

ریاضی مهندسی:

-۱) به ازای کدام اعداد مختلط، $\sin(i\bar{z}) = \overline{\sin(iz)}$ است؟

(۱) $z_k = k\pi i$

(۲) $z_k = (k\pi - \frac{\pi}{2})i$

(۳) کلیه z ها(۴) فقط z های حقیقی-۲) هر سه تابع زیر را در دامنه تعریف خودش در نظر بگیرید. اگر z متغیر مختلط باشد. کدام گزینه، در مورد این سه تابع، درست است؟

$$g(z) = \frac{1}{z}, \quad g_r(z) = i \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z+i}{i}\right)^n, \quad g_1(z) = \int_0^{\infty} e^{-zt} dt$$

(۱) $g_r(z) = g(z)$

(۲) $g_1(z) = g(z)$

(۳) هر سه توابع متفاوت هستند.

(۴) $g_1(z) = g_r(z)$

-۳) تابع: $f(z) = \begin{cases} A \left(\frac{\cosh z - 1}{z^2}\right), & z \neq 0 \\ 1, & z = 0 \end{cases}$ همه جا تحلیلی است. عدد ثابت A کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$

(۲) -2

(۳) 2

(۴) $\frac{1}{2}$

-۴) C یک خم بسته ساده در جهت مثلثاتی، و مبدأ مختصات یک نقطه درون C می باشد. مقدار انتگرال زیر، کدام است؟

$$I = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{e^{tz}}{z^{n+1}} dz$$

(۱) $n! t^n$

(۲) $\frac{t^n}{n!}$

(۳) $\frac{t^{n+1}}{n!}$

(۴) $\frac{t^{n-1}}{n!}$

۵- تبدیل خطی کسری سه نقطه $(1, 0, \infty)$ را به ترتیب به سه نقطه $(2, 1, -1)$ تبدیل می کند. نقاط ثابت این تبدیل، کدام است؟

(۱) $z = -2 \pm i2\sqrt{2}$

(۲) $z = 2 \pm i2\sqrt{2}$

(۳) $z = 1 \pm i\sqrt{2}$

(۴) $z = -1 \pm i\sqrt{2}$

ساده

۶- مساحت شکل حاصل از تبدیل دایره یکه تحت نگاشت $w = f(z) = z + \frac{z^2}{2}$ در صفحه w ، کدام است؟

(۱) $\frac{3\pi}{4}$

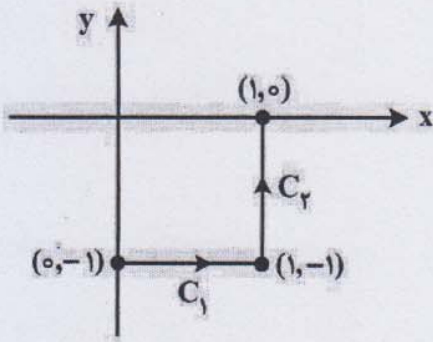
(۲) $\frac{\pi}{2}$

(۳) $\frac{5\pi}{4}$

(۴) $\frac{3\pi}{2}$

کتاب عینا سوال ۲۳ صفحه ۱۲۳ کتاب

۷- حاصل انتگرال $I = \int_C \bar{z} dz$ ، روی مسیر نشان داده شده در شکل زیر، کدام است؟



ضرب ساده $1-i = 9$
عینا $1-i = 1-i$

(۱) $1 - 2i$

(۲) $2i - 1$

(۳) 2

(۴) $2i$

۸- ضرب z^3 در بسط لوران تابع $f(z) = \begin{cases} \frac{z^3}{\cosh z - 1} & z \neq 0 \\ 1 & z = 0 \end{cases}$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{6}$

(۲) $-\frac{1}{6}$

(۳) 1

(۴) 0

کتاب عینا سوال ۱۱ صفحه ۱۲۳ کتاب

۹- اگر $C: |z+i| = \frac{3}{2}$ باشد، حاصل $\oint_C \frac{e^z}{z^2+z} dz$ کدام است؟

عیناً مثال ۳۳ صفحه ۲۷۴ کتاب

- (۱) πe^{-i}
- (۲) πe
- (۳) صفر
- (۴) πe^i

۱۰- مقدار $\oint_{|z|=1} (e^{-\frac{1}{z^2}} \sin \frac{1}{z} + \frac{|z|}{z^2}) dz$ کدام است؟

نسیه سوال ۳۲ صفحه ۲۸۷ کتاب

- (۱) ۰
- (۲) $-2\pi i$
- (۳) $\frac{\pi}{2} i$
- (۴) $2\pi i$

۱۱- با استفاده از بسط سری فوریه تابع $f(x) = x^2 + |x|$ در بازه $-1 < x < 1$ ، حاصل سری زیر، کدام است؟

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - 3 \cos(2n\pi)}{(n\pi)^2}$$

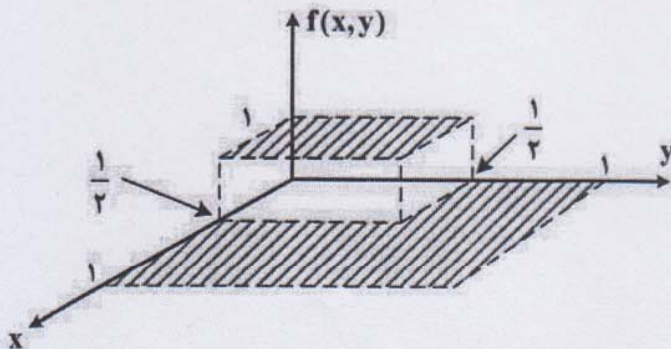
در گزینه «۱» است

- (۱) $\frac{5}{12}$
- (۲) $\frac{5}{24}$
- (۳) $\frac{5}{3}$
- (۴) $\frac{5}{6}$

۱۲- دانشجویی برای تابع $f(x,y)$ زیر، وقتی که $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ است، سری دوبعدی به صورت

$$f(x,y) = \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{m=1}^{+\infty} A_{nm} \sin(n\pi x) \sin(m\pi y)$$

نوشته است، A_{13} کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{3\pi^2}$
- (۲) $\frac{1}{9\pi^2}$
- (۳) $\frac{4}{3\pi^2}$
- (۴) $\frac{4}{9\pi^2}$

۱۳- ناحیه بالای خط $x+y=1$ در صفحه z تحت نگاشت $w = \frac{1}{z}$ داخل دایره‌ای، با کدام مرکز و شعاع تصویر می‌شود؟

(۱) به مرکز $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ و شعاع $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲) به مرکز $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ و شعاع $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) به مرکز $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ و شعاع $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۴) به مرکز $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ و شعاع $\frac{\sqrt{2}}{2}$

بدون گزینه دارد

۱۴- اگر $z = z(u, v)$ ، $u = x - t$ ، $v = 2x + t$ باشد، آنگاه معادله $z_{xx} + 2z_{tt} = 0$ ، به چه معادله‌ای تبدیل می‌شود؟

(۱) $z_{uu} = z_{uv}$

(۲) $z_{uv} = 0$

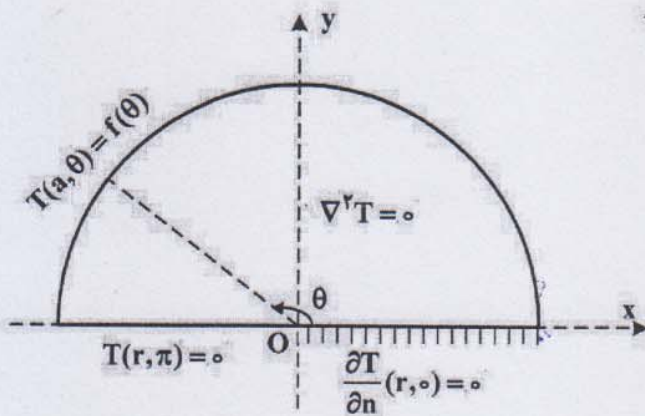
(۳) $z_{uu} + 2z_{uv} + z_{vv} = 0$

(۴) $z_{uu} + 2z_{vv} = 0$

ساده

۱۵- مسئله مقدار کرانه‌ای (مرزی) زیر در داخل یک نیم‌دایره به مرکز O و شعاع a و با قطر واقع بر محور x با شرایط مرزی مذکور داده شده، که در آن تابع f مفروض تکه‌ای هموار و n قائم یکه برونسو بر شعاع است. یک پایه متعامد کامل برای بسط فوریه تابع f در این مسئله، کدام است؟

X



(۱) $\{ \frac{1}{2}, \cos \frac{\theta}{2}, \cos \frac{3\theta}{2}, \dots, \cos(\frac{2n-1}{2}\theta), \dots \}$

(۲) $\{ \frac{1}{2}, \cos \theta, \cos 2\theta, \dots, \cos(n\theta), \dots \}$

(۳) $\{ \cos(\frac{2k-1}{2}\theta) \}_{k \in \mathbb{N}}$

(۴) $\{ \sin \theta, \sin 2\theta, \dots, \sin(n\theta), \dots \}$

بدون گزینه دارد

نیمه ۱۳۰۵ - ۹.۵

۱۶- در مسئله مقدار اولیه مرزی زیر، h تابعی تکه‌ای هموار است. پایه متعامد کامل بسط فوریه تابع h کدام است؟

$$\begin{cases} \nabla^2 T = T_{xx} + T_{yy} = 0, & 0 < x < a, 0 < y < b \\ T(0, y) = T(a, y), T_x(0, y) = T_x(a, y), & 0 < y < b \\ T(x, 0) = 0, T(x, b) = h(x), & 0 < x < a \end{cases}$$



$$\left\{ \frac{1}{2}, \sin \frac{\pi x}{a}, \cos \frac{\pi x}{a}, \sin \frac{2\pi x}{a}, \cos \frac{2\pi x}{a}, \dots, \sin \frac{n\pi x}{a}, \cos \frac{n\pi x}{a}, \dots \right\} \quad (1)$$

$$\left\{ \frac{1}{2}, \sin \frac{2\pi x}{a}, \cos \frac{2\pi x}{a}, \sin \frac{4\pi x}{a}, \cos \frac{4\pi x}{a}, \dots, \sin \frac{2n\pi x}{a}, \cos \frac{2n\pi x}{a}, \dots \right\} \quad (2)$$

$$\left\{ \sin \frac{\pi x}{a}, \sin \frac{2\pi x}{a}, \dots, \sin \frac{n\pi x}{a}, \dots \right\} \quad (3)$$

$$\left\{ \frac{1}{2}, \cos \frac{\pi x}{a}, \cos \frac{2\pi x}{a}, \dots, \cos \frac{n\pi x}{a}, \dots \right\} \quad (4)$$

«در گزینه ۱، بارها بارها شده»

۱۷- اگر جواب مسئله مقدار اولیه مرزی:
$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = 0, & 0 < x < 2, t > 0 \\ u(0, t) = 0 = u(2, t), u(x, 0) = |x-1| - 1 \end{cases}$$
 به صورت

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} B_k e^{-\left(\frac{k\pi}{2}\right)^2 t} \cdot \sin \frac{k\pi x}{2}$$

باشد، آنگاه مقدار $u(1, t)$ کدام است؟

$$-\frac{\lambda}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} e^{\frac{-(2m-1)^2 \pi^2 t}{4}} \frac{(-1)^{m-1}}{(2m-1)^2} \quad (1)$$

$$\frac{\lambda}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} e^{\frac{-(2m-1)^2 \pi^2 t}{4}} \frac{1}{(2m-1)^2} \quad (2)$$

$$-\frac{\lambda}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} e^{\frac{-(2m-1)^2 \pi^2 t}{4}} \frac{1}{(2m-1)^2} \quad (3)$$

$$\frac{\lambda}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} e^{\frac{-(2m-1)^2 \pi^2 t}{4}} \frac{1}{(2m-1)^2} \quad (4)$$

بسیار کار شده»

تیبی ۱۷/۱ ص ۲۷۲ کتاب

۱۸- ابتدای میله‌ای به طول l عایق شده و انتهای آن در شرط مرزی $\left. \left(\frac{\partial u}{\partial t} + hu \right) \right|_{x=l} = 0$ صدق می‌کند. اگر پاسخ معادله

حرارت در یک بعد $\left(\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)$ ، با شرایط بالا به صورت زیر فرض شود:

$$u(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n e^{-k_n^2 c^2 t} \cos k_n x$$

در این صورت k_n ها در کدام معادله صدق می‌کنند؟

(۱) $k_n \tan k_n l = -h$

(۲) $h \tan k_n l = k_n l$

(۳) $k_n \tan k_n l = -k_n l$

(۴) $k_n \tan k_n l = h$

۱۹- معادله ناهمگن حرارت در یک بعد را به صورت زیر در نظر می‌گیریم.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial t} = 1; 0 < x < 1, t > 0$$

شرایط مرزی و اولیه عبارت‌اند از:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=1} = 0; u(0,t) = 0; u(x,0) = x(x-2)$$

در این صورت پاسخ حالت پایدار، در کدام نقطه، x برابر $-\frac{3}{8}$ خواهد بود؟

(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{8}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{1}{2}$

۲۰- اگر برای $0 < x < 2$ داشته باشیم:

$$x = \frac{4}{\pi} \left(\sin \frac{\pi x}{2} - \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi x}{2} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi x}{2} - \dots \right)$$

در این صورت بسط فوریه $1 - \frac{x^2}{4}$ در بازه $0 < x < 2$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cos \frac{n\pi x}{2}$

(۲) $\frac{2}{3} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos \frac{n\pi x}{2}$

(۳) $\frac{2}{3} + \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cos \frac{n\pi x}{2}$

(۴) $\frac{4}{3} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos \frac{n\pi x}{2}$

عین و تفسیر سوال ۹۴ صفحه ۷۲ کتاب

بازم تفسیر سوال ۱۱ و ۱۱ صفحه ۹۲ کتاب هستند

عین سوال ۹۸ صفحه ۸۰ کتاب

(ردیفی ۴۵ دارد)

