد شود می‌توان آن را تخمین زد و به‌راحتی از خروجی کم کرد تا اثرش حذف شود ولی اگر از هر نقطه‌ی دیگری وارد سیستم شود دینامیک سیستم روی آن اثر می‌گذارد و به‌سختی قابل حذف شدن است.

گزینه (۴) نادرست است.

با توجه به این‌که منحنی نایکوئیست با ضرب شدن تابع تبدیل در ضریب k ممکن است فشرده یا گسترده (لاغر یا چاق!) شود، پس این فرکانس همان فرکانسی است که با یک k مشخص منحنی نایکوئیست از نقطه بحرانی -1 عبور می‌کند که همان مفهوم مرز پایداری است. مرز پایداری در مکان هندسی ریشه‌ها، همان محل برخورد مکان هندسی با محور $j\omega$ (محور موهومی) است. (و ظاهراً گزینه درستی به نظر می‌رسد.) اما ممکن است در برخی حالت‌ها مثل حالاتی که منحنی نایکوئیست سمت راست محور $j\omega$ محور حقیقی را قطع می‌کند، مکان هندسی ریشه‌ها در آن فرکانس از محور موهومی عبور نکند که در این حالت آن فرکانس لزوماً جزء مکان هندسی ریشه‌ها نیست.

بنابراین عبارت بیان شده در گزینه ۴ در حالت کلی نادرست است.

◆ ◆ ◆ ◆

۶۲ـ گزینه «۴» گزینه (۱) درست است. با توجه به $\frac{Y}{R}=\frac{kG(s)}{1+kG(s)}$، از آنجایی‌که $G(s)$ پایدار و کمینه فاز بوده و بهره DC مثبت داشته و نیز $k>0$ است، بنابراین $\frac{Y}{R}$ پایدار بوده و برای ورودی $r(t)$ پله واحد $(R(s)=\frac{1}{s})$ پاسخ محدود است.

گزینه (۲) درست است. با توجه به $\frac{Y}{D}=\frac{G(s)}{1+kG(s)}$، از آنجایی‌که $G(s)$ پایدار و کمینه فاز بوده و بهره DC مثبت داشته و نیز $k>0$ فقـط در مخـرج کسر ظاهر شده است. بنابراین وقتی $k\to\infty$ آنگاه $y_D\to 0$ خواهد بود.

گزینه (۳) درست است. در این حالت تابع تبدیل $G(s)$ را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\underset{a,b,c>0}{G(s)}=\frac{-s+c}{s^2+as+b}\to\frac{Y}{R}=\frac{-ks+kc}{s^2+(a-k)+b+kc}$$

از تابع تبدیل $\frac{Y}{R}$ به‌دست آمده پیداست به ازای $k > a$ سیستم ناپایدار بوده و پاسخ به ورودی پله واحد بی‌نهایت می‌شود.

گزینه (۴) نادرست است. تابع تبدیل $G(s)$ را به صورت روبرو درنظر می‌گیریم: $\underset{a,b,c>0}{G(s)} = \frac{s-c}{s^2+as+b} \rightarrow \frac{Y}{D} = \frac{s-c}{s^2+(a+k)s+b-kc}$

که ملاحظه می‌شود با توجه به مخرج تابع تبدیل $\frac{Y}{D}$، امکان دارد پاسخ پله میرای شدید شود، این اتفاق زمانی می‌افتد که $(a+k)^2 - 4(b-kc)$ مثبت شود.

◆ ◆ ◆ ◆

۶۳ـ گزینه «۳» این سؤال در واقع سؤال مکان هندسی ریشه‌ها است. ابتدا گزینه‌ها را به فرم استاندارد مکان هندسی می‌نویسیم:

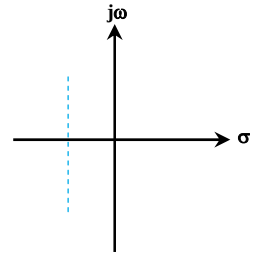
۱) $1+k\frac{13s^2+60}{s^5+18s^4+108s^3+278s^2+467s+280}=0$

۲) $1+k\frac{13s^2+25s+60}{s^5+18s^4+108s^3+278s^2+467s+280}=0$

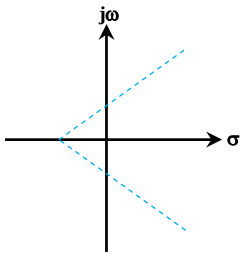
۳) $1+k\frac{108s^3+13s^2+25s}{s^5+18s^4+108s^3+278s^2+467s+280}=0$

کلید حل این سؤال، مفهوم مجانب در مکان هندسی ریشه‌هاست. می‌دانیم تعداد مجانب‌ها برابر درجه نسبی است. در گزینه‌های (۱) و (۲) درجه نسبی برابر ۳ و در گزینه (۳) درجه نسبی برابر ۲ است.

درجه نسبی $r=2$



درجه نسبی $r=3$



بنابراین در گزینه‌های (۱) و (۲) شاخه‌های مکان که برای k های بزرگ به سمت مجانب‌ها میل می‌کنند به سمت راست محور موهومی رفته و ناپایدار می‌شود. تنها در گزینه (۳) است که می‌تواند با قرارگرفتن محل تلاقی مجانبها در سمت چپ محور موهومی، با افزایش k به مقادیر بزرگ شاخه‌های مکان هندسی به سمت چپ محور $j\omega$ بروند و سیستم پایدار باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

۶۴ـ گزینه «۱» در ابتدا تابع تبدیل خروجی به نویز را می‌نویسیم $(\frac{Y(s)}{N(s)})$:

$$G_N(s)=\frac{Y(s)}{N(s)}=\frac{-\frac{k(s)}{s(s+1)(s+2)}}{1+\frac{k(s)}{s(s+1)(s+2)}}=\frac{-k(s)}{s^3+3s^2+2s+k(s)}$$

اکنون گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه (۱) $(k(s)=\frac{k_ps+k_I}{s})$ PI:

$$G_{N_1}(s)=\frac{-(k_ps+k_I)}{s^4+3s^3+2s^2+kps+k_1}$$

گزینه (۲) $(k(s)=k_Ds+k_p)$ PD:

$$G_{N_2}(s)=\frac{-(k_Ds+k_p)}{s^3+3s^2+(2+k_D)s+k_p}$$

گزینه (۳) $(k(s)=\frac{k_I}{s})$ I:

$$G_{N_3}(s)=\frac{-k_I}{s^4+3s^3+2s^2+k_I}$$

گزینه (۴) $(k(s)=k_p)$ p:

$$G_{N_4}(s)=\frac{-k_p}{s^3+2s^2+2s+k_p}$$

همانطور که پیداست معادله مشخصه گزینه (۳) ناپایدار است، چون یکی از ضرایب میانی آن (ضریب s) برابر صفر است. پس گزینه (۳) مردود است.

می‌دانیم که نویز دارای فرکانس بزرگ است یعنی فرکانس بالا می‌باشد. بنابراین درجه نسبی سیستم در اینجا اهمیت می‌یابد که هر چه درجه نسبی سیستم بزرگتر باشد، خروجی به نویز کوچکتر خواهد بود. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۴) می‌تواند جواب باشد.

از طرف دیگر چون گزینه‌ی (۱) در مسیر پیشرو دارای انتگرالگیر است بهتر می‌تواند به کاهش اثر نویز کمک کند.

۶۵ـ گزینه «۴» برای این‌که سیستم فیدبک واحد بتواند خطای محدود به ورودی شیب داشته باشد، باید یک ترم انتگرال‌گیر در مسیر پیشرو آن وجود داشته باشد. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) مردود خواهند بود.

از طرف دیگر برای این‌که سیستم حلقه بسته سریعترین پاسخ بدون فراجهش را داشته باشد باید سیستم میرای بحرانی باشد. به عبارت دیگر معادله مشخصه سیستم حلقه بسته دارای ریشه‌ی مکرر از مرتبه دو باشد.

معادله مشخصه گزینه ۴)

$$\Delta(s)=1+\frac{(k_p s+k_I)(40-4s)}{s(s^2+14s+40)}=0$$

$$\Delta(s)=s^3+(14-4k_p)s^2+(40+k_p-4k_I)s+40k_I=0$$

معادله مشخصه گزینه ۳)

$$\Delta(s)=1+\frac{(k_D s^2+k_p s+k_I)(40-4s)}{s(s^2+14s+40)}=0$$

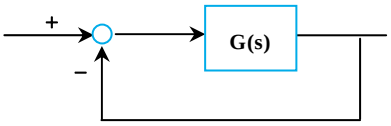
$$\Delta(s)=(1-4k_D)s^3+(14+40k_D-4k_p)s^2+(40k_p-4k_I+40)s+40k_I=0$$

همانطور که از دو معادله مشخصه به‌دست آمده، برای گزینه‌های (۳) و (۴) پیداست برای این‌که دو ریشه معادله مشخصه جایابی شوند باید ۲ پارامتر آزاد داشته باشیم. بنابراین گزینه (۴) صحیح خواهد بود.

۶۶ـ گزینه «۲» نمودار اندازه‌ی پاسخ فرکانسی دارای جهش است که نشان می‌دهد ترم $\frac{1}{s^2+\omega_0^2}$ در تابع تبدیل موجود است (یعنی ترم $s^2+\omega_0^2$ در مخرج تابع تبدیل ظاهر شده است).

اینکه نمودار اندازه هم در فرکانس‌های بالا دارای افزایش یا کاهش نیست، مؤید این است که درجه نسبی سیستم صفر است، یعنی دو قطب و دو صفر خواهیم داشت.

بنابراین تابع تبدیل به فرم زیر خواهد بود:



$$G(s)=\frac{s^2-a^2}{s^2+\omega_0^2}\ ,\ a>0$$

با توجه به توضیحات بالا گزینه (۱) و (۳) نادرست است.

گزینه (۲) درست است. معادله مشخصه سیستم حلقه بسته به صورت $\Delta(s)=s^2+ks^2+\omega_0^2-ka^2$ است که چون معادله مشخصه ضریب s را دارا نیست پس به ازای هیچ مقدار k نمی‌تواند اکیداً پایدار شود.

گزینه (۴) نادرست است. با توجه به معادله مشخصه، واضح است که ضرایب همگی موجود نبوده پس همواره پایدار نیست.

تجزیه و تحلیل سیستم‌ها

۶۷ـ گزینه «۲» بررسی علّی بودن: خروجی در هر لحظه t به ورودی در لحظات $t-1$ و $t-2$ بستگی دارد. بنابراین به لحظات بزرگ‌تر از t (آینده) بستگی ندارد و در نتیجه سیستم علّی می‌باشد.

بررسی خطی بودن: در سیستم‌های چند ضابطه‌ای، هرگاه شرط‌ها ورودی یا خروجی داشته باشند، سیستم غیرخطی خواهد بود. برای بررسی این موضوع خاصیت همگنی را برای سیستم داده شده بررسی می‌کنیم:

$$T\{\alpha x(t)\}=\begin{cases}\alpha x(t-1)\ ,\ \alpha x(t-1)\le 1\\ \alpha x(t-2)\ ,\ \alpha x(t-1)>1\end{cases}\neq \alpha T\{x(t)\}=\alpha\begin{cases}x(t-1)\ ,\ x(t-1)\le 1\\ x(t-2)\ ,\ x(t-1)>1\end{cases}$$

مشاهده می‌شود $T\{\alpha x(t)\}$ برابر $\alpha T\{x(t)\}$ نمی‌باشد، بنابراین این سیستم غیرخطی می‌باشد. توجه شود که ضابطه‌ها در ضریب α ضرب شده‌اند و شاید ظاهراً به نظر برسد که سیستم خطی است ولی به خاطر وجود α در شرط‌ها، باعث می‌شود بازه‌های زمانی برای دو سیگنال $y_1(t)=T\{\alpha x(t)\}$ و $y_2(t)=\alpha T\{x(t)\}$ یکسان نشوند و بنابراین دو سیگنال $y_1(t)$ و $y_2(t)$ با یکدیگر متفاوت باشند. برای مشاهده این مطلب فرض کنید دو سیگنال $x_1(t)=t$ و $x_2(t)=2x_1(t)=2t$ به سیستم مذکور داده می‌شود، خروجی آن‌ها به صورت زیر می‌شود:

$$y_1(t)=\begin{cases}t-1 & , t-1\geq 1\\ t-2 & , t-1<1\end{cases}=\begin{cases}t-1 & , t\geq 2\\ t-2 & , t<2\end{cases}$$

$$y_2(t)=\begin{cases}2(t-1) & , 2(t-1)\geq 1\\ 2(t-2) & , 2(t-1)<1\end{cases}=\begin{cases}2(t-1) & , t\geq \frac{3}{2}\\ 2(t-2) & , t\leq \frac{3}{2}\end{cases}$$

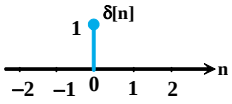
با مقایسه دو سیگنال $y_1(t)$ و $y_2(t)$ مشاهده می‌شود که شرط‌های زمانی آن‌ها متفاوت است و $y_2(t)\neq 2y_1(t)$ است، بنابراین سیستم غیرخطی می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

۶۸ـ گزینه «۱» با توجه به ضابطه داده شده برای سیستم به راحتی می‌توان تشخیص داد که سیستم مذکور حافظه‌دار است. زیرا:

$$y[1]=x([\tfrac{1}{3}])=x[0]$$

بنابراین خروجی در لحظه $n=1$ به ورودی در لحظه صفر بستگی دارد و در نتیجه سیستم حافظه‌دار است. بنابراین گزینه‌های ۳ و ۴ غلط می‌باشند. حال پاسخ به ورودی $\delta[n]$ را به دست می‌آوریم.



سیگنال $\delta[n]$ فقط به ازای $n=1$ مقدار دارد و در بقیه نقاط برابر صفر است:

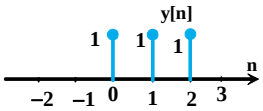
بنابراین $y[n]$ فقط در nهایی مقدار دارد که آرگومان $[\frac{n}{3}]$ برابر صفر شود:

$$[\tfrac{n}{3}]=0 \Rightarrow n=0,1,2$$

بنابراین $y[n]$ فقط به ازای همین سه مقدار n، غیرصفر است و در بقیه نقاط برابر صفر است:

$$y[0]=x([\tfrac{0}{3}])=x[0]=\delta[0]=1 \qquad y[1]=x([\tfrac{1}{3}])=x[0]=\delta[0]=1 \qquad y[2]=x([\tfrac{2}{3}])=x[0]=\delta[0]=1$$

$$y[3]=x([\tfrac{3}{3}])=x[1]=\delta[1]=0 \qquad y[-1]=x([\tfrac{-1}{3}])=x[-1]=\delta[-1]=0 \Rightarrow y[n]=0\ ,\ (n\geq 3\ ,\ n\leq -1)$$



بنابراین ضابطه خروجی به صورت مقابل می‌شود:

$$\Rightarrow y[n]=\delta[n]+\delta[n-1]+\delta[n-2]$$

پس پاسخ سیستم به $\delta[n]$ به صورت $\delta[n]+\delta[n-1]+\delta[n-2]$ می‌باشد. سیستم داده شده خطی است ولی تغییرپذیر با زمان است. این خواص را به راحتی می‌توان برای این سیستم بررسی کرد. بنابراین سیستم مذکور LTI نمی‌باشد. بنابراین بهتر است بگوییم پاسخ سیستم به ورودی $\delta[n]$ را به دست آورده‌ایم. چون فقط در سیستم‌های LTI است که پاسخ ضربه تمام مشخصات سیستم را به دست می‌دهد ولی در سیستم‌هایی که LTI نباشد، پاسخ ضربه تمام مشخصات سیستم را به دست نمی‌دهد و چون سیستم داده شده در این سؤال LTI نیست، بنابراین بهتر است از پاسخ ضربه صحبت نشود. بنابراین گزینه ۱ کامل‌تر است.

◆ ◆ ◆ ◆

۶۹ـ گزینه «۴» ابتدا سیگنال $y[n]=x[1-2n]$ را به دست می‌آوریم:

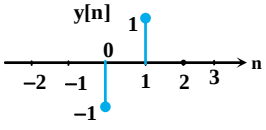
$$y[-1]=x[3]=0 \quad , y[-2]=x[5]=0 \Rightarrow (y[n]=0\ ,\ n\leq -1)$$

$$y[0]=x[1]=-1$$

$$y[1]=x[-1]=1$$

$$y[2]=x[-3]=0\ ,\ y[3]=x[-5]=0 \Rightarrow (y[n]=0\ ,n\geq 2)$$

بنابراین $y[n]$ به صورت زیر می‌شود:



و ضابطه آن به صورت: $y[n]=-\delta[n]+\delta[n-1]$ می‌شود. بنابراین داریم:

$$x[1-2n]*x[n]=y[n]*x[n]=(-\delta[n]+\delta[n-1])*x[n]=-\delta[n]*x[n]+\delta[n-1]*x[n]$$

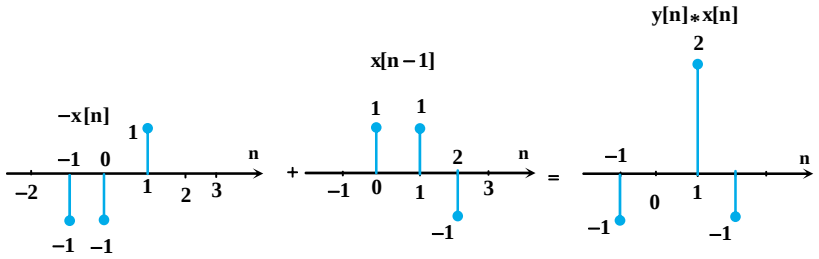
با توجه به خاصیت انتقال‌دهندگی تابع ضربه که به صورت زیر است:

$$x[n]*\delta[n-n_0]=x[n-n_0]$$

سیگنال $y[n]*x[n]$ به صورت زیر می‌شود:

$$y[n]*x[n]=-x[n]+x[n-1]$$

بنابراین کافی است دو سیگنال $-x[n]$ و $x[n-1]$ را رسم کرده و با هم جمع کنیم:



بنابراین مقدار کانولوشن $y[n]*x[n]$ در نقطه $n=1$ برابر ۲ می‌باشد.

۷۰ـ گزینه «۱» برای سیگنال‌های حقیقی داریم:

$X(j\omega)$ حقیقی و زوج $\Leftrightarrow$ $x(t)$ حقیقی و زوج

$X(j\omega)$ موهومی و فرد $\Leftrightarrow$ $x(t)$ حقیقی و فرد

سیگنال‌های داده شده در گزینه‌ها همگی حقیقی هستند و چون قسمت حقیقی تبدیل فوریه آن طبق خاصیت (الف) برابر صفر است $(\mathrm{Re}\{X(j\omega)\}=0)$ بنابراین $X(j\omega)$ موهومی است پس $x(t)$ فرد است. بنابراین یا گزینه ۱ و یا گزینه ۴ صحیح می‌باشند. برای بررسی خاصیت (ب) از خاصیت مشتق‌گیری در زمان برای تبدیل فوریه استفاده می‌کنیم که بصورت زیر است:

$$x'(t)\xleftrightarrow{F} j\omega X(j\omega)$$

طبق فرمول عکس تبدیل فوریه برای سیگنال $x'(t)$ داریم:

$$x'(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} j\omega X(j\omega)e^{j\omega t}\,d\omega$$

اگر در رابطه بالا $t=0$ قرار داده شود، داریم:

$$x'(0)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} j\omega X(j\omega)\,d\omega \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty}\omega X(j\omega)\,d\omega=\frac{2\pi}{j}x'(0)\overset{\text{طبق شرط ب}}{=\!=\!=}0 \Rightarrow x'(0)=0$$

بنابراین مشتق سیگنال $x(t)$ در نقطه $t=0$ باید برابر صفر شود که این موضوع برای گزینه‌های ۱ و ۴ بررسی می‌شود:

$$\text{(۱) گزینه: } x(t)=\begin{cases}t^3e^{-t} & ,t\ge 0\\ t^3e^{t} & ,t<0\end{cases}\Rightarrow x'(t)=\begin{cases}3t^2e^{-t}-t^3e^{-t} & ,t>0\\ 0 & ,t=0\\ 3t^2e^{t}+t^3e^{t} & ,t<0\end{cases}$$

$$\text{(۴) گزینه : } x(t)=\begin{cases}te^{-t} & ,t\ge 0\\ te^{t} & ,t<0\end{cases}\Rightarrow x'(t)=\begin{cases}e^{-t}-te^{-t} & ,t>0\\ 1 & ,t=0\\ e^{t}+te^{t} & ,t<0\end{cases}$$

بنابراین مقدار $x'(0)$ در گزینه ۱ برابر صفر است، پس گزینه (۱) صحیح است. توجه کنید که از روی خاصیت (الف) نتیجه‌گیری کردیم که $X(j\omega)$ موهومی و فرد است. می‌دانیم که انتگرال یک تابع فرد از $-\infty$ تا $+\infty$ برابر صفر است، بنابراین داریم:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega)\,d\omega = 0 \Rightarrow$$

پس خاصیت (ج) نیز برآورده می‌باشد.

◆ ◆ ◆ ◆

۷۱ـ گزینه «۳» طبق خاصیت مشتق‌گیری در فرکانس برای تبدیل فوریه داریم:

$$ty(t) \xleftrightarrow{F} [j\frac{dY(j\omega)}{d\omega}]$$

مشاهده می‌شود که در سمت راست رابطه بالا (j) وجود دارد، بنابراین از داخل کروشه (j) را بیرون می‌کشیم، پس داریم:

$$X(j\omega) = j\frac{d}{d\omega}\{\frac{-j\sin 2\omega - \cos 2\omega}{1+j(\frac{\omega}{3})}\} = j\frac{d}{d\omega}\{\frac{-e^{j2\omega}}{1+j(\frac{\omega}{3})}\} = j\frac{dY(j\omega)}{d\omega} \Rightarrow x(t) = t\,y(t)$$

در این‌جا کافی است عکس تبدیل فوریه $Y(j\omega)$ را به دست آوریم. طبق خاصیت انتقال زمانی برای تبدیل فوریه داریم:

$$x(t+t_0) \xleftrightarrow{F} X(j\omega)e^{j\omega t_0}$$

بنابراین عبارت $e^{j2\omega}$ در $Y(j\omega)$ باعث انتقال زمانی به اندازه ۲ واحد می‌شود. پس کافی است عکس تبدیل فوریه عبارت $-\frac{1}{1+j(\frac{\omega}{3})}$ را به دست آوریم.

طبق فرمول زیر داریم:

$$e^{at}u(t)\ , Re[a] < 0 \xleftrightarrow{F} \frac{1}{j\omega - a}$$

در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\frac{-1}{1+j(\frac{\omega}{3})} = \frac{-3}{j\omega+3} \xrightarrow{F^{-1}} -3e^{-3t}u(t)\ ,\ Re\{-3\} < 0$$

$$\Rightarrow Y(j\omega) = \frac{-3e^{j2\omega}}{j\omega+3} \longrightarrow y(t) = -3e^{-3(t+2)}u(t+2)$$

بنابراین داریم:

$$x(t) = t\,y(t) = -3te^{-3(t+2)}u(t+2)$$

◆ ◆ ◆ ◆

۷۲ـ گزینه «۴» روش اول: سیگنال $x(t)$ مجموع دو سینوسی می‌باشند که دوره تناوب آن‌ها به صورت زیر است:

$$\sin(\frac{2\pi}{4}\times 3t) \rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{(\frac{2\pi\times 3}{4})} = \frac{4}{3}$$

$$\sin(\frac{2\pi}{4}\times t) \rightarrow T_2 = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{(\frac{2\pi}{4})} = 4$$

بنابراین دوره تناوب سیگنال $x(t)$ کوچک‌ترین مضرب مشترک بین T_1 و T_2 می‌باشد. پس داریم:

$$T = \text{ک.م.م}\ (4, \frac{4}{3}) = 4 \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4}$$

بنابراین سیگنال $x(t)$ بصورت زیر می‌شود:

$$x(t) = \sin(3\omega_0 t) + \sin(\omega_0 t) = \frac{e^{j3\omega_0 t} - e^{-j3\omega_0 t}}{2j} + \frac{e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}}{2j}$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{1}{2j}(e^{j3\omega_0} - e^{-j3\omega_0 t} + e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t})$$

کافی است سیگنال $y(t)=x'(1-t)$ را حساب کنیم و ضرایب سری فوریه آن را به طور مستقیم به دست آوریم، لذا داریم:

$$x'(t)=\frac{1}{2j}(j3\omega_0 e^{j3\omega_0 t}+j3\omega_0 e^{-j3\omega_0 t}+j\omega_0 e^{j\omega_0 t}+j\omega_0 e^{-j\omega_0 t})$$

$$=\frac{1}{2}(3\omega_0(e^{j3\omega_0 t}+e^{-j3\omega_0 t})+\omega_0(e^{j\omega_0 t}+e^{-j\omega_0 t}))$$

$$\Rightarrow y(t)=x'(1-t)=\frac{1}{2}[3\omega_0(e^{j3\omega_0(1-t)}+e^{-j3\omega_0(1-t)})+\omega_0(e^{j\omega_0(1-t)}+e^{-j\omega_0(1-t)})]$$

$$\Rightarrow y(t)=\frac{3\omega_0}{2}e^{j3\omega_0}e^{-3j\omega_0 t}+\underbrace{\frac{3\omega_0}{2}e^{-j3\omega_0}}_{b_3}e^{j3\omega_0 t}+\frac{\omega_0}{2}e^{j\omega_0}e^{-j\omega_0 t}+\frac{\omega_0}{2}e^{-j\omega^0}e^{j\omega_0}$$

ضریب عبارت $e^{j3\omega_0 t}$ برابر b_3 می‌باشد، بنابراین داریم:

$$b_3=\frac{3\omega_0}{2}e^{-j3\omega_0}\xrightarrow{\omega_0=\frac{\pi}{2}}\frac{3\pi}{4}e^{-j\frac{3\pi}{2}}=\frac{3\pi}{4}(j)=\frac{3\pi}{4}j$$

روش دوم: سیگنال $x(t)$ به صورت زیر است:

$$x(t)=\sin(3\omega_0 t)+\sin(\omega_0 t)$$

عبارت $\sin(3\omega_0 t)$ مولد ضرایب a_3 و a_{-3} و عبارت $\sin(\omega_0 t)$ مولد ضرایب a_1 و a_{-1} می‌باشند. چون می‌خواهیم b_3 را حساب کنیم بنابراین فقط با ضرایب a_3 و a_{-3} کار داریم؛ که اگر از آن مشتق بگیریم و عوض t مقدار $(1-t)$ را جایگذاری کنیم، داریم:

$$(\sin(3\omega_0 t))'=3\omega_0\cos(3\omega_0 t)$$

اگر عوض t، $1-t$ جایگذاری کنیم داریم:

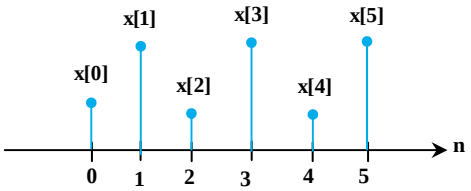
$$\Rightarrow 3\omega_0\cos(3\omega_0(1-t))=\frac{3\omega_0}{2}[e^{j3\omega_0(1-t)}+e^{-j3\omega_0(1-t)}]=\frac{3\omega_0}{2}e^{j3\omega_0}e^{-j3\omega_0 t}+\underbrace{\frac{3\omega_0}{2}e^{-j3\omega_0}}_{b_3}e^{j3\omega_0 t}$$

ضریب $e^{j3\omega_0 t}$ برابر b_3 می‌باشد، بنابراین داریم:

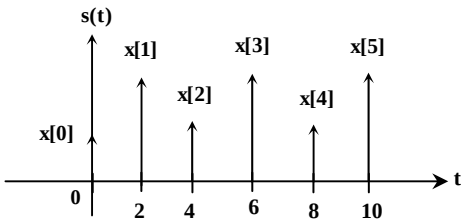
$$b_3=\frac{3\omega_0}{2}e^{-j3\omega_0}=\frac{3\pi}{4}e^{-j\frac{3\pi}{2}}=\frac{3\pi}{4}j$$

روش سوم: ضرایب a_3 و a_{-3} را به راحتی از روی بسط سیگنال $x(t)$ می‌توان به دست آورد. با استفاده از خواص مشتق‌گیری در حوزه زمان، وارونگی و انتقال زمانی برای سیگنال $x(t)$ می‌توان از ضرایب a_3 و a_{-3} به ضرایب b_3 و b_{-3} دست پیدا کرد که ادامه حل با این روش به شما واگذار می‌شود. (البته این روش به خاطر پیچیدگی توصیه نمی‌شود.)

۷۳ـ گزینه «۳» فرض کنیم یک پریود از سیگنال $x[n]$ به صورت زیر باشد:



با توجه به رابطه داده شده برای $s(t)$، یک پریود از این سیگنال به صورت زیر می‌شود:



دوره تناوب سیگنال گسسته $x[n]$ برابر $N=6$ می‌باشد بنابراین $\omega_{0_1}=\frac{2\pi}{6}=\frac{\pi}{3}$ می‌باشد. دوره تناوب سیگنال پیوسته $s(t)$ برابر $T=12$ بدست می‌آید که این موضوع از روی شکل نیز قابل برداشت است، بنابراین $\omega_{0_2}=\frac{2\pi}{12}=\frac{\pi}{6}$ می‌باشد.

ضرایب سری فوریه را برای این دو سیگنال گسسته و پیوسته به صورت زیر می‌نویسیم:

سیگنال گسسته: $\alpha_{k_1}=\frac{1}{N}\sum_{n=<N>}x[n]e^{-jk\omega_{0_1}n}=\frac{1}{6}\sum_{n=0}^{5}x[n]e^{-jk\frac{\pi}{3}n}=\frac{1}{6}[x[0]+x[1]e^{-jk\frac{\pi}{3}}+x[2]e^{-jk\frac{\pi}{3}\times2}+x[3]e^{-jk\frac{\pi}{3}\times3}$

$+x[4]e^{-jk\frac{\pi}{3}\times4}+x[5]e^{-jk\frac{\pi}{3}\times5}]$

سیگنال پیوسته: $\alpha_{k_2}=\frac{1}{T}\int_T s(t)e^{-jk\omega_{0_2}t}dt=\frac{1}{12}\int_T s(t)e^{-jk\frac{\pi}{6}t}dt$

$=\frac{1}{12}\int_{0^-}^{12^-}(x[0]\delta(t)+x[0]\delta(t-2)+x[1]\delta(t-4)+x[2]\delta(t-6)+x[3]\delta(t-6)+x[4]\delta(t-8)+x[5]\delta(t-10))e^{-jk\frac{\pi}{6}t}dt$

با توجه به خاصیت انتگرال برای تابع ضربه به صورت مقابل: $\int_{t_0^-}^{t_0^+}\delta(t-t_0)x(t)dt=x(t_0)$

ضرایب α_{k_2} به صورت زیر می‌شود:

$$\alpha_{k_2}=\frac{1}{12}[x[0]+x[1]e^{-jk\frac{\pi}{6}\times2}+x[2]e^{-jk\frac{\pi}{6}\times4}+x[3]e^{-jk\frac{\pi}{6}\times6}+x[4]e^{-jk\frac{\pi}{6}\times8}+x[5]e^{-jk\frac{\pi}{6}\times10}]$$

با مقایسه ضرایب $\alpha_{k_1},\alpha_{k_2}$ داریم: $\alpha_{k_2}=\frac{1}{2}a_{k_1}$

۷۴ـ گزینه «۳» با توجه به اینکه سیگنال $x(t)$ به یک سیستم LTI داده شده است و این سیگنال، مجموع دو سیگنال e^{-2t} و $u(t)$ می‌باشد؛ بنابراین کافی است پاسخ سیستم به این دو ورودی را به صورت جداگانه بدست بیاوریم و آن‌ها را با هم جمع کنیم. سیستم داده شده علّی است و با توجه به اینکه یک قطب در $s=-3$ دارد و برای علّی بودن باید ROC آن دست راستی باشد، پس ROC آن به صورت $Re\{s\}>-3$ می‌باشد. بنابراین $s=-2$ در ROC آن می‌باشد و تابع e^{-2t} یک تابع ویژه برای این سیستم است که پاسخ به این ورودی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$e^{s_0t}\rightarrow\boxed{H(s)}\rightarrow H(s_0)e^{s_0t},\ s_0\in ROC$$

$$e^{-2t}\rightarrow\boxed{H(s)}\rightarrow H(2)e^{-2t}=\frac{-2}{-2+3}e^{-2t}=-2e^{-2t}$$

حال پاسخ به ورودی $u(t)$ را محاسبه می‌کنیم. برای یک سیستم LTI داریم:

$$Y(s)=H(s)X(s),\ ROC_h\cap ROC_x\subseteq ROC$$

بنابراین اگر ورودی $u(t)$ باشد داریم:

$$x_1(t)=u(t)\Rightarrow X_1(s)=\frac{1}{s},\ Re\{s\}>0$$

$$\Rightarrow Y(s)=X_1(s)H(s)=\frac{1}{s}\times\frac{s}{s+3}=\frac{1}{s+3},\ ROC=(Re\{s\}>0)\cap(Re\{s\}>-3)=Re\{s\}>0$$

$$\Rightarrow Y(s)=\frac{1}{s+3},Re\{s\}>0\Rightarrow y(t)=e^{-3t}u(t)$$

پس پاسخ به ورودی $u(t)$ برابر $e^{-3t}u(t)$ می‌باشد و خروجی کل به صورت مجموع دو خروجی $-2e^{-2t}$ و $e^{-3t}u(t)$ خواهد بود. بنابراین داریم:

$$\text{خروجی کل سیستم}=-2e^{-2t}+e^{-3t}u(t)$$

۷۵ـ گزینه «۴» سیستم داده شده پایدار است بنابراین ROC آن محور $j\omega$ را شامل می‌شود و با توجه به اینکه یک قطب در $s=-1$ دارد بنابراین ROC آن به صورت $Re\{s\}>-1$ می‌باشد. سیگنال $x(t)$ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$x(t)=\cos(2t+1)=\frac{1}{2}[e^{j(2t+1)}+e^{-j(2t+1)}]=(\frac{1}{2}e^{j})e^{j2t}+(\frac{1}{2}e^{-j})e^{-j2t}$$

بنابراین سیگنال $x(t)$ دارای دو فرکانس $s_1=-2j$ و $s_2=2j$ می‌باشد و چون این فرکانس‌ها در روی محور $j\omega$ می‌باشند، پس در ناحیه ROC تابع تبدیل سیستم قرار می‌گیرند. برای یک سیستم LTI پاسخ به ورودی e^{s_0t} به صورت روبرو بدست می‌آید:

$$e^{s_0t}\longrightarrow \boxed{H(s)}\longrightarrow H(s_0)e^{s_0t}\ ,\ s_0\in ROC_h$$

با توجه به توضیحات بالا، پاسخ به سیگنال $x(t)$ به صورت زیر خواهد بود:

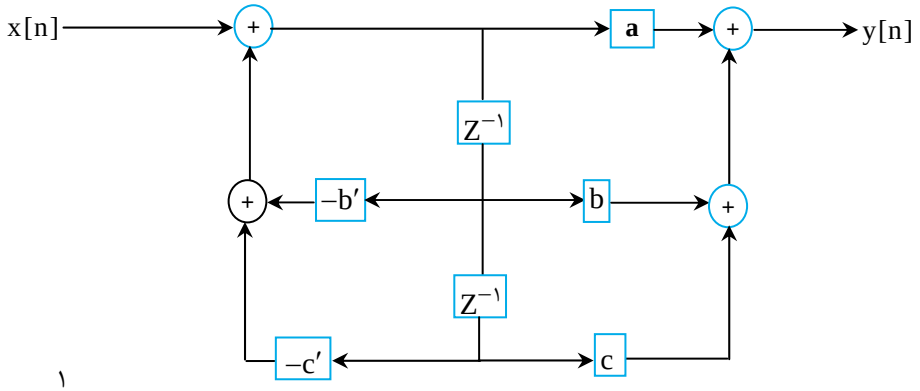
$$y(t)=(\frac{1}{2}e^{j})H(j2)e^{j2t}+(\frac{1}{2}e^{-j})H(-j2)e^{-j2t}=\frac{1}{2}[\frac{e^{j(2t+1)}}{j2+1}+\frac{e^{-j(2t+1)}}{-j2+1}]\xrightarrow{(2t+1=\theta)}\frac{1}{2}[\frac{e^{j\theta}}{2j+1}+\frac{e^{-j\theta}}{-2j+1}]$$

$$=\frac{1}{2}[\frac{(-2j+1)(\cos\theta+j\sin\theta)+(2j+1)(\cos\theta-j\sin\theta)}{5}]$$

$$=\frac{1}{10}[-2j\cos\theta+2\sin\theta+\cos\theta+j\sin\theta+2j\cos\theta+2\sin\theta+\cos\theta-j\sin\theta]=\frac{1}{10}[4\sin\theta+2\cos\theta]=\frac{2}{5}\sin\theta+\frac{1}{5}\cos\theta$$

$$\xrightarrow{(\theta=2t+1)}\frac{2}{5}\sin(2t+1)+\frac{1}{5}\cos(2t+1)$$

۷۶ـ گزینه «۲» در حالت کلی بلوک دیاگرام تابع تبدیل $H(z)=\frac{az^2+bz+c}{z^2+b'z+c'}$ به صورت زیر می‌باشد:



بنابراین تابع تبدیل $H(z)$ به صورت روبرو خواهد بود:

$$H(z)=\frac{z^2-\frac{1}{4}z}{z^2+\frac{1}{3}z}=\frac{z-\frac{1}{4}}{z+\frac{1}{3}}$$

چون سیستم داده شده علّی است، پس ROC آن نیز باید خارجی باشد و با توجه به اینکه یک قطب در $z=-\frac{1}{3}$ دارد، بنابراین ROC آن به صورت $|z|>\frac{1}{3}$ می‌شود.

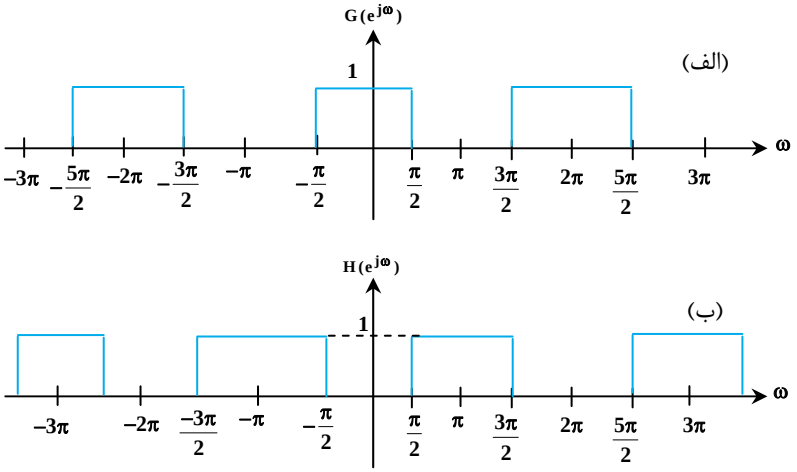
پاسخ سیستم LTI گسسته به α^n که α در ناحیه ROC آن باشد به صورت زیر است:

$$\alpha^n\longrightarrow \boxed{H(z)}\longrightarrow H(\alpha)\alpha^n$$

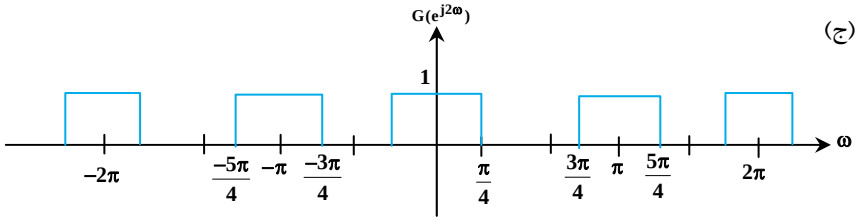
از طرفی چون $\alpha=\frac{2}{3}$ در ROC سیستم قرار می‌گیرد، بنابراین پاسخ به این ورودی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$(\frac{2}{3})^n\longrightarrow \boxed{H(z)}\longrightarrow H(\frac{2}{3})(\frac{2}{3})^n=\frac{\frac{2}{3}-\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}}(\frac{2}{3})^n=\frac{5}{12}(\frac{2}{3})^n$$

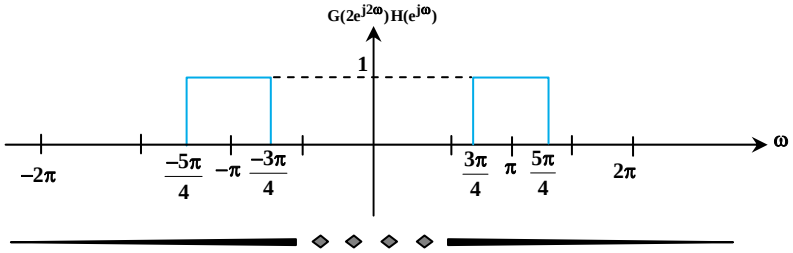
۷۷ـ گزینه «۴» برای بدست آوردن پاسخ فرکانسی یک سیستم گسسته از روی تابع تبدیل Z سیستم باید به جای z عبارت $e^{j\omega}$ را جای‌گذاری کنیم و نهایتاً اندازه و فاز تابع تبدیل را رسم کنیم. با توجه به اطلاعات مسأله، پاسخ فرکانسی برای دو فیلتر ذکر شده به صورت زیر می‌باشد:



با توجه به اینکه $z=e^{j\omega}$ است، بنابراین $z^{۲}=e^{j۲\omega}$ می‌باشد، پس پاسخ فرکانسی سیستم با تابع تبدیل $G(z^{۲})$ برابر $G(e^{۲j\omega})$ می‌باشد. حال برای بدست آوردن پاسخ فرکانسی $G(e^{j۲\omega})$ کافی است $G(e^{j\omega})$ را با ضریب ۲ فشرده کنیم، بنابراین $G(e^{j۲\omega})$ به صورت زیر می‌شود:



چون دو فیلتر با یکدیگر سری شده‌اند، بنابراین پاسخ فرکانسی کل سیستم به صورت حاصل‌ضرب پاسخ فرکانسی هر دو فیلتر $(G(e^{j۲\omega})H(e^{j\omega}))$ می‌باشد که با ضرب کردن شکل (الف) و (ج)، شکل زیر بدست می‌آید که یک فیلتر بالا گذر است که بین $\frac{۳\pi}{۴}$ و $\frac{۵\pi}{۴}$ را عبور می‌دهد.



۷۸ـ گزینه «۳» چون سیگنال علّی است، پس ROC آن خارجی است. زوج تبدیل Z برای سیگنال $n\alpha^{n}u[n]$ را به صورت زیر داریم:

$$n\alpha^{n}u[n]\xleftrightarrow{Z}\frac{\alpha z^{-۱}}{(۱-\alpha z^{-۱})^{۲}},\ |z|>|\alpha|$$

بنابراین داریم:

$$X_{۱}(z)=\frac{-\frac{۱}{۲}z^{-۱}}{(۱+\frac{۱}{۲}z^{-۱})^{۲}}\xleftrightarrow{Z^{-۱}}x_{۱}[n]=n(-\frac{۱}{۲})^{n}u[n]$$

از طرفی خاصیت انتقال زمانی به صورت زیر خواهد بود:

$$x[n+n_{۰}]\xleftrightarrow{Z}X(z)z^{n_{۰}}$$

حال $X_{۱}(z)$ را در $-۲z$ ضرب می‌کنیم، بنابراین داریم:

$$X_{۲}(z)=(-۲z)X_{۱}(z)=\frac{۱}{(۱+\frac{۱}{۲}z^{-۱})^{۲}}\xleftrightarrow{Z^{-۱}}x_{۲}[n]=-۲\,x_{۱}[n+۱]=-۲(n+۱)(-\frac{۱}{۲})^{n+۱}u[n+۱]$$

و خاصیت مقیاس‌دهی در حوزه زمان به صورت زیر خواهد بود:

$$x_{(m)}[n]=\begin{cases}x[\frac{n}{m}], & n \text{ مضرب } m\\ ۰, & \text{O.W.}\end{cases} \xleftrightarrow{z} X(z^m)$$

با توجه به اینکه $X(z)=X_۲(z^۳)$ است، بنابراین داریم:

$$x[n]=(x_۲)_{(۳)}[n]=-۲(\frac{n}{۳}+۱)(-\frac{۱}{۲})^{\frac{n}{۳}+۱}u[\frac{n}{۳}+۱]=(\frac{n}{۳}+۱)(-\frac{۱}{۲})^{\frac{n}{۳}}u[\frac{n}{۳}+۱]$$

توجه: $(-۲)=(-\frac{۱}{۲})^{-۱}$

بررسی سیستم‌های قدرت (۱)

۷۹ـ گزینه «۲» با توجه به گزینه‌های داده شده کافی است که یکی از امپدانس‌های پریونیت شده‌ی ژنراتور $G_۲$ و یا خط انتقال X_L را در مبنای جدید داده شده محاسبه کنیم. برای ژنراتور $G_۲$ داریم: $V_{BG_۲(old)}=۱۸kv \ , \ S_{BG_۲(old)}=۶۰MVA$

با انتخاب مقادیر ژنراتور $G_۱$ به عنوان مبنا خواهیم داشت:

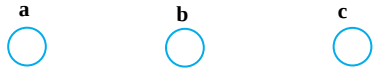
$$S_{BG_۲(new)}=۱۰۰MVA, V_{BG_۲(new)}=۲۰\times(\underbrace{\frac{۴۰۰}{۲۰}}_{\text{ترانسفورماتور } T_۱})\times(\underbrace{\frac{۲۰}{۴۰۰}}_{\text{ترانسفورماتور } T_۲})=۲۰kV$$

حال با توجه به مقادیر مبنای جدید می‌توان امپدانس پریونیت ژنراتور $G_۲$ را در مبنای جدید محاسبه کرد:

$$V_{puG_۲(new)}=(۰/۱)\times(\frac{۱۸}{۲۰})^۲\times\frac{۱۰۰}{۵۰}=\frac{۲۷}{۲۰۰}=۰/۱۳۵ p.u$$

◆ ◆ ◆ ◆

۸۰ـ گزینه «۱» برای حل این سؤال کاری به خط سه فاز نداشته و تنها سه هادی با آرایش



داده شده را در نظر گرفته و از اندوکتانس‌های خودی و متقابل استفاده می‌کنیم:

$$\text{اندوکتانس خودی هادی a}=۲\times۱۰^{-۷}\ln\frac{۱}{D_{ii}}=۲\times۱۰^{-۷}\ln\frac{۱}{D_{aa}}=۲\times۱۰^{-۷}\ln\frac{۱}{r'}=۲\times۱۰^{-۷}\ln\frac{۱}{e^{\frac{۱}{۴}}e^{-\frac{۱}{۴}}}=۰$$

$$\text{اندوکتانس متقابل هادی a و c}=۲\times۱۰^{-۷}\ln\frac{۱}{D_{ij}}=۲\times۱۰^{-۷}\ln\frac{۱}{D_{ac}}=۲\times۱۰^{-۷}\ln\frac{۱}{۲d}$$

$$\text{طبق فرض سؤال}\Rightarrow L_{aa}=\frac{۱}{۴}L_{ac}\Rightarrow L_{ac}=۰\Rightarrow\ln\frac{۱}{D_{ac}}=۰\Rightarrow D_{ac}=۲d=۱\Rightarrow d=۰/۵$$

◆ ◆ ◆ ◆

۸۱ـ گزینه «۱ و ۴» برای این سؤال از رابطه‌ی ظرفیت استفاده می‌کنیم. برای هادی‌های رفت $C_x=\frac{۲\pi\varepsilon_۰}{\ln\frac{GMD}{GMR_x}}$ و برای هادی‌های برگشت $C_y=\frac{۲\pi\varepsilon_۰}{\ln\frac{GMD}{GMR_y}}$. برخلاف اندوکتانس که L_x و L_y جمع می‌شدند، ظرفیت معادل $C_x \| C_y$ است. یعنی $C_{eq}=\frac{C_xC_y}{C_y+C_x}$. بنابراین رابطه‌ی ظرفیت معادل به صورت $C_{eq}=\frac{۲\pi\varepsilon_۰}{\ln\frac{GMD^۲}{GMR_xGMR_y}}$ خواهد بود.با استفاده از این رابطه داریم:

$$C_{eq}=\frac{۲\pi\varepsilon_۰}{\ln\frac{GMD^۲}{GMR_xGMR_y}}=\frac{۲\pi\varepsilon_۰}{\ln\frac{۳\times۵}{\sqrt{۴\angle۱}}}=\frac{۲\pi\varepsilon_۰}{\ln\frac{۱۵}{۲}} \quad \text{یا} \quad \frac{\pi\varepsilon_۰}{\ln\sqrt{\frac{۱۵}{۲}}}$$

۸۲ـ گزینه «۳» خط همواره بار زیادی را عبور می‌دهد لذا باید دارای اندوکتانس کمتر (افت ولتاژ کمتر) و ظرفیت خازنی بیشتر باشد. با این فرض باید آرایشی را انتخاب کنیم که این ویژگی را داشته باشد. البته باید به این نکته توجه داشت که در رابطه‌ی اندوکتانس، $\ln\frac{GMD}{GMR}$ در صورت بوده ولی در رابطه‌ی ظرفیت $\ln\frac{GMD}{GMR}$ در مخرج است. پس اگر برای آرایشی L کم باشد، C زیاد خواهد بود. حال برای تمامی آرایش‌ها مقدار L را بررسی می‌کنیم.

(GMDکمتر، L کمتر)

(۱) $GMD = D_1\sqrt[3]{2} = 1/26D_1$

(۲) $GMD = D_2\sqrt[3]{2} = 1/5D_1\sqrt[3]{2}$

(۳) $GMD = \sqrt[3]{D_1^3\sqrt{3}} = D_1\sqrt[6]{3} \simeq 1/2D_1$

(۴) $GMD = D_2 = 1/5\,D_1$

بنابراین گزینه‌ی (۳) کمترین GMD را دارد.

۸۳ـ گزینه «۲» برای یک خط بلند به طول l روابط کلی به صورت زیر است:

$$V_s = \cosh\gamma l V_R + Z_c \sinh\gamma l I_R \quad ; \quad I_s = \frac{\sinh\gamma l}{Z_c}V_R + \cosh\gamma l I_R$$

با توجه به تعریف Z_{sc} و Z_{oc} داریم:

$$Z_{sc} = \frac{V_s}{I_s}\Big|_{V_R=0} = Z_c \tanh\gamma l \quad (1)$$

$$Z_{oc} = \frac{V_s}{I_s}\Big|_{I_R=0} = Z_c \coth\gamma l \quad (2)$$

هدف محاسبه‌ی مقدار l است. با تقسیم رابطه (۱) به (۲) خواهیم داشت:

$$\frac{Z_{sc}}{Z_{oc}} = \frac{\tanh\gamma l}{\coth\gamma l} = \frac{\frac{\sinh\gamma l}{\cosh\gamma l}}{\frac{\cosh\gamma l}{\sinh\gamma l}} = (\frac{\sinh\gamma l}{\cosh\gamma})^2 \Rightarrow \tanh\gamma l = \sqrt{\frac{Z_{sc}}{Z_{oc}}} \Rightarrow \gamma l = \tan^{-1}\sqrt{\frac{Z_{sc}}{Z_{oc}}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{l}\tan^{-1}\sqrt{\frac{Z_{sc}}{Z_{oc}}}$$

۸۴ـ گزینه «۳» با توجه به اینکه سه مقاومت موازی داریم، مقاومت معادل $\frac{1}{3}$ مقاومت هر هادی یعنی $\frac{R}{3}$ خواهد بود که اگر در طول ضرب کنیم $\frac{Ra}{3}\times10^3\ (\Omega)$ خواهد شد. برای اندوکتانس نیز به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$L = 2\times10^{-7}\ln\frac{GMD}{GMR} = 2\times10^{-7}\ln\frac{\sqrt[3]{D_{12}D_{13}D_{23}}}{\sqrt[3]{r'd^2}} \Rightarrow (\omega L\times l) = X = 2\pi\times10^{-2}\times a\times\ln\frac{\sqrt[3]{D_{12}D_{13}D_{23}}}{\sqrt[3]{e^{-\frac{1}{4}}rd^2}} \Rightarrow Z = R_{eq} + jX$$

۸۵ـ گزینه «۴» در حالتی‌که یک امپدانس به صورت سری به اول یا انتهای خط اضافه شود، دو ماتریس در ابتدا و انتهای خط ضرب خواهد شد. به عبارتی:

خازن سری ابتدای خط: (۱) $\begin{bmatrix}1 & Z_c\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A+CZ_c & B+DZ_c\\ C & D\end{bmatrix}$; (۲) خازن سری انتهای خط $\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & Z_c\\ 0 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A & AZ_c+B\\ C & CZ_c+D\end{bmatrix}$

لذا تنها پارامتر C است که بدون تغییر می‌ماند.

۸۶ـ گزینه «۳» این سؤال را به راحتی با استفاده از رابطه‌ی کلی توان انتقالی از خط می‌توان حل کرد. یعنی:

$$P_{max} = \frac{|V_S||V_R|}{|B|} - \frac{|A||V_R|^2}{|B|}\cos(\theta_B - \theta_A)$$

خط کوتاه:

$$P_{max} = \frac{V_S V_R}{Z} - \frac{V_R^2}{Z}\cos\theta \Leftarrow \begin{matrix}A=1\\ B=Z\\ C=0\\ D=1\end{matrix}$$

با توجه به این‌که $Z = R + jX \Leftarrow \cos\theta = \frac{R}{|Z|}$. در این سؤال Z برابر $|Z|$ گرفته شده لذا:

$$P_{max} = \frac{V_R^2}{Z^2}(\frac{V_S}{V_R}Z - R)$$

۸۷ـ گزینه «۴» با توجه به گزینه‌ها اگر مقدار Y_{11} را محاسبه کنیم می‌توان جواب را پیدا کرد. با توجه به اینکه ماتریس گزینه‌ها ۲×۲ است باید دو باس ۳ و ۴ را حذف کرد.

$$Y_a = -j10 \| -j5 = -j\frac{50}{15} \quad ; \quad Y_b = \frac{-j2/5 \times -j10}{-j10 - j0/5 - j2/5} = \frac{-j25}{13}$$

$$Y_c = \frac{-j0/5 \times -j2/5}{-j13} = -j\frac{1/25}{13} \Rightarrow Y_{11} = -j1 + Y_a + Y_b + Y_c \simeq -j6/4$$

بنابراین با توجه به گزینه‌های جواب گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

۸۸ـ گزینه «۲» همان‌طور که می‌دانید در بی‌باری، اضافه ولتاژ داریم و از راکتور استفاده می‌شود. در پرباری نیز کاهش ولتاژ داریم و نیاز به خازن‌گذاری است. بنابراین تنها گزینه‌ی (۲) می‌تواند پاسخ صحیح باشد.

۸۹ـ گزینه «۴» با توجه به تعریف تنظیم ولتاژ $\frac{V_{NL} - V_{FL}}{V_{FL}} = 0/5$ است. لذا ولتاژ مورد نظر ما $V_{NL} = 1/5 p.u$ است. برای این‌که این ولتاژ را داشته باشیم باید:

$$P_2 = 3 - 1 = 2p.u = \frac{V_1 V_3}{x}\sin(\delta_1 - 0) \Rightarrow \sin\delta_1 = \frac{2 \times 0/5}{1/5} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos\delta_1 = \sqrt{1 - (\frac{2}{3})^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

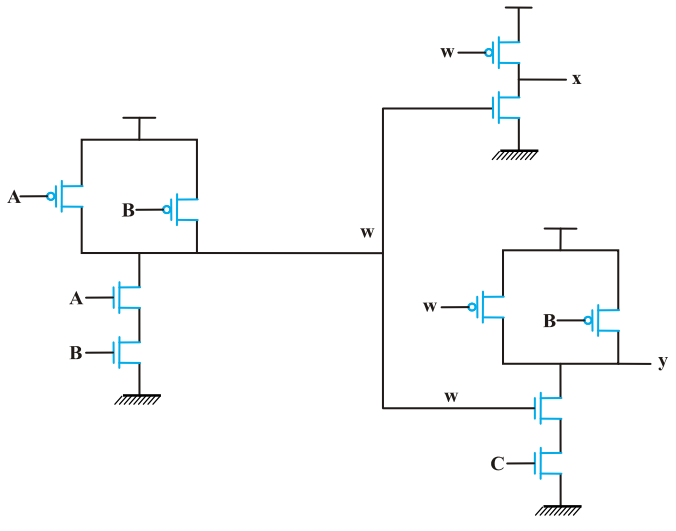
$$Q_c = Q_L + Q_{3R} \Rightarrow Q_c = 1 + \frac{V_3}{x}(V_1\cos\delta_1 - V_3) = 1 + \frac{1}{0/5} \times (1/5 \times \frac{\sqrt{5}}{3} - 1) = 3 - \sqrt{5}$$

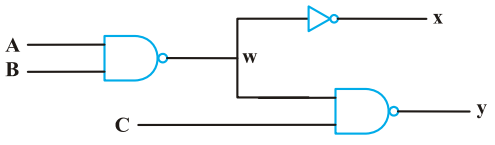
۹۰ـ گزینه «۱» برای حل سؤال تنها کافی است از رابطه‌ی توان اکتیو انتقالی یک خط استفاده کنیم. یعنی:

$$P_{D_2}\text{ (توان مورد نیاز برای تأمین بار)} = P_{12} = \frac{V_1 V_2}{x}\sin(\delta_1 - \delta_2) \Rightarrow P_{D_2} = -2V_1\sin\delta_2 \Rightarrow V_2 = -\frac{P_{D_2}}{2\sin\delta_2}$$

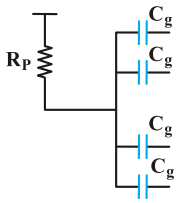
مدار منطقی و ریزپردازنده‌ها

۹۱ـ گزینه «۳» منظور از t_{plh} تأخیری است که مدار از حالت low به high می‌رسد و t_{plh} تأخیری است که مدار از حالت high به low می‌رسد. مدار سطح ترانزیستور برای مدار مقابل که سطح گیت طراحی شده است به صورت زیر خواهد بود:



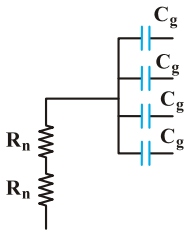


برای t_{plh} باید ترانزیستورهای متصل به w شارژ شوند که شکل خازن ـ مقاومتی آن به صورت زیر می‌باشد:



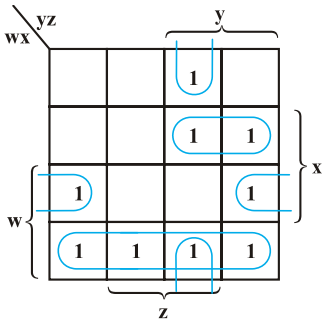
$$t_{plh} = R_p \times 4c_g$$

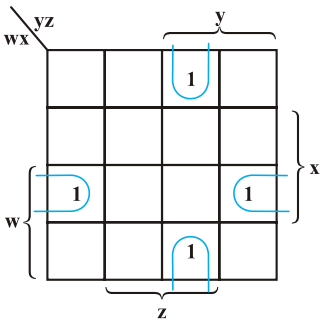
برای t_{phl} نیز داریم:



$$t_{phl} = 2R_n \times 4c_g$$

۹۲ـ گزینه «۴» برای به دست آوردن جواب، توابع را روی جدول نمایش داده و دسته‌بندی می‌نماییم:

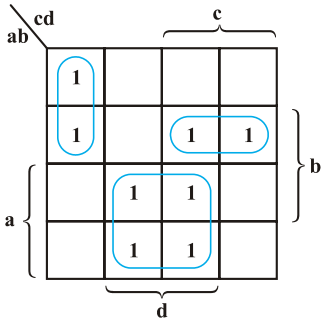




$$F_1 = wx\bar{z} + \bar{x}yz$$
$$F_2 = w\bar{x} + wx\bar{z} + \bar{w}xy + \bar{x}yz$$

توجه شود که چون قصد ما ساده‌سازی مشترک است، سعی می‌کنیم جمله‌های مشترک بین دو تابع بیشتر باشد. بنابراین می‌بینیم که دسته‌بندی‌های F_1 دقیقاً در F_2 نیز وجود دارد. همچنین به همین دلیل است که خانه‌های ۱۴ و ۱۲ را با هم یک دسته دوخانه‌ای می‌گیریم و دسته‌بندی ۴ خانه‌ای درست نمی‌کنیم.

۹۳ـ گزینه «۱» برای به دست آوردن جواب، تابع معادل مدار را به دست آورده و آن را روی جدول کارنو نمایش می‌دهیم و دسته‌بندی می‌نماییم. مشاهده می‌شود مین ترم‌های شماره ۷ و ۱۵ با هم مجاور هستند اما در یک دسته قرار نگرفته‌اند. بنابراین در تغییر ۷ به ۱۵ یا ۰۱۱۱ به ۱۱۱۱ باعث ایجاد glitch می‌شود.



$$f = \overline{\bar{a}d} \cdot \overline{a\bar{b}c} \cdot \overline{ac\bar{d}} = ad + \bar{a}bc + a\bar{c}d$$

۹۴ـ گزینه «۲» برای به دست آوردن جواب باید مدار را آنالیز کنیم. پس داریم:

نوشتن معادله فلیپ فلاپ → مرحله اول → $Q_0^+ = D \qquad Q_1^+ = D$

جایگذاری در معادله‌ها → مرحله دوم → $Q_0^+ = Q_0 \oplus Q_1 \qquad Q_1^+ = Q_0$

جایگذاری مقدار در معادله‌ها → مرحله سوم →

پالس	–	۱	۲	۳	۴
Q_0Q_1	۰۰	۱۰	۰۱	۰۰	۱۰

۹۵ـ گزینه «۱» چون در این مدار خروجی به حالت وابسته نیست، بنابراین این مدار از نوع Mealy است. اگر از حالت a کار مدار آغاز شود با دادن ۱۱۰ به مدار و ۰۰۰ به مدار داریم:

ورودی	–	۰	۰	۰
حالت	a	b	c	a
خروجی	–	۰	۰	۱

ورودی	–	۱	۱	۰
حالت	a	d	e	b
خروجی	–	۰	۰	۱

مشاهده می‌شود خروجی مدار برابر ۱ می‌شود. پس این رشته‌ها شناسایی می‌شود.

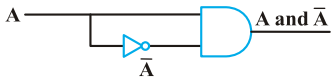
۹۶ـ گزینه «۴» با توجه به اینکه هرگاه خروجی Q_1 از شمارنده صعودی شمار برابر یک شود، در ثبات انتقالی عمل شیفت رخ می‌دهد و هرگاه خروجی Q_1 از شمارنده صعودی شمار برابر صفر باشد، مقدار شمارنده در ثبات انتقالی بار (Load) می‌شود. لذا با این توضیحات داریم:

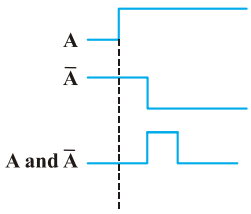
	خروجی شمارنده			خروجی ثبات انتقالی			
پالس	Q_2	Q_1	Q_0	Q_2	Q_1	Q_0	عمل
–	۰	۰	۰	۰	۰	۰	shift
۱	۰	۰	۱	۰	۰	۰	shift
۲	۰	۱	۰	۰	۰	۱	Load
۳	۰	۱	۱	۰	۰	۰	shift
۴	۱	۰	۰	۰	۰	۰	shift
۵	۱	۰	۱	۱	۰	۰	Load
۶	۱	۱	۰	۱	۰	۱	Load
۷	۱	۱	۱	۱	۱	۰	Load
۸	۰	۰	۰	۱	۱	۱	Load

۹۷ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه دیکدر فعال پایین است و خروجی فعال شده برابر ۰ و سایر خروجی‌ها برابر ۱ می‌باشد، لذا مشاهده می‌شود که کلاً ۶ خروجی صفر وجود دارد. بنابراین تعداد ماکسترم‌ها برابر ۶ است. توجه شود که هرگاه $x = 0$ باشد، دیکدر غیرفعال بوده و تمامی خروجی‌های آن برابر یک می‌باشد. همچنین هرگاه ورودی کنترل بافرهای ۳ حالته برابر صفر شود، اگرچه بافر سه حالته به حالت امپدانس بالا می‌رود، ولی به دلیل وجود Pull – up مقاومت، خروجی بافر سه حالته برابر یک خواهد شد.

x	y	z	s	c
۰	۰	۰	۰	۱
۰	۰	۱	۰	۱
۰	۱	۰	۰	۱
۰	۱	۱	۰	۱
۱	۰	۰	۱	۱
۱	۰	۱	۰	۱
۱	۱	۰	۰	۱
۱	۱	۱	۱	۱

۹۸ـ گزینه «۲» شرایط Race در مدارهای منطقی به رفتار غیرقابل کنترل که در اثر ترتیب یا زمانبندی ورودی‌ها رخ می‌دهد گفته می‌شود. به عنوان مثال، مدار مقابل را در نظر بگیرید که در اثر وجود گیت Not و ایجاد تأخیر (مسأله زمانبندی) یک حالت Race رخ می‌دهد.

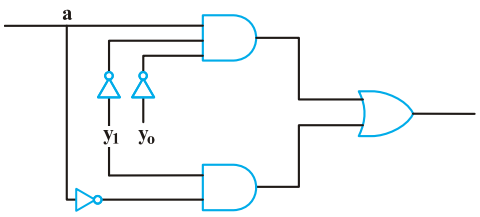




اصطلاح Race در واقع به حالتی گفته می‌شود که دو سیگنال با هم رقابت می‌کنند تا هر یک زودتر در خروجی تأثیر بگذارند.

شرایط بحرانی زمانی رخ می‌دهد که ترتیب تغییر ورودی‌ها تعیین‌کننده حالت نهایی باشد: بدین معنی‌که اگر دو ورودی x و y داشته باشیم و در مدار حالتی رخ دهد که x زودتر از y (قرارگیری در حالت S_0) یا اینکه y زودتر از x (قرارگیری در حالت S_1) تغییر کند.

در این مدار دو حالت وجود دارد که به دلیل تأخیر گیت‌ها شرایط Race را ایجاد می‌کند که هر دو از نوع بحرانی می‌باشند.



۹۹ـ گزینه «۱»

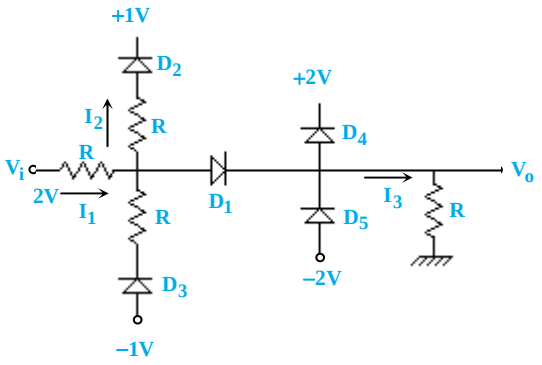
۱۰۰ـ گزینه «۱»

۱۰۱ـ گزینه «۴»

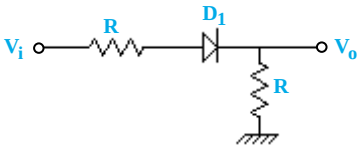
۱۰۲ـ گزینه «۱»

الکترونیک (۱ و ۲)

۱۰۳ـ گزینه «۳» برای یک دیود، زمانی که خاموش فرض می‌شود، در انتهای کار و انجام تحلیل مداری برای یافتن ولتاژ دو سر دیود باید کمتر از مقدار آستانه ولتاژ روشن بودن دیود باشد و یا اینکه جریان آن منفی باشد. بنابراین با توجه به ساختار مدار و ولتاژهای مطرح شده فقط D_1 و D_2 می‌توانند روشن باشند، بنابراین فرض را چک می‌کنیم:



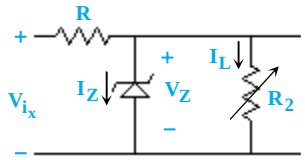
می‌توان برای اینکه سریع به جواب برسیم فرض کنیم D_2 هم قطع باشد، بنابراین مدار زیر را خواهیم داشت:



$$V_o = \frac{V_i}{2} = 1V \Rightarrow V_o = 1V$$

با این مقدار V_o، بنابراین D_2 بدون جریان در آستانه روشن بودن می‌باشد و بقیه دیودها هم خاموش هستند. با توجه به این فرض فقط D_1 وصل، صحیح است.

۱۰۴ـ گزینه «۴» تنظیم ولتاژ زمانی صورت می‌پذیرد که بتوان خروجی را نسبت به تغییرات ورودی ولتاژ تثبیت نمود و بنابراین طبق پارامترهای مدار داریم:



$$V_Z = 5V$$

$$15^V < V_i < 18^V \qquad I_{Z\max} = 5mA$$

$$P_{Z\min} = 1mV \quad \text{و} \quad R_{L\max} = 25k$$

زمانی که مقدار مقاومت بار حداکثر باشد، در این صورت کمترین جریان در بار برقرار خواهد بود و با داشتن ولتاژ خروجی داریم:

$$R_{L\max} = 25k\Omega \Rightarrow I_{L\min} = \frac{V_Z}{R_{L\max}} = \frac{5}{25k} = 0/2mA$$

با استفاده از توان دیود، می‌توان جریان حداقل این دیود را یافت:

$$P_{Z\min} = V_Z I_{Z\min} \Rightarrow I_{Z\min} = \frac{1mV}{5V} = 0/2mA$$

پارامترهای مدار را باید به گونه‌ای بیابیم که مدار (دیود) در بدترین شرایط، عملکرد درستی را داشته باشد و با نوشتن روابط KVL در مدار نسبت به دو مقدار، ورودی متفاوت داریم:

$$V_i = R(I_Z + I_L) + V_Z$$

$$V_{i\min} = R(I_{Z\min} + I_{L\max}) + V_Z$$

$$15 = R(0/2 + I_{max}) + 5 \qquad (1)$$

$$V_{i\max} = R(I_{Z\max} + I_{L\min}) + V_Z$$

$$18 = R(5 + 0/2) + 5 \Rightarrow R = 2/5k\Omega \qquad (2)$$

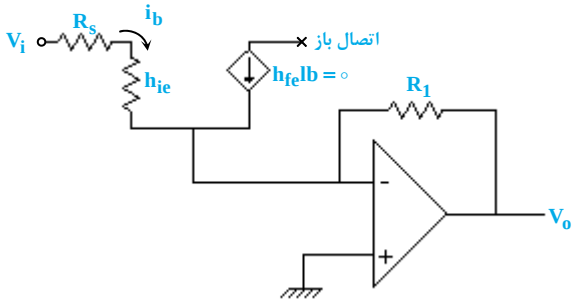
با استفاده از رابطه (۱) مقدار ILmax را یافته و سپس به مقدار کمینه مقدار مقاومت بار در مدار خواهیم رسید:

$$(۱) \Rightarrow ۱۵ = ۲/۵k(۰/۲ + I_{L\max}) + ۵$$

$$I_{L\max} = \frac{۱۹}{۵} mA$$

$$R_{L\min} = \frac{V_Z}{I_{L\max}} = \frac{۵}{\frac{۱۹}{۵}} = \frac{۲۵}{۱۹}\Omega$$

۱۰۵ـ گزینه «۱» با توجه به اینکه آپ امپ ایده‌آل می‌باشد و فیدبک منفی برقرار است، بنابراین ولتاژ پایه‌های مثبت و منفی آپ امپ برابر هستند (پتانسیل صفر) و در نتیجه تمامی جریان بیس از مقاومت $R_۱$ می‌گذرد.



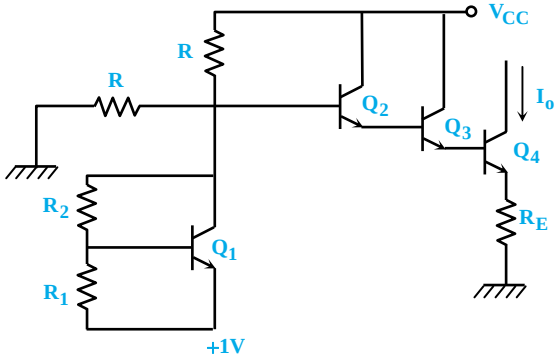
$$h_{ie} = \frac{V_T \beta}{I_c} = ۲/۵k\Omega$$

از طرفی مقدار بهره برابر است با ضرب مقدار مقاومت $R_۱$ در جریان بیس:

$$AV = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_۱}{R_s + h_{ie}} = \frac{-۲۰}{۲/۵ + ۲/۵} = -۴$$

یادآوری: با توجه به کلکتور باز، جریان بیس و آمیتر یکی می‌باشد.

۱۰۶ـ گزینه «۲» برای اینکه جریان خروجی مستقل از VBE باشد، باید تغییرات مقادیر آن مستقل از VBE صورت گیرد. در مدار، $Q_۱$ همانند یک ضرب کننده ولتاژ عمل کرده و مقدار ولتاژ بیس ترانزیستور $Q_۲$ را به دست می‌آوریم.



$$V_{B_۲} = (V_{BE_۱} + \frac{V_{BE_۱}}{R_۱} \times R_۲) + ۱^V = V_{BE_۲} + V_{BE_۳} + V_{BE_۴} + R_E I_۰$$

$$V_{BE_۱} = V_{BE_۲} = V_{BE_۳} = V_{BE_۴} \Rightarrow V_{BE}(۱ + \frac{R_۲}{R_۱} - ۳) + ۱ = R_E I_۰$$

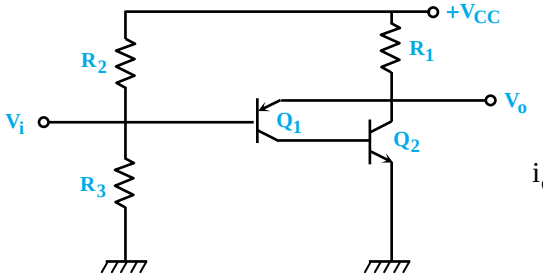
با گرفتن مشتق پارامترها نسبت به دما داریم:

$$\frac{\Delta V_{BE}}{\Delta T}(\frac{R_۲}{R_۱} - ۲) = R_E \frac{\Delta I_۰}{\Delta T}$$

ضریب متناسب با تغییرات ولتاژ VBE را برابر با صفر قرار می‌دهیم، پس داریم:

$$V_{BE} \text{ نسبت به } I_۰ \text{ برای مستقل بودن} \Rightarrow \frac{R_۲}{R_۱} - ۲ = ۰ \Rightarrow \frac{R_۲}{R_۱} = ۲$$

۱۰۷ـ گزینه «۴» مدار زیر ترکیب ترانزیستوری دارلینگتون می‌باشد و با استفاده از روابط جریانی حاکم بر این نوع ترانزیستورها خواهیم داشت:



$$AV = \frac{V_۰}{V_i} \simeq \frac{R_۱ i_{c_۲}}{h_{ie_۱} i_{b_۱} + R_۱ i_{c_۲}}$$

مقدار $ic_۲$ را برحسب $ib_۱$ به دست می‌آوریم:

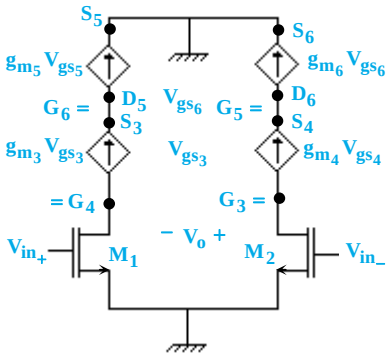
$$i_{c_۲} = h_{fe_۱} h_{fe_۲} i_{b_۱} \Rightarrow AV = \frac{h_{fe_۱} h_{fe_۲} ib_۱ R_۱}{h_{fe_۱} ib_۱ + h_{fe_۱} h_{fe_۲} ib_۱ R_۱} \Rightarrow AV = \frac{R_۱}{\frac{h_{ie_۱}}{h_{fe_۲} h_{fe_۱}} + R_۱}$$

$$h_{ie_۲} = \frac{\eta V_T B_۲}{I_{c_۲}} = \frac{\eta V_T \cancel{\beta_۱}}{\cancel{\beta_۱} I_{c_۱}} = re_۱ = \frac{re_۲}{\beta}$$

در نهایت با جایگذاری h_{ie_1} برحسب h_{fe_2} و h_{fe_1} به مقدار بهره زیر می‌رسیم:

$$h_{ie_1}=\frac{\eta v_T \beta_1}{I_{C_1}}=\beta_1 r_{e_1} \Rightarrow \frac{h_{ie_1}}{h_{fe_2}\,h_{fe_1}}=r_{e_2} \Rightarrow Av=\frac{R_1}{r_{e_2}+R_1}$$

۱۰۸ـ گزینه «۲» با در نظر گرفتن روابط جریانی، جریان‌های هر یک از ترانزیستورها در شکل آورده شده است. جریان ترانزیستورهای M_3 و M_5 و همچنین جریان ترانزیستورهای M_6 و M_4 با یکدیگر برابر می‌باشند:



$$\begin{cases} g_{m_6} V_{gs_6}=g_{m_4} V_{gs_4}=-g_{m_2} V_{gs_2} \\ g_{m_5} V_{gs_5}=g_{m_3} V_{gs_3}=-g_{m_1} V_{gs_1} \end{cases}$$

با جایگذاری مقادیر g_m داده شده مرتبط با هر ترانزیستور در روابط فوق خواهیم داشت:

$$\begin{cases} ۲V_{gs_6}=۱۰V_{gs_4}=-۲۰V_{gs_2} \\ ۲V_{gs_5}=۱۰V_{gs_3}=-۲۰V_{gs_1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_{gs_6}=۵V_{gs_4}=-۱۰V_{gs_2} \\ V_{gs_5}=۵V_{gs_4}=-۱۰V_{gs_2} \end{cases}$$

از طرفی با بهره‌گیری از KVL، V_o و V_i را بر حسب V_{gs} ها می‌نویسیم:

$$\begin{cases} V_o=V_{gs_3}+V_{gs_6}-V_{gs_5}-V_{gs_4} \\ V_i=V_{in_+}-V_{in_-}=۲V_{gs_1} \end{cases}$$

با فرض $V_{in_+}=-V_{in_-}=V$، خواهیم داشت:

$$V_{gs_1}=-V_{gs_2}$$

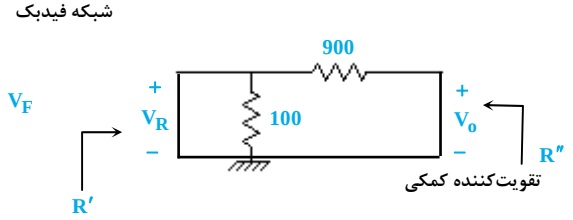
$$V_{gs_3}=-V_{gs_4}=-۲V_{gs_1} \qquad V_{gs_5}=-V_{gs_6}=-۱۰V_{gs_1}$$

$$\begin{cases} V_i=۲V_{gs_1} \\ V_o=-۲V_{gs_1}+۱۰V_{gs_1}+۱۰V_{gs_1}-۲V_{gs_1} \end{cases}$$

در نهایت با قرار دادن مقادیر V_i و V_o داریم:

$$A_V=\frac{V_o}{V_i}=\frac{۱۶V_{gs_1}}{۲V_{gs_1}}=۸$$

۱۰۹ـ گزینه «۱» فیدبک از نوع ولتاژ سری و منفی است. با بررسی مدار شبکه فیدبک مقادیر R ها را به دست می‌آوریم:

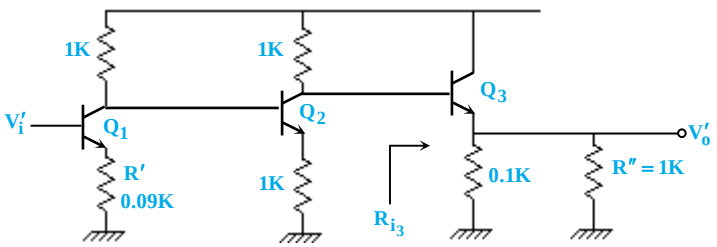


$$R''=۱۰۰+۹۰۰=۱\,k$$

$$R'=۱۰۰\|۹۰۰=۹۰\,\Omega=۰/۰۹k \qquad g_m=۱۰ \Rightarrow h_{ie}=۱۰k$$

مقدار بهره شبکه فیدبک برابر است با:

$$\beta=\frac{۱۰۰}{۱۰۰+۹۰۰}=۰/۱$$



$$R_{i_3}=h_{ie_2}+h_{fe}[(۰/۱)\|(۱k)]=\frac{۲۱۰}{۱۱}$$

مقدار بهره نهایی مدار حلقه باز برابر با حاصل‌ضرب بهره‌های مرتبط با سه شبکه می‌باشد (تقویت‌کننده سه طبقه شامل دو تقویت‌کننده آمیتر مشترک و یک تقویت‌کننده کلکتور مشترک است).

$$AV=AV_1\times AV_2\times AV_3$$

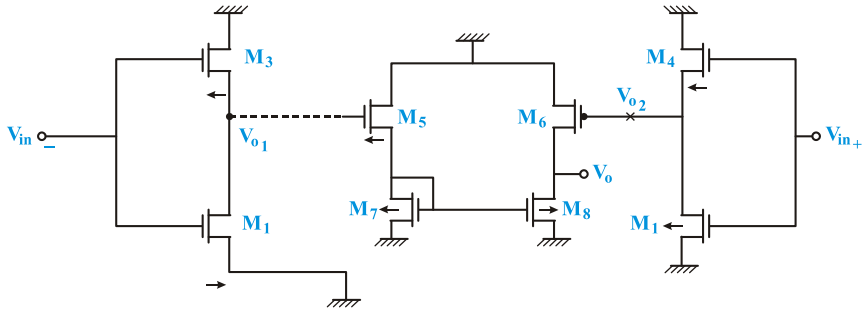
مقدار بهره ولتاژ حلقه باز به صورت زیر برای هر طبقه محاسبه شده و به صورت زیر در یکدیگر ضرب می‌گردد:

$$AV=\frac{-g_{m_1}R_{c_1}}{1+g_{m_1}R'}\times\frac{-g_{m_2}(1k)\|R_{i_3}}{1+g_{m_2}\times 1^{k}}\times\frac{g_{m_3}(0/1^{k})\|(R'')}{1+g_{m_3}(0/1^{k})\|(R'')}=\frac{10\times 1}{1+10\times 0/09}\times\frac{10(\frac{210}{221})}{1+10}\times\frac{10\times\frac{10}{11}}{1+10\times\frac{10}{11}}\simeq 4/1$$

مقدار بهره شبکه حلقه بسته برابر است با:

$$A_{V_f}=\frac{A'_V}{1+\beta A'_V}=\frac{4/1}{1+\frac{4/1}{10}}\simeq 2/9$$

۱۱۰ـ گزینه «۳» مدار بیانگر یک تقویت‌کننده تفاضلی دو طبقه می‌باشد و بنابراین کافی است که بهره هر کدام از طبقات را به طور مجزا بیابیم و سپس این بهره‌ها را در یکدیگر ضرب نماییم.



مقدار بهره طبقه اول برابر است با:

$$\frac{V_{o_1}}{V_{in-1}}=-g_m r_{o_3}=-10\times 10=-100$$

مقدار بهره تقویت‌کننده دوم برابر است با (این طبقه شامل بار فعال می‌باشد که باید در محاسبه بهره مد نظر گرفته شود):

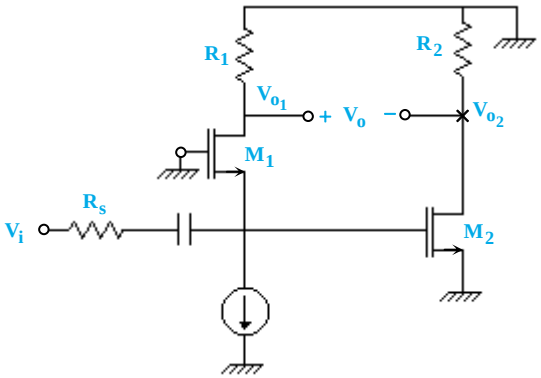
$$\frac{V_o}{V_{o_2}-V_{o_1}}=-g_m(r_{o_6}\|r_{o_8})=-10\times 5=-50$$

بهره کل برابر با حاصل‌ضرب بهره‌های دو طبقه می‌باشد، لذا داریم:

$$AV=\frac{V_o}{V_{in+}-V_{in-}}=5000$$

۱۱۱ـ گزینه «۱» از قانون جمع آثار بهره می‌گیریم و به طور مجزا هر یک از بهره‌ها را می‌یابیم و سپس با یکدیگر جمع می‌کنیم.

$$AV=\frac{V_o=(V_{o_1}-V_{o_2})}{V_i}=\frac{V_{o_1}}{V_i}-\frac{V_{o_2}}{V_i}=AV_1-AV_2$$



بهره مرتبط با تقویت‌کننده گیت مشترک برابر است با:

$$AV_1=\frac{V_{o_1}}{V_i}=\frac{g_{m_1}R_1}{(R_s+\frac{1}{g_{m_1}})g_{m_1}}=10$$

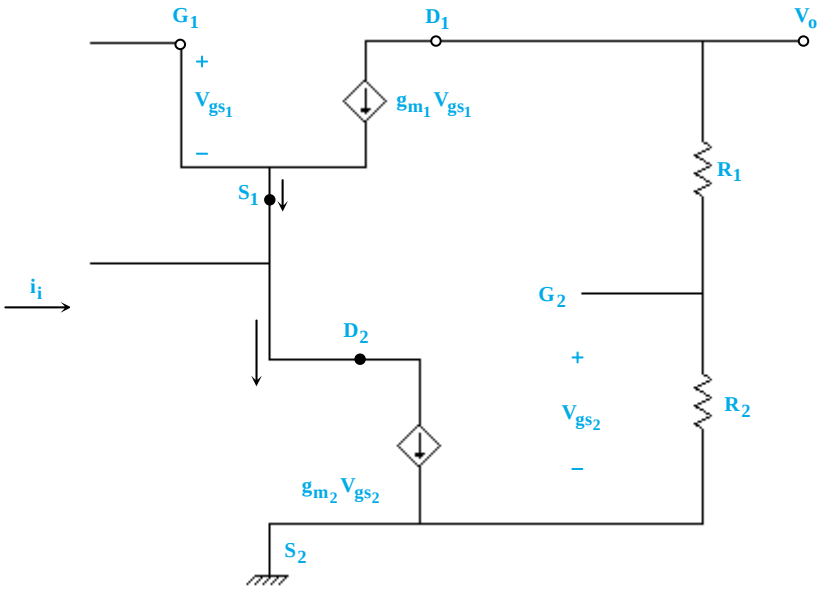
بهره مرتبط با تقویت‌کننده امیتر مشترک برابر است با:

$$AV_2=\frac{V_{o_2}}{V_i}=\underbrace{-g_{m_2}R_2}_{2}=-10$$

در نهایت مقدار بهره کل برابر است با مجموع بهره دو تقویت‌کننده:

$$\Rightarrow AV=10-(-10)=20$$

۱۱۲ـ گزینه «۲» با رسم مدار معادل AC همانند شکل زیر خواهیم داشت:



با نوشتن KCL در گره ورودی داریم:

$$g_{m_1} V_{gs_1} + i_i = g_{m_2} V_{gs_2} \quad (1)$$

با نوشتن KVL در گره خروجی داریم:

$$V_o = (R_1 + R_2) g_{m_1} V_{gs_1} \quad (2)$$

با تقسیم روابط (۱) و (۲) مقدار بهره A_m برابر است با:

$$A_m = \frac{V_o}{i_i} = \frac{(R_1 + R_2) g_{m_1} V_{gs_1}}{g_{m_2} V_{gs_2} - g_{m_1} V_{gs_1}}$$

از طرفی v_{gs_2} را با استفاده از تقسیم ولتاژ خروجی روی مقاومت‌های R_1 و R_2 می‌یابیم:

$$V_{gs_2} = V_o \times \frac{R_2}{R_1 + R_2} = [(\cancel{R_1 + R_2}) g_{m_1} V_{gs_1}] \frac{R_2}{\cancel{R_1 + R_2}} \Rightarrow A_m = \frac{(R_1 + R_2)\, \cancel{g_{m_1} V_{gs_1}}}{\cancel{g_{m_1}}(\cancel{g_{m_1} V_{gs_1}} R_2) - \cancel{g_{m_1} V_{gs_1}}} = \frac{R_1 + R_2}{g_{m_2} R_2 - 1}$$

با داشتن جریان ترانزیستور M_1 به محاسبه g_m مدار می‌پردازیم:

$$\Rightarrow I_{D_1} = K(V_{GS} - V_{Th})^2 = k(0/2)^2 = 1^{mA} \Rightarrow k = 25 \frac{mA}{V^2}$$

$$g_m = 2k\,(V_{GS} - V_{th}) = 2 \times 25 \times 0/2 = 10 ms \Rightarrow A_m = \frac{V_o}{i_i} = \frac{R_1 + R_2}{g_{m_2} R_{2-1}} = \frac{200k}{10 \times 100 - 1} = 200\Omega$$

۱۱۳ـ گزینه «۳» تقویت‌کننده Cascode خازن C_1 نقشی در گین ندارد پس بالطبع نقشی در فرکانس قطع ندارد. بنابراین فرکانس قطع توسط خازن C_2 بدست می‌آید که مقدار آن برابر است با:

$$\omega_c = \frac{1}{R_{c_2} C_2}$$

مقاومت معادل دیده شده از دو سر خازن C_2 برابر است با:

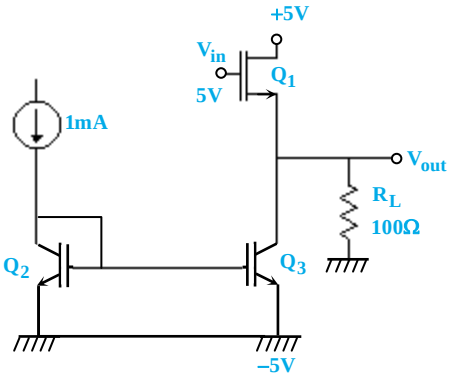
$$R_{c_2} = \frac{R_2 \| R_1 \| R_s + h_{ie_1}}{1 + h_{fe}} = \frac{20 \| 20 \| 10 + 2/5}{100} = \frac{7/5}{100}$$

$$h_{ie_1} = V_T \frac{B}{I_c} = 2/5 k$$

با قرار دادن مقادیر خازن و مقاومت، مقدار فرکانس قطع مدار برابر است با:

$$\omega_c = \frac{1}{\frac{7/5}{100} \times 10} = \frac{4}{3} k\,rad/sec$$

۱۱۴ـ گزینه «۴» ابتدا نقاط کار مرتبط با ترانزیستورها را می‌یابیم:



$$\mu_n c_{ox}(\frac{W}{L})_۱ = ۲۵\,mA/V^۲$$

$$(\frac{W}{L})_۲ = ۳۰(\frac{W}{L})_۳$$

$$(V_{GS}-V_{Th})_{۲,۳} = ۱V$$

$$V_{Th} = ۱V$$

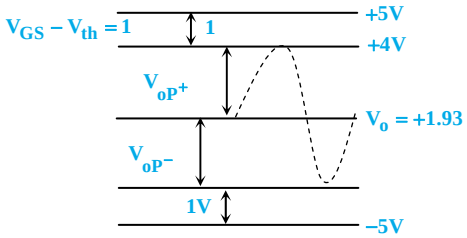
$$V_A = \infty$$

با توجه به مقدار جریان ترانزیستور $Q_۲$ برای مقدار گیت سورس برای دو ترانزیستور $Q_۲$ و $Q_۳$ و نسبت W/L برای این دو ترانزیستور، در نهایت خواهیم داشت:

$$I_{DS_۳} = ۳۰mA \quad , \quad I_{DS_۱} = \frac{۱}{۲}\mu c_{ox}(\frac{W}{L})_۱(V_{G_{S_۱}} - V_{th})^۲ \qquad (۱)$$

$$V_{G_{S_۱}} = V_G - V_S = ۰-۰/۱k(I_{D_{S_۱}} - ۳۰)$$

جایگذاری مقدار VGS در رابطه ۱:



$$\xrightarrow{(۱)} I_{DS_۱} = \frac{۱}{۲}\times ۲۵[(-۰/۱I_{DS_۱}+۳)-۱]^۲$$

$$I_{DS_۱} = ۱۲/۵(۲-۰/۱I_{DS})^۲$$

$$\begin{cases} I_{DS_۱} = ۳۷/۲۶۷\ mA \Rightarrow V_{G_{S_۱}} = -۰/۷۳V & \text{غیرقابل قبول} \\ I_{DS_۱} = ۱۰/۷۳mA \Rightarrow V_{G_{S_۱}} = ۱/۹۳ \end{cases}$$

برای داشتن مقدار نوسان متقارن، مقدار min بین دو ولتاژ سوئینگ حاصل را انتخاب می‌کنیم:

ماکزیمم سوئینگ ممکن $V_{op^+} \simeq ۲v$

$$V_{op^+} \simeq ۶۷$$

باید بررسی نمود که مقدار V_i داده شده در صورت سؤال آیا می‌تواند $V_{o_{max}}$ را تأمین کند، بنابراین ابتدا بهره مدار را می‌یابیم: $AV = \frac{V_o}{V_i}$

تقویت‌کننده درین مشترک بوده و بنابراین خواهیم داشت:

$$AV = \frac{g_{m_۱} R_L}{۱+g_{m_۱} R_L}$$

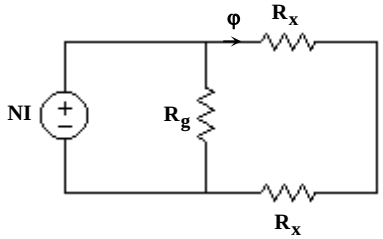
$$g_{m_۱} = \mu C_{ox} \times (\frac{w}{L})(V_{GS}-V_{Th}) = ۲۳/۲۵\ \frac{mA}{V} \qquad \Rightarrow A_V = ۰/۷ \Rightarrow V_{o_{max}} = ۳/۲۵V$$

$$V_{o\,max} = ۲V$$

بنابراین محدودیتی ایجاد نمی‌شود پس مقدار نوسان برابر با ۲ خواهد بود.

ماشین‌های الکتریکی (۱ و ۲)

۱۱۵ـ گزینه «۴» مدار مشابه الکتریکی این سیستم الکترومکانیکی بصورت زیر قابل ارائه است:



$$R_x = \frac{x}{\mu_۰ A}$$

$$\varphi = \frac{NI}{R_x + R_x}$$

نیروی رلوکتانسی پدید آمده در فواصل هوایی سعی در کاهش طول این فواصل دارند و چون هر دو نیرو در یک جهت هستند داریم:

$$\begin{cases} F = F_{e_1} + F_{e_2} = 2F_{e_1} = 2(-\frac{1}{2}\varphi^2 \frac{dR(x)}{dx}) \\ \varphi = \frac{NI}{2R_x} = \frac{NI\mu_\circ A}{2x} \end{cases} \Rightarrow F = -\frac{1}{4}N^2\mu_\circ A\frac{I^2}{x^2}$$

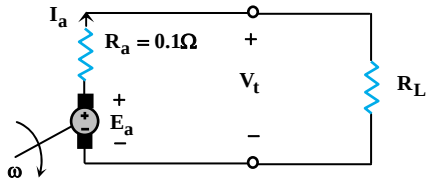
۱۱۶ـ گزینه «۲» در حرکت با جریان ثابت یا حرکت بسیار آهسته، تغییرات شبیه انرژی ذخیره شده در میدان (ΔW_{fld}) از نظر عددی برابر تغییرات انرژی مکانیکی مبدل (ΔW_{mech}) است، لذا داریم:

$$\Delta W_{mech} = -\Delta W'_{fld} = -\Delta W_{fld} = -(W_{fld_2} - W_{fld_1}) = -(\frac{1}{2}I_1^2\Delta L_{11} + \frac{1}{2}I_2^2\Delta L_{22} + I_1I_2\Delta L_{12})$$

چون جریان ثابت است $I_1 = I_2 = 1A$ بوده پس می‌توان نوشت:

$$\Delta W_{mech} = -1^2[\frac{1}{2}\times(\frac{3}{10} - \frac{3}{10/5}) + \frac{1}{2}(\frac{3}{10} - \frac{3}{10/5}) + (1-(-\frac{1}{2}))] = 1/5\,j$$

۱۱۷ـ گزینه «۳» با توجه به اینکه مولد داده شده از نوع تحریک مستقل است داریم:



$$R_L = \frac{V_t}{I_L} = \frac{290}{100} = 2/9\Omega$$

در سرعت $3000\,rpm$ داریم:

$$E_{a_1} = V_t + R_aI_a = 290 + 0/1\times100 = 300V$$

در سرعت $2100rpm$ داریم: (چون مولد تحریک مستقل است، تغییر سرعت روی شار بی‌تأثیر است، $\varphi_1 = \varphi_2$ می‌باشد.)

$$\frac{E_{a_1}}{E_{a_2}} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2}\frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{300}{E_{a_2}} = 1\times\frac{3000}{2100} \Rightarrow E_{a_2} = 210\,V$$

با این ولتاژ القایی، ولتاژ ترمینال‌ها برابر است با:

$$\begin{cases} V_{t_2} = E_{a_2} - R_aI_{a_2} \\ I_{a_2} = \frac{E_{a_2}}{R_a + R_L} = I_{L_2} = 70\,A \end{cases} \Rightarrow V_{t_2} = 210 - 0/1\times\frac{210}{0/1+2/9} = 203V$$

توان خروجی در سرعت جدید برابر است با:

$$P_2 = V_{t_2}I_{L_2} = 203\times70 = 14210\,W$$

۱۱۸ـ گزینه «۴» تست داده شده مربوط به بدست آوردن نقطه کار مولد شنت در حالت بی‌باری آن است. می‌دانیم که این نقطه کار از محل تقاطع مشخصه بی‌باری مولد و خط القاء بدست می‌آید. مشخصه بی‌باری با تغییر سرعت بطور خطی نسبت به آن تغییر نموده و شیب خط القاء نیز همواره متناسب با مقاومت مدار تحریک است لذا اگر مشخصه بی‌باری مولد را (که نمی‌دانیم چگونه است) بصورت کلی $E_a = f(I_f)$ در نظر بگیریم داریم:

۱) در شرایط اول که سرعت N_1 و مقاومت تحریک R_{f_1} است، داریم:

$$E_{a_1} = R_{f_1}I_{f_1} \Rightarrow I_{f_1} = \frac{E_{a_1}}{R_{f_1}}$$

۲) در شرایط دوم که سرعت و مقاومت تحریک هر یک ۲۰% زیاد شده‌اند، باید مشخصه بی‌باری را در نسبت تبدیل $\frac{N_۲}{N_۱}$ که برابر ۱/۲ است و خط القاء را نیز در نسبت $\frac{R_{f_۲}}{R_{f_۱}}$ که برابر ۱/۲ است ضرب نمود و سپس قطع داده لذا:

$$E_{a_۲}=R_{f_۲}I_{f_۲} \Rightarrow E_{a_۱}\times ۱/۲=(۱/۲R_{f_۱})I_{f_۲} \Rightarrow E_{a_۱}=R_{f_۱}I_{f_۲} \Rightarrow I_{f_۲}=\frac{E_{a_۱}}{R_{f_۱}}=I_{f_۱}$$

یعنی این تغییر روی جریان تحریک مولد تأثیر ندارد اما چون R_f آن ۱/۲ برابر شده پس ولتاژ ترمینال‌ها نیز ۱/۲ برابر می‌گردد.

◆ ◆ ◆ ◆

۱۱۹ـ گزینه «۳» ابتدا باید معادله جریان آرمیچر را برحسب جریان تحریک نوشت لذا:

$$I_a=\frac{E_a-R_fI_f}{R_a}=\frac{E_a-۲۰۰I_f}{۱}=۲۰۰(\sqrt{I_f}-I_f)$$

با مشتق‌گیری نسبت به I_f داریم:

$$\frac{dI_a}{dI_f}=۰ \Rightarrow \frac{۱}{۲\sqrt{I_f}}-۱=۰ \Rightarrow I_f=\frac{۱}{۴}A$$

با جایگذاری در رابطه I_a داریم:

$$I_a=۲۰۰(\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۴})=۵۰A$$

◆ ◆ ◆ ◆

۱۲۰ـ گزینه «۱» چون جهت چرخش عوض شده است، پلاریته ولتاژ القایی در آرمیچر معکوس می‌شود لذا اگر جهت تحریک شنت معکوس نگردد، مولد قادر به ولتاژسازی نیست که البته در این تست ذکر شده که جهت تحریک شنت نیز معکوس شده است که این بدان معناست که جهت فوران تولیدی آن در همان جهت قبلی ثابت مانده است. از طرفی چون پلاریته ولتاژ خروجی معکوس شده است، پس جهت جریان سیم‌بندی سری و در نتیجه جهت فوران آن نسبت به قبل معکوس می‌گردد، پس در حالت جدید فوران شنت و سری جهت عکس نسبت به یکدیگر دارند لذا مولد به کمپوند نقصانی تبدیل می‌شود.

◆ ◆ ◆ ◆

۱۲۱ـ گزینه «۳» با توجه به روابط مربوط به تلفات‌های فوکو و هیسترزیس داریم:

$$P_c=P_h+P_f=K_hB^nf+K_fB^۲f^۲ \longrightarrow \frac{P_c}{f}=K_hB^n+K_ff$$

چون ضرایب K_f و K_h ثابت بوده و B را نیز به اجبار ثابت فرض کردیم (؟) مشخصه $\frac{P_c}{f}$ خط راستی است با شیب K_f و عرض از مبدأ K_hB^n که در گزینه ۲ مطرح شده است. اما اگر B ثابت فرض نشود که منطقی نیز می‌باشد (زیرا در صورت تست حرفی زده نشده است)، داریم:
که منحنی آن در هیچ‌کدام از گزینه‌ها داده نشده است.

$$B\sim\frac{V}{f} \Rightarrow \frac{P_c}{f}=K_۱\frac{V^n}{f^n}+K_۲\frac{V^۲}{f}$$

◆ ◆ ◆ ◆

۱۲۲ـ گزینه «۴» با توجه به اینکه نسبت ولتاژ به فرکانس در هر دو آزمایش ثابت است، شار و چگالی شار ثابت می‌مانند. لذا داریم:

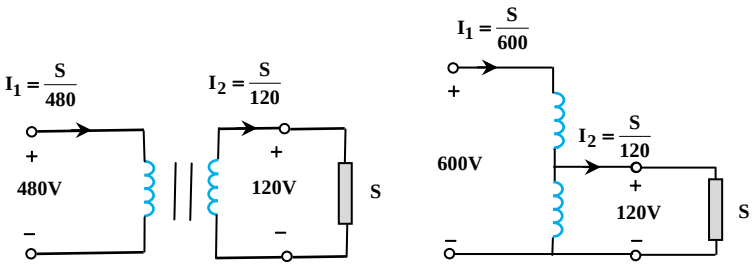
$$\frac{V_۱}{f_۱}=\frac{V_۲}{f_۲}=\frac{۲۰۰}{۵۰}=\frac{۱۶۰}{۴۰}=۴ \Rightarrow B=\text{ثابت}$$

چون چگالی میزان ثابت مانده، پس تلفات هیسترزیس فقط متناسب با f و فوکو فقط متناسب با $f^۲$ است لذا:

$$P_h\sim f \Rightarrow \frac{P_{h_۲}}{P_{h_۱}}=\frac{f_۲}{f_۱}=\frac{۴۰}{۵۰}=۰/۸ \Rightarrow P_{h_۲}=۰/۸P_{h_۱} \quad , \quad P_f\sim f^۲ \Rightarrow \frac{P_{f_۲}}{P_{f_۱}}=(\frac{f_۲}{f_۱})^۲=(\frac{۴۰}{۵۰})^۲=۰/۶۴ \Rightarrow P_{f_۲}=۰/۶۴P_{f_۱}$$

یعنی تلفات هیسترزیس ۲۰% و فوکو ۳۴% کاهش می‌یابند.

۱۲۳ـ گزینه «۱» چون توان ظاهری در هر دو حالت ثابت است، داریم:



$$\frac{P_{cu_T}}{P_{cu_{AT}}} = \frac{R_{eq_{1T}} I_{1T}^2}{R_{eq_{AT}} I_{1AT}^2} \xrightarrow{R_{eq_{1T}} = R_{eq_{1AT}}} \frac{P_{cu_T}}{P_{cu_{AT}}} = \frac{(\frac{S}{48\circ})^2}{(\frac{S}{6\circ\circ})^2} = (\frac{6\circ\circ}{48\circ})^2 = \frac{25}{16}$$

۱۲۴ـ گزینه «۲» رابطه مربوط به $S_{P_{max}}$ با صرف‌نظر کردن از امپدانس استاتور به‌صورت مقابل است:

$$S_{P_{max}} = \pm \frac{R_{r'}}{R_{r'} + \sqrt{R_{r'}^2 + X_{r'o}^2}}$$

از طرفی چون، سرعت روتور در P_{max} داده شده است می‌توان $S_{P_{max}}$ را به‌صورت زیر به‌دست آورده و در رابطه جایگزین نمود:

$$\left.\begin{array}{l} N_S = \frac{12\circ\times 5\circ}{4} = 15\circ\circ \text{rpm} \\ N_m\big|_{P_{max}} = 123\circ \text{rpm} \end{array}\right\} \Rightarrow S_{P_{max}} = \frac{15\circ\circ - 123\circ}{15\circ\circ} = \circ/18 \Rightarrow \circ/18 = \frac{R_{r'}}{R_{r'} + \sqrt{R_{r'} + 1/6^2}} \Rightarrow R_{r'} = \circ/36\Omega$$

چون $R_{r'}$ موجود برابر $\circ/1\Omega$ داده شده است، پس باید مقاومتی برابر با $\circ/36 - \circ/1 = \circ/26\Omega$ به هر فاز روتور افزود (البته این مقاومت دیده شده از سمت استاتور است).

۱۲۵ـ گزینه «۱» با توجه به فرکانس شبکه و سرعت مکانیکی داده شده مشخص است که موتور ۴ قطبی بوده لذا سرعت سنکرون آن 1500rpm است. در نتیجه داریم:

$$S = \frac{15\circ\circ - 144\circ}{15\circ\circ} = \circ/\circ 4$$

با توجه به رابطه نسبت گشتاورها داریم:

$$\frac{T}{T_{max}} = \frac{2SS_{T_{max}}}{S_{T_{max}}^2 + S^2} \Rightarrow 2 = \frac{2\times\circ/\circ 4\times S_{T_{max}}}{S_{T_{max}}^2 + \circ/\circ 4^2} \Rightarrow S_{T_{max}} \simeq \circ/28 \Rightarrow N_{m_{min}} = 1500(1-\circ/28) = 1080\text{rpm}$$

پس بازه کار پایدار محدوده بین 1080rpm تا 1500rpm است.

۱۲۶ـ گزینه «۳» با توجه به دیاگرام توازن قدرت موتور القایی داریم:

$$P_{ag} = P_{in} - 4P_s = 10 - (\circ/1 - \circ/2) = 9/7\,\text{kW}$$

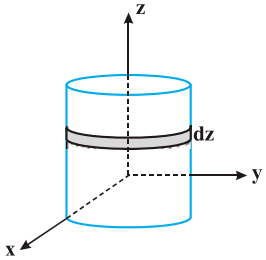
$$P_{cur} = SP_{ag} = \frac{1\circ\circ\circ - 95\circ}{1\circ\circ\circ}\times 9/7 = 485\,\text{W}$$

الکترومغناطیس

۱۲۷ـ گزینه «۲» می‌دانیم که تأثیر بردار مغناطیس‌شدگی معادل چگالی جریان حجمی $J_m = \nabla\times M(A/m^2)$ و چگالی جریان سطحی $J_{ms} = M\times \hat{a}_n (A/m)$ است. برای این مسأله داریم: ($\hat{a}_r$ بردار عمود بر سطح استوانه است.)

$$J_m = \nabla\times M = \nabla\times(M_\circ \frac{Z^2}{L^2}\hat{a}_z) = \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \circ & \circ & M_\circ \frac{Z^2}{L^2} \end{vmatrix} = \circ$$

$$J_{ms} = M\times \hat{a}_n = \frac{M_\circ Z^2}{L^2}\hat{a}_z \times \hat{a}_r = \frac{M_\circ Z^2}{L^2}\hat{a}_\varphi$$



از این رو آهنربا مانند یک ورقه‌ی استوانه‌ای با چگالی جریان J_{ms} است، روی وجوه بالایی و پایینی هیچ جریان سطحی وجود ندارد. برای یافتن B در نقطه‌ی $(x,\circ,\circ)$، طول دیفرانسیلی dz با جریان $\hat{a}_\varphi \frac{M_\circ z^2}{L^2} dz$ را در نظر می‌گیریم. هرکدام از این طول‌های دیفرانسیلی مطابق شکل معادل یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی برابر با $m = \hat{a}_z IS$ است که در آن S سطح دو قطبی و I جریان دو قطبی است.

به عبارت دیگر $m = \frac{M_\circ z^2}{L^2} dz\pi a^2$ برای یک دو قطبی با توجه به رابطه‌ی مقابل داریم: $B = \frac{\mu_\circ m}{4\pi R^3}(\hat{a}_R 2\cos\theta + \hat{a}_\theta \sin\theta)$

که زاویه‌ی θ و فاصله‌ی R از مرکز دوقطبی سنجیده می‌شود و برای هر طول دیفرانسیلی dz مربوط به دوقطبی متفاوت است اما از آنجا که در صورت مسأله گفته شده میدان را در نقطه‌ای دور از آهنربا می‌خواهیم، می‌توان فرض کرد که تمام این دوقطبی‌ها در مرکز مختصات قرار دارند و θ و R برای آنها یکسان است. در این صورت داریم:

$$B = \int dB$$

$$dB = \frac{\mu_\circ \frac{M_\circ z^2}{L^2}\pi a^2 dz}{4\pi R^3}\overbrace{(a_R 2\cos\theta + a_\theta \sin\theta)}^{A} \Rightarrow B = \frac{\mu_\circ M_\circ a^2}{4R^3L^2} \times A \times \int_{-L}^{L} z^2 dz$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_\circ M_\circ a^2}{4R^3L^2} \times A \times \left(\frac{L^3}{3} - \left(\frac{-L^3}{3}\right)\right) = \frac{\mu_\circ M_\circ a^2 L}{6R^3}(a_R 2\cos\theta + a_\theta \sin\theta)$$

در نقطه‌ی $(x,\circ,\circ)$ زاویه‌ی $\begin{cases} R = x \\ |\theta| = \frac{\pi}{2} \\ \hat{\theta} = -\hat{a}_z \end{cases}$ می‌باشد $\leftarrow B(x,\circ,\circ) = \frac{\mu_\circ M_\circ a^2 L}{6x^3}(-a_z) = -\mu_\circ \frac{a^2 L}{6x^3} M_\circ a_z$

۱۲۸ـ گزینه «۳» وقتی کره‌ی اول را زمین می‌کنیم آرایش و تعداد بارهای آن به گونه‌ای تغییر می‌کند که جمع پتانسیل کلی برابر صفر شود. با توجه به اینکه $L >> a$ می‌توانیم کره‌ی دوم و سوم را یک بار نقطه‌ای با بار q در نظر بگیریم. پتانسیل ناشی از این دو بار در محل بار (کره‌ی) اول برابر است با $\frac{q}{4\pi\varepsilon_\circ L}$ در نتیجه پتانسیل کلی برابر است با:

$$V_T = \frac{q}{4\pi\varepsilon_\circ L} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_\circ L} + \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_\circ L}$$

که q_1 بار جدید کره‌ی اول است که V_T را برابر صفر می‌کند.

$$V_{T_1} = \circ \Rightarrow \frac{q}{L} + \frac{q}{L} + \frac{q_1}{a} = \circ \Rightarrow q_1 = \frac{-2aq}{L}$$

وقتی کره‌ی دوم را زمین می‌کنیم همان استدلال بالا را می‌توان برای به دست آوردن q_2 به کار برد، با این تفاوت که بار کره‌ی اول دیگر q نیست و برابر q_1 است:

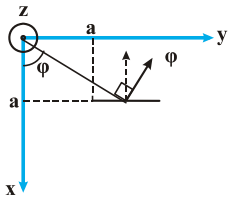
$$V_{T_2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_\circ L} + \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_\circ L} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_\circ a} = \circ \quad \Rightarrow q_2 = \frac{-aq}{L} - \frac{-2a^2}{L^2}q$$

با همین استدلال برای کره‌ی سوم داریم:

$$V_{T_3} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_\circ L} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_\circ L} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_\circ a} = \circ \quad \Rightarrow q_3 = \frac{-a}{L}(q_1 + q_2) = q\frac{a^2}{L^2}(3 - 2\frac{a}{L})$$

۱۲۹ـ گزینه «۱» اندوکتانس متقابل را می‌توان به صورت شاری که سیم طویل از حلقه عبور می‌دهد تقسیم بر جریان سیم تعریف کرد. چگالی شار میدان مغناطیسی یک سیم طویل برابر است با: $\vec{B} = \frac{\mu_\circ I \hat{a}_\varphi}{2\pi r}$. با توجه به شکل بهتر است عبارت میدان را در دستگاه کارتزین بازنویسی کنیم.

با در نظر گرفتن اینکه $\hat{a}_\varphi = -\hat{a}_x \sin\varphi + \hat{a}_y \cos\varphi$ و $r = \sqrt{a^2 + y^2}$ داریم:



$$\vec{B} = \frac{\mu_\circ I(-\hat{a}_x \sin\varphi + \hat{a}_y \cos\varphi)}{2\pi\sqrt{a^2 + y^2}}, \quad \begin{cases} \sin\varphi = \dfrac{y}{\sqrt{a^2 + y^2}} \\ \cos\varphi = \dfrac{a}{\sqrt{a^2 + y^2}} \end{cases}$$

همان‌طور که گفتیم برای اندوکتانس متقابل داریم:

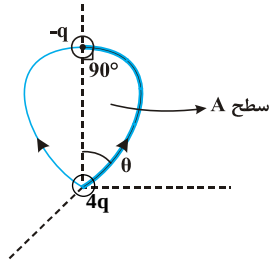
$L_{12} = \dfrac{\phi_{12}}{I_1}$ که در آن طبق تعریف $\phi_{12} = \int \vec{B}_1 \cdot \vec{ds}_2$ و $\vec{ds}_2 = -\hat{a}_x dydz$ در نتیجه می‌توان شاری که سیم طویل از حلقه عبور می‌دهد را به صورت زیر بدست آورد:

$$\phi_{12} = \int_a^{2a}\int_\circ^a \frac{\mu_\circ I_1(-\hat{a}_x y + \hat{a}_y a).(-\hat{a}_x)dzdy}{2\pi\sqrt{a^2 + y^2}\times\sqrt{a^2 + y^2}} \Rightarrow \phi_{12} = \frac{\mu_\circ I_1 a}{2\pi}\int_a^{2a} \frac{ydy}{a^2 + y^2} = \frac{\mu_\circ I_1 a}{2\pi}\times\frac{1}{2}\ell n(a^2 + y^2)\Big|_a^{2a} = \frac{\mu_\circ I_1 a}{4\pi}\ell n\frac{5}{2}$$

و در نهایت برای L_{12} داریم:

$$L_{12} = \frac{\phi_{12}}{I_1} \Rightarrow L_{12} = \frac{\mu_\circ a}{4\pi}\ell n(\frac{5}{2})$$

۱۳۰ـ گزینه «۳» مطابق شکل خط میدان خواسته شده را در نظر می‌گیریم. با توجه به تقارن استوانه‌ای حول محور Z می‌توان با دوران این خط میدان حول محور z یک سطح تشکیل داد. می‌دانیم که خطوط میدان یکدیگر را قطع نمی‌کنند (چون در هر نقطه در فضا میدان الکتریکی یک جهت یکتا دارد) بنابراین شار وارد شده یا خارج شده از این سطح صفر است. حال به اندازه $\varepsilon(\varepsilon \to \circ)$ از بار $-q$, $4q$ دور کره تشکیل می‌دهیم قسمتی از این دو کره به همراه سطح A یک سطح بسته تشکیل می‌دهند که چون باری در این سطح بسته وجود ندارد شار ورودی به آن در حالت کلی باید صفر باشد.



$$\vec{D}_1 = \frac{-q}{4\pi r^2}\hat{r} \quad , \quad \varphi = \int \vec{D}\cdot\vec{ds}$$

$$\varphi_T = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = \circ \quad , \quad \varphi_2 = \circ \Rightarrow \varphi_1 = -\varphi_3$$

$$\varphi_1 = \int_\circ^{2\pi}\int_\circ^{\frac{\pi}{2}} \frac{-q}{4\pi\varepsilon^2}\varepsilon^2 \sin\theta d\theta d\varphi = \frac{-q}{2}(-\cos\theta)\Big|_\circ^{\frac{\pi}{2}} = \frac{-q}{2}$$

$$\varphi_3 = \int_\circ^{2\pi}\int_\circ^{\theta_\circ} \frac{4q}{4\pi\varepsilon^2}\varepsilon^2 \sin\theta d\theta d\varphi = \frac{4q}{2}(-\cos\theta)\Big|_\circ^{\theta_\circ} = \frac{4q}{2}(1-\cos\theta_\circ) \Rightarrow 4q(1-\cos\theta_\circ) = q \Rightarrow \cos\theta_\circ = \frac{3}{4} \Rightarrow \theta_\circ = \cos^{-1}(\frac{3}{4})$$

۱۳۱ـ گزینه «۱» نیروی واحد بر طول سیم به صورت $d\vec{F} = Id\vec{\ell}\times\vec{B}$ می‌باشد که در اینجا $d\ell = 1$ (واحد طول) در نظر گرفته شده است؛ پس ابتدا B ناشی از نوار جریان سطحی را در محل سیم می‌یابیم.

نواری به ضخامت dx در نظر می‌گیریم. این نوار را می‌توان معادل یک سیم بسیار بلند با جریان $dI = J_\circ dx$ در نظر گرفت. چون صفحه در جهت Z بی‌نهایت است برای این نوار داریم:

$$dH = \frac{dI}{2\pi r}\hat{a}_\varphi \ , \ r = (-x\hat{a}_x + h\hat{a}_y)$$

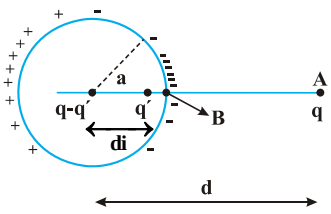
$$\hat{a}_\varphi = \frac{-h\hat{a}_x - x\hat{a}_y}{h^2 + x^2} \Rightarrow dH = \frac{J_{s\circ}dx}{2\pi(h^2 + x^2)}(-h\hat{a}_x - x\hat{a}_y)$$

$$\Rightarrow \vec{H} = \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \frac{J_{s\circ}dx}{2\pi}\times\frac{-h\hat{a}_x - x\hat{a}_y}{h^2 + x^2} = \frac{J_{s\circ}}{2\pi}(t_g^{-1}(\frac{x}{h}))\Big|_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}}\hat{a}_x + \frac{J_{s\circ}}{2\pi}\ell n(h^2 + x^2)\Big|_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}}\hat{a}_y = \frac{-J_{s\circ}}{\pi}t_g^{-1}(\frac{w}{2h})\hat{a}_x$$

$$\vec{B} = \mu_\circ\vec{H} \quad , \quad d\vec{F} = Id\vec{\ell}\times\vec{B} = I_\circ\hat{a}_z \times \frac{-\mu_\circ J_{s\circ}}{\pi}t_g^{-1}(\frac{x}{2h})\hat{a}_x = -\frac{\mu_\circ I_\circ J_\circ}{\pi}t_g^{-1}(\frac{w}{2h})\hat{a}_y$$

۱۳۲ـ گزینه «۲» حضور بار نقطه‌ای $+q$ در نزدیکی کره‌ی رسانا سبب می‌شود که بارهای منفی در نقاطی از کره‌ای که به بار q نزدیک‌تر هستند تجمع پیدا کنند و بارهای مثبت در نقاط دورتر. از طرف دیگر داریم $\rho_s = \varepsilon_\circ E_R(a,\theta)$ نزدیک‌ترین نقطه به بار A نقطه‌ی B است و چنانچه بار این نقطه هم مثبت شود می‌توان گفت که چگالی بارهای سطحی روی کره رسانا در همه جا مثبت است. برای به دست آوردن حداقل فاصله بار سطحی نقطه‌ی B را مساوی صفر قرار می‌دهیم (چنانچه نقطه‌ی A دورتر شود چگالی بار این نقطه نیز مثبت می‌شود).

با استفاده از نظریه تصاویر می‌دانیم که مسأله بالا معادل با بار نقطه‌ای $(q-q')$ در مرکز کره، بار q' در d_i و بار q در d است و $q' = \frac{-a}{d}q$ و $d_i = \frac{a^2}{d}$. حال با توجه به $\rho_s = \varepsilon_\circ E_R$ کافی است E_R را در نقطه‌ی B بیابیم و مساوی صفر قرار دهیم:



$$E_R|_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\left(\frac{q}{(d-a)^2} - \frac{(q-q')}{a^2} - \frac{q'}{(a-d_i)^2}\right) = \circ \Rightarrow \frac{1+\frac{a}{d}}{\cancel{a^2}} = \frac{\frac{a}{d}}{\cancel{a^2}(1-\frac{a}{d})^2} + \frac{\frac{a^2}{d^2}}{\cancel{a^2}(1-\frac{a}{d})^2}$$

$$\Rightarrow \cancel{1+\frac{a}{d}} = \frac{\frac{a}{d}\cancel{(1+\frac{a}{d})}}{(1-\frac{a}{d})^2} \Rightarrow \frac{a}{d} = (1-\frac{a}{d})^2$$

$$\Rightarrow (d-a)^2 = ad \Rightarrow d^2 - (3a)d + a^2 = \circ \Rightarrow d = \frac{3a \pm \sqrt{9a^2 - 4a^2}}{2} \xrightarrow{d>a} d = \frac{3+\sqrt{5}}{2}a$$